UNIVERSITY OF ALBERTA LIBRARY
0 1620 1086 2801

Alberta EDUCATION
Language Services Branch
Direction de l'éducation française

Display Copy
Do Not Remove

Pour consultation seulement, prière de ne pas emporter

MATHÉMATIQUES 10/13/14

Secondaire deuxième cycle

GUIDE D'ENSEIGNEMENT
(Édition provisoire - 1992)

LANGUAGE SERVICES Alberta EDUCATION

373.7
A333m
c.6

CDPCOLSP

UNIVERSITY OF ALBERTA
QUAECUMQUE VERA
EX LIBRIS
UNIVERSITATIS
ALBERTENSIS

MATHÉMATIQUES 10/13/14

Secondaire deuxième cycle

GUIDE D'ENSEIGNEMENT
(Édition provisoire)

Alberta
Education
1992

Dépôt légal - Troisième trimestre 1992
Bibliothèque nationale du Canada

DONNÉES DE CATALOGAGE AVANT PUBLICATION (ALBERTA EDUCATION)

Alberta. Alberta Education. Language Services.
Mathématiques 10/13/14 : secondaire deuxième cycle : guide d'enseignement.

Édition provisoire
ISBN 0-7732-0807-0

1. Mathématiques -- Étude et enseignement (secondaire) -- Alberta. I. Titre.

QA43.A333 1992 510.7

Pour éviter d'alourdir le texte, nous nous conformons dans le présent document à la règle de grammaire qui permet d'utiliser le masculin avec une valeur de neutre lorsqu'on parle en général. Par exemple, il est clair que lorsqu'on utilise les mots «enseignant» et «élève», ces masculins incluent un enseignant et un élève de l'un ou de l'autre sexe.

° 1992, la Couronne du chef de la province de l'Alberta, représentée par le ministre de l'Éducation. Alberta Education, Language Services Branch, 11160, avenue Jasper, Edmonton, Alberta, T5K 0L2. Tous droits réservés. Des exemplaires sont disponibles au Learning Resources Distribution Centre, 12360, 142e Rue, Edmonton, Alberta, T5L 4X9.

Bibliothèque Saint-Jean
University of Alberta

REMERCIEMENTS

Alberta Education tient à exprimer sa reconnaissance aux personnes et groupes qui ont contribué à l'élaboration et à la production de ce guide d'enseignement.

Rédacteurs

Florence Glanfield	Curriculum Support Branch, Alberta Education
Jim Neilsen	Curriculum Design Branch, Alberta Education

Assistant à la recherche

Doug Franks	Curriculum Support Branch, Alberta Education

Enseignants, rodage (Mathématiques 10)

Alex Brazeau	William Aberhart HS, Calgary SD # 19
Les Cameron	St. Patrick's HS, Yellowknife
Archie Coderre	Foremost School, County of Forty Mile # 8
Helen Dubé	École Notre Dame Senior High, Lakeland RCSSD # 150
Don Ewing	Drumheller CHS, Drumheller Valley SD # 62
Richard Fownes	Spirit River Secondary School, Spirit River SD # 51
Fern Heinan	Lethbridge Collegiate Institute, Lethbridge SD # 47
Chris Korte	Blessed Sacrament School, Wainwright RCSSD # 31
Gerald Krabbe	Crescent Heights HS, Calgary SD # 19
Mark Milner	Western Canada HS, Calgary SD # 19
Ronald Patrick	Sexsmith Secondary School, County of Grande Prairie # 1
Vick Pysyk	J. Percy Page HS, Edmonton RCSSD # 7
Ron Rajotte	Louis St. Laurent HS, Edmonton RCSSD # 7
Louise Sabourin	William Aberhart HS, Calgary SD # 19
Denise Schweitzer	Central High Sedgewick Public School, County of Flagstaff # 29
Yvonne Tschofen	École J.H. Picard, Edmonton RCSSD # 7
Brian Walsh	École Notre Dame Senior High, Lakeland RCSSD # 150

Enseignants, rodage (Mathématiques 13)

Blanche Andrew	Three Hills School, Three Hills SD # 60
Jim Braaksma	Crescent Heights HS, Calgary SD # 19
Marj Farris	LaCrete Public School, Ft. Vermilion SD # 52
Vern Hemeyer	Ponoka CHS, County of Ponoka # 3
Bruce Kabaroff	Queen Elizabeth CHS, Edmonton SD # 7
Drew Kurrie	Bev Facey CHS, County of Strathcona # 20
Mary Jo Maas	F.P. Walshe School, Willow Creek SD # 28
Kim Mathews	Sir John Franklin Territorial HS, Yellowknife
Ed Perepelitza	Lindsay Thurber CHS, Red Deer SD # 104

Clint Sopchyshyn	St. Joseph CHS, Edmonton RCSSD # 7
Ted Venne	Father Patrick Mercredi Community School, Ft. McMurray RCSSD # 32

Enseignants, rodage (Mathématiques 14)

Hilger Fase	Sir Winston Churchill HS, Calgary SD # 19
Fay Harke	Leduc CHS, Leduc SD # 297
Vada Lindstrand	Camrose CHS, Camrose SD # 1315
Mildred Sake	Delnorte School, County of Minburn # 27
Rob Tullikopf	Trochu Valley School, Three Hills SD # 60

Comité ad hoc, Mathématiques 10, 20 et 30

Linda Brost, chef de département	Sir Winston Churchill HS, Calgary SD # 19
Ken Brown, enseignant	Lacombe CHS, County of Lacombe # 14
Jim Ellefson, enseignant	County of Thorhild Central HS, County of Thorhild # 7
Mary Lou Forest, conseillère	Edmonton RCSSD # 7
Florence Glanfield, coordonnatrice	Curriculum Support Branch, Alberta Education
John Hider, chef de département	Medicine Hat HS, Medicine Hat SD # 76
Jim Neilsen, directeur de programme	Curriculum Design Branch, Alberta Education
Steve Willard, professeur	Department of Mathematics, University of Alberta

Comité ad hoc, Mathématiques 13, 23 et 33

Russell Donnelly, conseiller	Calgary RCSSD # 1
Florence Glanfield, coordonnatrice	Curriculum Branch, Alberta Education
Gary Glubish, enseignant	Grand Centre HS, Lakeland SD # 5460
Joanne Mick, enseignante	South Central HS, Acadia SD # 8
Jay Nayyer, enseignant	Paul Rowe Jr.-Sr. HS, Peace River SD # 10
Jim Neilsen, directeur de programme	Curriculum Design Branch, Alberta Education
Mike Stone, professeur	Department of Mathematics, University of Calgary
Blair Wagner, directeur	St. Mary's RCS School, Taber RCSSD # 54
Marylin Woytiuk, enseignante	Paul Kaye HS, St. Albert PSSD # 6

Comité ad hoc, Mathématiques 14 et 24

Ken Chipman, directeur	Senator Gershaw School, County of Forty Mile # 8
P.J. Clooney, enseignant	M.E. Lazerte CHS, Edmonton SD # 7
Richard Gilchrist, directeur adjoint	Memorial CHS, County of Parkland # 31
Florence Glanfield, coordonnatrice	Curriculum Branch, Alberta Education
Rich LaGrange, enseignant	Grand Prairie CHS, Grand Prairie SD # 2357
Barney MacKay, chef de département	Shaughnessy HS, Calgary SD # 19
Jim Neilsen, directeur de programme	Curriculum Design Branch, Alberta Education
Doug Parsons, chef de département	Van Horne HS, Calgary SD # 19

Comité consultatif, mathématiques du secondaire deuxième cycle

Bob Dearborn, spécialiste en élaboration de tests	Student Evaluation Branch, Alberta Education
Florence Glanfield, coordonnatrice	Curriculum Branch, Alberta Education
Dr. Bruce Harrison, professeur	Faculty of Education, University of Calgary
Elaine Manzer, enseignante	Peace River HS, Peace River SD # 10
Lois Marchand, spécialiste en mathématiques	Calgary SD # 19
Ken May, enseignant	Winston Churchill HS, Lethbridge SD # 51
Dr. Jim Muldowney, professeur	Department of Mathematics, University of Alberta
Jim Neilsen, directeur de programme	Curriculum Design Branch, Alberta Education
Randy Pack, chef du département de mathématiques	Northern Alberta Institute of Technology
Klaus Puhlmann, directeur général	Yellowhead SD # 12
Hugh Sanders, directeur associé	Grand Prairie Regional Office, Alberta Education
Ken Schade, chef de département	Alberta Correspondence School, Alberta Education
Ted Thresher, directeur associé	Strathcona CHS, Edmonton SD # 7
John Wheatherhead, enseignant	Crescent Heights HS, Medicine Hat SD # 76

Alberta Education tient également à remercier les anciens membres suivants :

Comité consultatif, mathématiques du secondaire deuxième cycle

Don Cameron, directeur	St. Thomas Acquinas School, Provost RCSSD # 65 (1986-1987)
Terry Cooke, vice-doyen (ressources)	Northern Alberta Institute of Technology (1986-1988)
George Ditto, superviseur de mathématiques	Calgary SD # 19 (1986-1988)

Comité ad hoc, Mathématiques 10, 20 et 30

Patricia Johnson, enseignante	John Maland HS, Devone SD # 4972 (1987)
Stewart McMillan, enseignant	Jasper Jr/Sr HS, Jasper SD # 3063 (1987-1988)

Comité ad hoc, Mathématiques 14 et 24

Duncan McDougall, enseigant	Father Patrick Mercredi Community School, Ft. McMurray RCSSD # 32 (1987-1988)

Administration, Curriculum Support Branch, Alberta Education

Les personnes suivantes ont géré l'élaboration du guide d'enseignement, édition provisoire, pour les cours de Mathématiques 10, 13 et 14.

Keith Wagner	Directeur
Merv Thornton	Directeur adjoint, Resource Development and Implemantation (Core) Unit
Florence Glanfield	Coordonnatrice, Mathematics
Janice Leonard	Directeur adjoint, Resource Development and Implemantation (Complementary) Unit

Rédactrice en chef	Virginia Durksen
Secretaire de rédaction	Barb McCord
Travail artistique	Jaclyn Peebles
Édition électronique	Eileen Boyd Joyce Depano-Yap Teresa Hansen Tania Pander Rudy Watmough

VERSION FRANÇAISE - LANGUAGE SERVICES BRANCH

Traduction, édition et production	Guérin éditeur ltée Montréal
Responsable de projet	Ghislaine Lavergne Language Services Branch
Réviseur pédagogique	Henri Breault Edmonton

TABLE DES MATIÈRES

Remerciements iii
But 1
Raison d'être et philosophie du programme 1
Objectifs généraux 2
Objectifs spécifiques 5
Planification de l'enseignement 8
Évaluation de l'élève 11
L'écrit en mathématiques 18
Séquence des cours 18
Matériel didactique 23
Comment utiliser le guide d'enseignement 27

MATHÉMATIQUES 10

Degrés d'importance des composantes du programme 31
Vue d'ensemble des unités du cours 32
Attitudes 40
Résolution de problèmes 40
Ensembles de nombres 43
Opérations sur les polynômes 61
Factorisation des polynômes 83
Équations et inégalités 100
Géométrie analytique et graphiques 108
Systèmes d'équations linéaires 131
Statistiques 137
Trigonométrie 150
Textes de corrélation
- Mathematics 10 160
- Holtmath 10 161
- Mathematics Principles and Process 10 162
- Mathématiques 10 (10^{e} année) 163

MATHÉMATIQUES 13

Degrés d'importance des composantes du programme 167
Vue d'ensemble des unités du cours 168
Attitudes 175
Résolution de problèmes 175
Ensembles de nombres 177
Polynômes et factorisation 194
Géométrie analytique et graphiques 221
Relations 240

Statistiques 250
Géométrie 263
Textes de corrélation
Mathematics for a Modern World (Book 2) 271
Math Matters (Book 2) 272
Mathématiques pour un monde moderne (livre 2) 273

MATHÉMATIQUES 14

Degrés d'importance des composantes du programme 277
Vue d'ensemble des unités du cours 278
Attitudes 285
Résolution de problèmes 285
Rapport et proportion 290
Statistiques et probabilité 302
Géométrie 310
Mesures 332
Algèbre et représentation graphique 351
Textes de corrélation
Applications of Mathematics 365

ANNEXES

Annexe A 367
Exemples de quadrillés pour binomiaux 369
Exemples de tuiles algébriques 370
Annexe B 371
Exemples de suggestion d'évaluation 373
Annexe C 379
Emploi de l'écrit dans l'apprentissage des mathématiques 381
Écriture exploratoire et apprentissage des mathématiques 389
Annexe D 399
Lignes directrices pour une intégration efficace des ressources 401
Centres de ressources
(A) centres de ressources régionaux 401
(B) centres de ressources en région urbaine 403
Annexe E 405
Alberta Consumer and Corporate Affairs 407
Annexe F 409
Consultants en mathématiques pour Alberta Education 411

BUT

Ce guide d'enseignement est conçu afin d'aider les enseignants à mettre en pratique les cours de mathématiques 10, 13 et 14. Le guide d'enseignement est un outil qui fournit des informations utiles aux enseignants. Les stratégies d'enseignement présentées ne constituent que des suggestions et ne sont donc pas obligatoires. Le programme d'études des cours Mathématiques 10, 13 et 14 indique la matière obligatoire que l'enseignant doit couvrir. Un aperçu des cours du programme de Mathématiques 10, 13 et 14 est donné au début de chaque section dans le guide d'enseignement. L'aperçu comprend les objectifs spécifiques d'apprentissage, les objectifs reliés aux attitudes et les objectifs reliés à la résolution de problèmes pour chaque cours. De plus, la vue d'ensemble du cours Mathématique 24 comprend le objectifs spécifiques à la numération.

Les principales sections de chaque programme d'études, énoncées au début de chaque document, sont les suivantes : raison d'être et philosophie du programme, objectifs généraux et objectifs spécifiques.

Le guide d'enseignement des cours Mathématiques 10, 13 et 14 est conçu dans le but d'aider les enseignants à mettre en pratique en classe le programme d'études pour les mathématiques au secondaire deuxième cycle.

RAISON D'ÊTRE ET PHILOSOPHIE DU PROGRAMME

Afin de se fixer des objectifs et de faire des choix informés, les élèves doivent posséder de nombreuses habiletés dans les domaines de la réflexion et de la résolution de problèmes. Les principes essentiels sont, tout d'abord, une compréhension des techniques mathématiques et des processus qui leur permettront de mettre en application les habiletés de base nécessaires pour résoudre des situations mathématiques quotidiennes, et qui leur permettront également d'acquérir des meilleures habiletés en ce qui concerne l'analyse logique et l'utilisation de méthodes permettant de tirer des conclusions.

La connaissance des mathématiques est essentielle à toute personne bien éduquée. Toutefois, l'utilisation des mathématiques dans la vie d'une personne est en train de changer. L'importance autrefois accordée à la mémorisation de formules mathématiques et aux algorithmes est maintenant axée sur une politique plus dynamique des mathématiques, considérées comme un langage précis, que l'on utilise pour raisonner, interpréter et explorer. Il existe toujours un besoin pour le développement logique de concepts faisant office de base pour une utilisation appropriée de l'information mathématique dans le but de résoudre des problèmes. Toutefois, l'utilisation de la technologie disponible, de pair avec des techniques comme l'estimation et la simulation, ajoutées aux techniques de résolution de problèmes plus traditionnelles, sont des outils avec lesquels on peut résoudre des problèmes mathématiques.

Le changement qui s'opère dans l'utilisation des mathématiques nécessite des changements concomitants du programme de mathématiques. Les élèves auront besoin de connaître un grand nombre de concepts, mais devront également comprendre par quelles idées ces concepts sont formés et de quelle façon ils sont reliés. Ils devront également apprendre à connaître leurs applications. Fait encore plus important, les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes en utilisant les processus mathématiques développés et devront avoir confiance en leur capacité de mettre en application les habiletés et les concepts mathématiques acquis, afin de pouvoir acquérir de nouvelles connaissances. De plus, la capacité que recèle la technologie

d'effectuer rapidement et de façon précise les calculs et les manipulations, de développer une compréhension conceptuelle et de faciliter un meilleur ordre de pensée, devrait être prise en considération et utilisée par les élèves.

La majeure partie des élèves qui débutent leur cours de niveau secondaire démontrent surtout des comportements opérationnels concrets en ce qui a trait aux mathématiques. Il est reconnu que le cours de mathématiques de niveau secondaire comporte de nombreuses notions abstraites que les élèves devront être en mesure d'acquérir. Le contenu du programme pour le cours de mathématiques de niveau secondaire est approprié aux élèves du point de vue de l'apprentissage et devrait être présenté en tenant compte de la capacité de compréhension des élèves.

Le programme de mathématiques du secondaire deuxième cycle comporte trois séquences de cours qui sont : Mathématiques 14 et 24; 13, 23 et 33 et 10, 20 et 30. Il est possible pour les élèves d'être transféré dans un cours d'une autre séquence. Ces séquences de cours correspondent à des aptitudes, aspirations et intérêts différents et sont conçus pour permettre aux élèves de réussir en mathématiques. Le programme de mathématiques reflète également le changement des besoins de la société et donne aux élèves des concepts mathématiques, des habiletés et des attitudes qui seront nécessaires pour faire face aux défis du futur.

OBJECTIFS GÉNÉRAUX

Lorsque les élèves auront terminé leurs cours de mathématiques du secondaire deuxième cycle, on s'attend à ce qu'ils soient compétents en mathématiques. On entend par mathématiquement compétents, la capacité et la volonté que possèdent les élèves à répondre aux demandes de leur monde en utilisant des concepts et des processus mathématiques pour communiquer, raisonner et résoudre des problèmes. De façon plus spécifique, les élèves devront :

- avoir acquis une compréhension des concepts mathématiques de base et avoir développé les habiletés et les attitudes nécessaires pour devenir un membre actif et responsable de la société;

- mettre en application les habiletés et les concepts mathématiques dans des situations réelles;

- avoir développé les habiletés, les concepts et les attitudes qui leur permettront de réussir dans diverses situations mathématiques qu'ils rencontreront dans leurs futures études, dans leurs emplois et dans la vie de tous les jours;

- avoir développé des habiletés, des concepts et des attitudes qui leur permettront d'acquérir des connaissances mathématiques au-delà du niveau d'études secondaires;

- avoir développé un esprit critique et créatif;

- communiquer efficacement des idées mathématiques;

- comprendre de quelle façon les mathématiques peuvent être utilisées pour examiner, interpréter et prendre des décisions dans les affaires humaines;

- comprendre comment les mathématiques peuvent être utilisées dans l'analyse de phénomènes naturels;

- comprendre les rapports et l'interaction entre les différents concepts mathématiques et entre les mathématiques et les autres disciplines;

- comprendre et apprécier la contribution positive que les mathématiques, en tant que science et en tant qu'art, ont apportée à la civilisation et la culture.

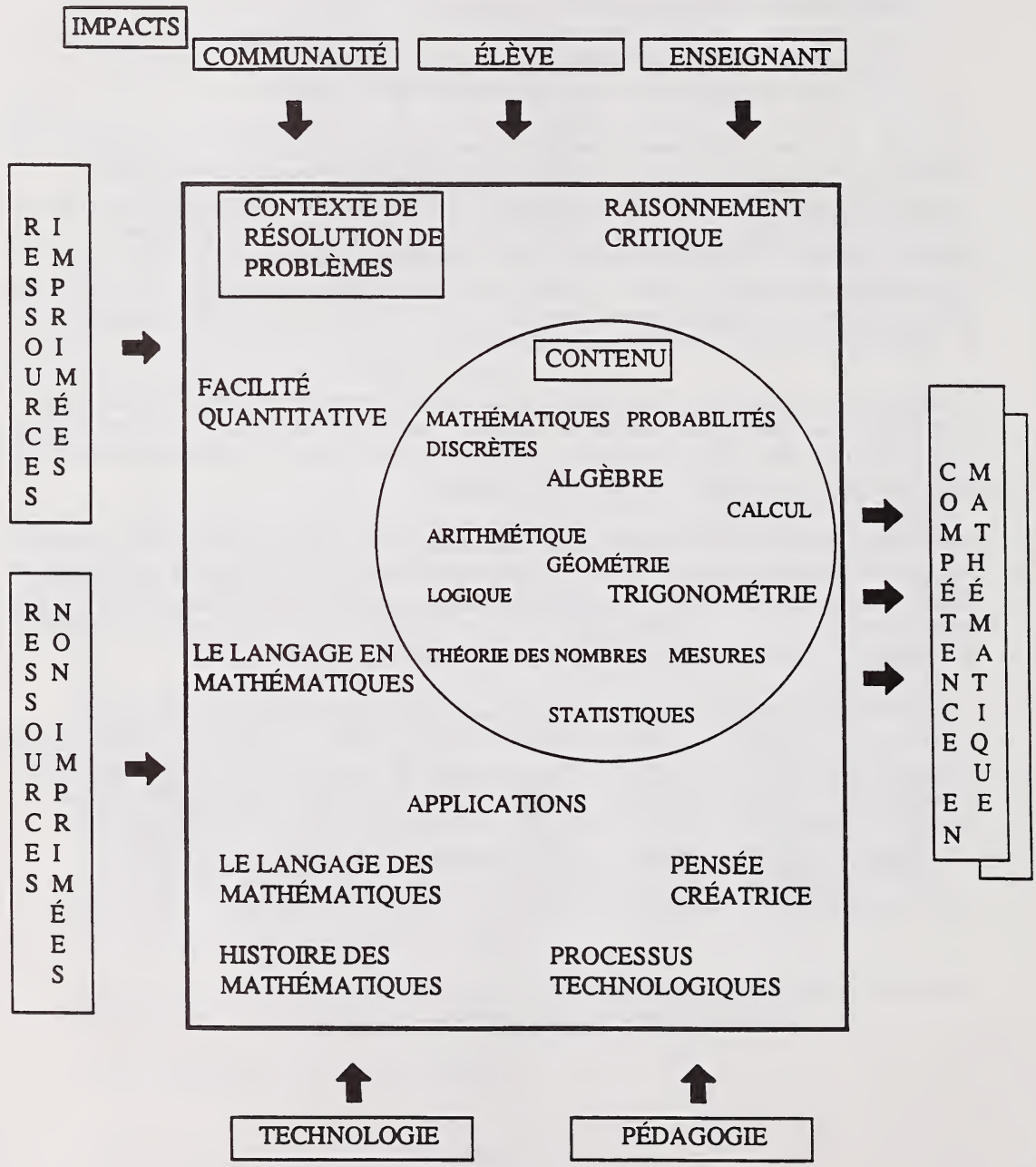
Un modèle général de **compétence en mathématiques** pour les programmes de secondaire deuxième cycle est présenté à la page suivante. Il fait ressortir les facteurs qui influencent l'apprentissage des élèves au fur et à mesure qu'ils deviennent mathématiquement compétents. Le modèle est souple puisque le contenu peut être assimilé dans un contexte de résolution de problèmes qui fait intervenir de nombreux véhicules comme point de convergence de l'apprentissage. Les élèves participant en même temps à des situations d'apprentissage sont influencés, dans ce qu'ils apprennent et dans la façon dont ils apprennent, par des forces qui ont un impact sur eux.

Le **contenu** du programme de mathématiques du secondaire deuxième cycle est l'ensemble des connaissances qui devront être acquises par les élèves. Dans les différents cours de mathématiques du secondaire deuxième cycle, le contenu est élaboré à partir de sujets qui peuvent être placés par catégories dans un ou plusieurs des sections énumérées.

Dans chacun des cours du programme de mathématiques du secondaire deuxième cycle, l'accent sera mis sur la résolution de problèmes. Le **contexte de résolution de problèmes** renvoie aux thèmes directeurs grâce auxquels les objectifs spécifiques pourront être atteints. Les diverses entrées présentées dans le modèle suggèrent un processus qui appartient au contexte de résolution de problèmes, et peuvent ainsi être utilisées comme véhicule d'apprentissage.

Les **effets** sur le contexte de résolution de problèmes sont les habiletés, les attitudes et les expériences que possèdent les élèves et les enseignants concernés, de même que les ressources qui pourront être utilisées lors du processus d'apprentissage. Ils comprennent l'influence exercée par la culture et les croyances de la communauté, telles que reflétées par l'école. L'efficacité que possède le contexte à aider l'élève à acquérir le contenu dépend de la capacité que possède l'enseignant à trouver des éléments ayant une influence sur l'apprentissage d'un élève.

Modèle général de compétence en mathématiques pour les programmes du secondaire deuxième cycle



OBJECTIFS SPÉCIFIQUES

Organisation du programme

La majeure partie de chaque cours de mathématiques au niveau secondaire deuxième cycle comporte des thèmes que tous les élèves qui suivent ce cours doivent acquérir. La matière obligatoire comprend 80 % du cours et contient les concepts, les habiletés et les attitudes que tous les élèves doivent acquérir. La partie obligatoire de tous les cours énonce clairement les attentes spécifiques par rapport à la résolution de problèmes et à l'utilisation de la technologie.

Chaque cours comprend également une partie obligatoire qui constitue 20 % du contenu total et qui est composée de **matière facultative** compatible avec le contenu et les exigences de la partie obligatoire. La raison d'être de cette matière facultative est de fournir des notions théoriques ou des activités expérimentales de renforcement, de rattrapage ou d'innovation. Il ne s'agit pas de fournir aux élèves une accélération ni des équivalences de cours. Toutefois, le renforcement et le prolongement à l'horizontale sont appropriés et les élèves devraient avoir accès à du matériel facultatif qui répond à leurs besoins et à leur intérêts.

Dans le programme de mathématiques du secondaire deuxième cycle, l'évaluation des élèves comportera l'évaluation au niveau des connaissances de tous les objectifs, y compris les concepts, les habiletés et les attitudes, de même que la résolution de problèmes et les objectifs quant à l'utilisation de la technologie.

Structure du programme

Au début de chaque cours, on retrouve une liste des objectifs portant sur les attitudes. Ces attitudes incarnent chez l'élève une attitude ou tournure d'esprit mathématiques pour envisager le monde. Les objectifs portant sur les attitudes devraient être étroitement incorporés au tissu de tout le cours.

Viennent ensuite les objectifs quant à la résolution de problèmes qui exposent toute une variété de procédures, de stratégies, d'applications et de techniques de vérification servant à résoudre les problèmes. Comme le principal objectif de l'étude des mathématiques consiste à apprendre à résoudre des problèmes, les objectifs de résolution de problèmes seront présents dans tous les domaines des objectifs spécifiques. Les élèves doivent posséder le bagage de connaissances nécessaire pour parvenir à atteindre ces objectifs avec succès en utilisant les techniques de résolution de problèmes.

Les unités du cours sont divisées en concepts. Un concept est une notion générale ou abstraite d'exemples spécifiques qui possèdent des propriétés communes ou des relations identifiables entre elles. Les concepts sont présents sous formes de définitions mathématiques, de théorèmes ou d'énoncés de notions ou d'abstractions mathématiques. Dans les programmes d'études, les concepts sont introduits de cette façon « *Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent ...* ».

Pour renforcer chaque concept, on retrouve un certain nombre d'habiletés. Les habiletés sont des moyens intellectuels ou physiques qui seront développés dans le contexte du concept particulier. Dans le programme d'études, les habiletés sont énoncées de cette façon : « *Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit* ».

Les habiletés spécifiquement reliées à l'utilisation de la technologie identifient les sections dans lesquelles les élèves utilisent la calculatrice ou l'ordinateur comme outils leur permettant d'effectuer des calculs, des manipulations ou des représentations graphiques ou qui les aident à analyser les problèmes. Les objectifs de l'utilisation de la technologie sont définis de façon explicite tout au long des objectifs énoncés. Dans de nombreuses situations, une technologie particulière est indiquée pour une certaine recherche ou une analyse. C'est au cours de ces situations que l'utilisation de la technologie donne l'occasion aux élèves d'être critiques et créatifs dans leur raisonnement et dans la façon avec laquelle ils résolvent les problèmes.

Les élèves devront être en mesure d'apprendre comment et quand utiliser une calculatrice et devront démontrer une certaine aptitude pour l'estimation et le calcul mental. Pour utiliser la calculatrice de façon efficace, ils doivent être en mesure de juger le caractère valable d'une réponse et de comprendre l'importance d'émettre un jugement à propos du résultat d'un calcul.

Tout au long des objectifs, on retrouvera les mots vérifier et justifier. Dans le cadre du programme de mathématiques du secondaire deuxième cycle, ces mots seront interprétés de la façon suivante :

- vérifier : déterminer la validité d'une opération, d'une solution, d'une formule ou d'un théorème à l'aide d'exemples qui peuvent être généralisés ou non;

- justifier : justifier la validité d'une opération, d'une solution, d'une formule ou d'un théorème en général et donner des arguments logiques pour chacune des étapes du processus.

Résolution de problèmes

Grâce à l'utilisation de problèmes et d'applications, les élèves seront en mesure de constater qu'il est nécessaire de comprendre certains concepts et d'acquérir une facilité avec certains processus mathématiques, de même qu'il sera nécessaire d'appliquer et de revoir certains concepts et processus enseignés précédemment. L'importance accordée à la résolution de problèmes dans les cours de mathématiques du niveau secondaire est passée de la recherche des réponses aux « problèmes énoncés » routiniers à l'application de concepts mathématiques, d'habiletés et de processus qui permettent de développer et de découvrir les mathématiques à l'aide d'une grande variété de situations de problèmes.

Dans chaque cours du programme de mathématiques du secondaire deuxième cycle, on a intégré la résolution de problèmes qui est d'ailleurs mentionnée explicitement tout au long des objectifs énoncés dans le programme. De plus, les objectifs spécifiques pour la résolution de problèmes sont énoncés au début de chaque cours. Il n'est pas voulu que la résolution de problèmes soit présentée comme des unités d'études : toutefois, à la fin du cours, on s'attend à ce que l'élève ait acquis toutes les habiletés et tous les concepts énoncés dans le programme.

La résolution de problèmes est le point central du développement d'un concept, tout comme les exercices le sont pour une leçon. De la nouvelle matière devrait être présentée comme un problème à résoudre en utilisant les habiletés, les concepts et les processus acquis précédemment. Les enseignants devraient accepter facilement des stratégies non rigoureuses comme la modélisation, le travail à rebours et les simulations. Ils doivent accorder de l'importance au

processus utilisé et au raisonnement dans lequel l'élève s'est engagé, autant qu'à la réponse du problème. Les enseignants devraient se rappeler que ce qui sera considéré comme un problème pour certains élèves, sera vu comme une simple routine par d'autres et devraient être préparés à ce genre de situations afin de mieux adapter leurs présentations et leurs objectifs. Le point le plus important est que l'enseignant doit adopter un comportement modèle lors de la résolution de problèmes; les élèves considéreront que la résolution du problème est importante s'ils sont encouragés par leurs enseignants et par surcroît, s'ils les voient résoudre des problèmes.

Pour tous les niveaux de résolution de problèmes, on devrait enseigner aux élèves comment poser une question et comment analyser le processus de raisonnement qu'ils ont adopté pour traiter les problèmes. On devrait également leur donner l'occasion de le faire. Voici un exercice qui leur donne cette possibilité :

« Les enveloppes d'Albert »

Les élèves travaillent selon trois situations :

1. Un groupe de quatre élèves doit résoudre un problème. Chaque élève reçoit une seule partie de l'information du problème dans une enveloppe. Chaque élève doit expliquer cette partie d'information au groupe. Ce groupe doit :
   a) identifier le « problème »;
   b) planifier une solution;
   c) tenter de mettre le plan en application;
   d) analyser le « plan » et la méthode de solution.
2. Identique à la situation 1, mais avec deux élèves.
3. Les élèves résolvent le problème individuellement.

Au fur et à mesure que les élèves acquerront de l'expérience dans la résolution de problèmes, ils commenceront à utiliser des processus de résolution plus complexe. Ces processus comprennent la formulation et l'analyse d'hypothèses, la détermination de conclusions valides, l'utilisation de processus inductifs et déductifs, ainsi que le développement et l'utilisation d'algorithmes pour mettre en application une situation particulière.

Tout au long du programme d'études, des verbes comme « vérifiez » et « justifiez » seront utilisés. Ces objectifs suggèrent explicitement à l'enseignant qu'un élève devrait posséder les habiletés et les connaissances nécessaires pour réussir avec succès ces attentes en utilisant des techniques de résolution de problèmes. On encourage les enseignants à adhérer à l'esprit de ces objectifs en les traitant comme des problèmes à résoudre. Les élèves assimileront mieux les habiletés ou les concepts si on les encourage à les développer eux-mêmes.

Technologie

Les élèves devront être en mesure d'apprendre comment et quand utiliser une calculatrice et devront démontrer une certaine efficacité dans l'estimation et le calcul mental.

Pour utiliser efficacement une calculatrice, ils doivent être en mesure de juger du caractère valable d'une réponse et de comprendre l'importance d'émettre un jugement à propos du résultat d'un calcul.

Tout au long des objectifs énumérés dans le programme, les applications spécifiques pour la calculatrice et l'ordinateur sont identifiées. Elles définissent explicitement les sections où l'on s'attend à ce que les élèves utilisent la technologie dans leur apprentissage des mathématiques. Plusieurs de ces attentes indiquent qu'un moyen technologique particulier devrait être utilisé pour une certaine recherche ou analyse. C'est au cours de ces situations que l'utilisation de la technologie donne l'occasion aux élèves d'être critiques et créatifs dans leur raisonnement et dans la façon avec laquelle ils résolvent les problèmes.

L'intégration de la calculatrice dans tous les cours du programme de mathématiques de niveau secondaire, pour renforcer l'enseignement, le travail fait en classe et à la maison, de même que pour les évaluations, est essentielle. En utilisant la calculatrice de façon adéquate, le temps auparavant consacré aux calculs peut être utilisé pour la résolution de problèmes.

On devrait accroître l'utilisation de l'ordinateur dans les cours de mathématiques. L'enseignement effectué à l'aide de l'ordinateur permet de présenter les concepts visuellement par l'entremise de graphiques pouvant être manipulés par l'enseignant selon les données indiquées par les élèves. On devrait enseigner aux élèves la façon d'utiliser des logiciels et des programmes simples qui sont écrits pour des applications particulières, d'utiliser la puissance des ordinateurs pour créer des graphiques, organiser, analyser et présenter des données, pour simuler des situations réelles, pour créer et utiliser les algorithmes, de même que pour effectuer des manipulations et des calculs symboliques.

La technologie électronique continuera de jouer un rôle important dans l'enseignement des mathématiques, tant en ce qui concerne la matière enseignée que la façon avec laquelle celle-ci est enseignée. Les enseignants doivent encourager les élèves à utiliser la technologie disponible autant que possible et le mieux possible. Ils doivent adapter leurs techniques d'enseignement et leurs critères d'évaluation afin de refléter ce nouveau type d'enseignement.

PLANIFICATION DE L'ENSEIGNEMENT

Lorsque l'enseignant planifie son cours, il doit commencer par la fin, c'est-à-dire en identifiant ce que les élèves doivent connaître, ce qu'ils doivent être en mesure de faire et ce qu'ils ressentiront une fois l'enseignement dispensé. La planification comprend la spécification du but que les élèves doivent atteindre et l'élaboration des moyens par lesquels l'enseignant pourra contribuer à aider les élèves à atteindre ce but. Les éléments de base de la planification sont :

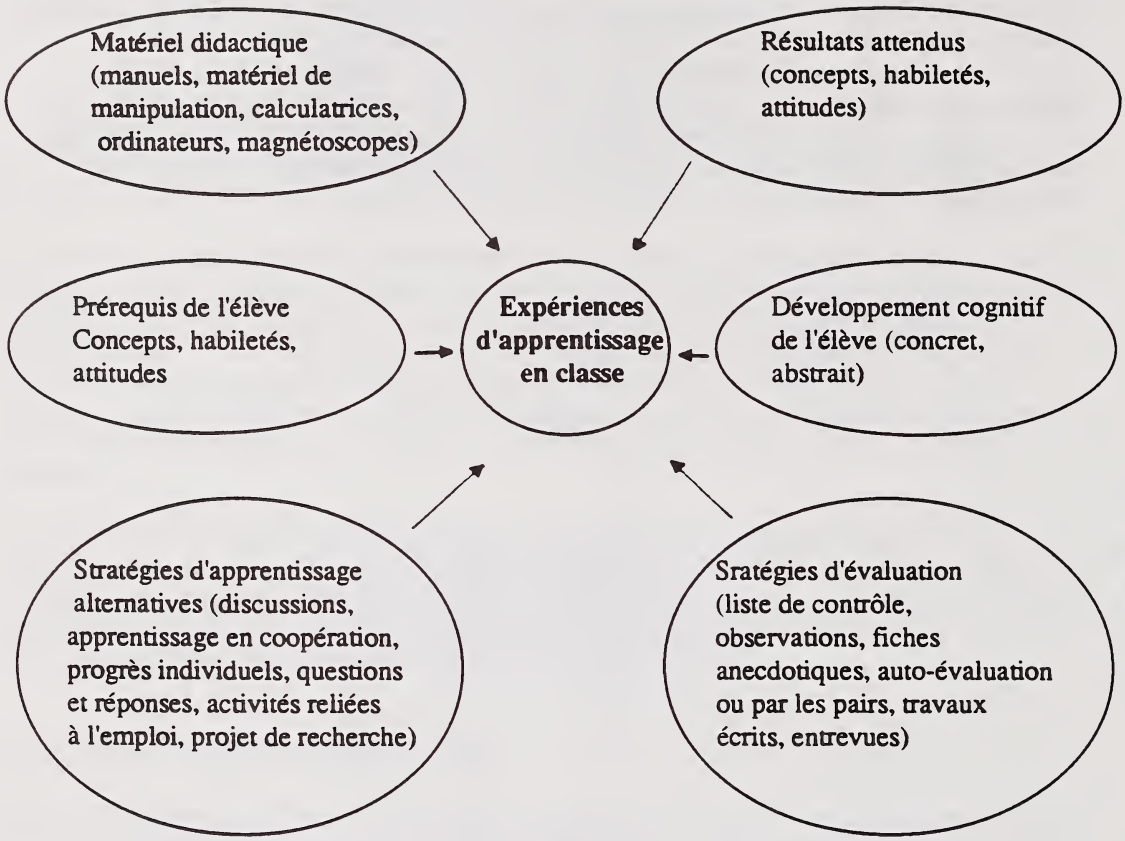
- identifier le but vers lequel les élèves se dirigent (objectifs généraux et spécifiques - concepts, applications et attitudes);
- identifier comment les élèves y parviendront (stratégies d'apprentissage);
- identifier comment vous, en tant qu'enseignant, et les élèves saurez quand les objectifs sont atteints (stratégies d'évaluation).

La planification est une approche systématique qui permet d'intégrer des expériences d'apprentissage pour arriver à atteindre les attentes quant aux concepts, aux habiletés et aux attitudes attendus. Toutefois, le plan d'enseignement n'est fourni qu'à titre de suggestion, et non comme une recette miracle. Il devrait être suffisamment flexible pour permettre à l'enseignant de pouvoir établir un rapport avec les habiletés de l'élève et pour prendre avantage de certaines

occasions d'apprentissage qui peuvent survenir au cours de l'enseignement. L'enseignant doit garder à l'esprit qu'il existe de nombreuses façons d'atteindre le même objectif et que les élèves n'ont pas tous besoin de la même stratégie d'enseignement.

Le plan d'enseignement comprend la matière à être enseignée au cours de l'année, pour chaque unité, ainsi que celle qui sera enseignée quotidiennement. Les éléments qui sont utilisés pour la planification de trois niveaux sont semblables, mais varient dans le nombre de détails. Les éléments à considérer, dans la détermination des expériences d'enseignement que les élèves recevront comprennent : ce que l'on attend de l'élève, l'endroit où l'élève se situe par rapport à ces attentes, les habiletés cognitives de l'élève, le matériel didactique de base et d'appui qui sera utilisé, les stratégies d'apprentissage alternatives et la façon avec laquelle ces enseignements seront évalués.

Éléments de la planification



Lorsque l'enseignant détermine l'ordre dans lequel seront présentés les unités d'apprentissage et les thèmes, il doit prendre en considération la façon avec laquelle ses élèves apprennent et comment sont organisées les ressources choisies. L'ordre de présentation des concepts, des applications et des attitudes dans le programme d'études ne reflète pas nécessairement la façon avec laquelle ceux-ci seront enseignés.

Le plan de l'ensemble du cours et des unités d'apprentissage doit être communiqué aux élèves, aux parents et aux administrateurs. Les plans de cours distribués aux élèves doivent préciser les critères d'évaluation afin de leur permettre de prendre note de leurs propres progrès et ainsi d'éviter toute mauvaise surprise au moment de la réception du bulletin.

Une amélioration de l'apprentissage a été remarquée lorsque les résultats attendus vont de pair avec les expériences d'apprentissage et les méthodes d'évaluation. Lorsque les élèves connaissent le but à atteindre et qu'ils peuvent constater la progression de leur cheminement, leur motivation à travailler est plus grande.

ÉVALUATION DE L'ÉLÈVE

Caractéristiques d'une évaluation efficace de l'apprentissage de l'élève de mathématiques

1. Il doit y avoir un lien étroit et clair entre les exigences, les expériences d'apprentissage en classe et les méthodes d'évaluation.

    - L'activité, le test ou le devoir doit évaluer la capacité que possède l'élève à réussir les exigences énoncées. Si l'activité n'évalue que le contenu global, par exemple, tandis que dans le cours l'importance est mise sur le développement des habiletés de l'élève à analyser, à interpréter et à mettre en application certains concepts, on obtiendra que très peu de renseignements sur la matière maîtrisée par rapport aux exigences. Des situations d'évaluation qui obligent les élèves à répondre à des questions isolées abordées dans les exigences spécifiques ne reflètent pas un programme de mathématiques qui consiste en une intégration des concepts mathématiques et des processus selon une structure courante et significative.

    - Lorsque les outils d'évaluation vont dans la même direction que le programme et l'enseignement dispensé en classe, un message très puissant et cohérent est transmis à l'élève. Ce qui est évalué et la façon avec laquelle l'évaluation est réalisée indiquent très clairement à l'élève ce qui est important dans le cours. Si les exigences énoncées mettent en relief la recherche d'un niveau de raisonnement plus élevé mais que l'évaluation accorde de l'importance sur un ensemble de faits, par exemple, et que l'enseignant fait une lecture de la matière, la plupart du temps les élèves ne sauront pas exactement ce qu'ils doivent apprendre, mais concluront sûrement que l'apprentissage de faits est ce qui est le plus important. Puisque les élèves doivent être en mesure d'utiliser la calculatrice, l'ordinateur et autre matériel de manipulation, ces situations d'évaluation doivent non seulement refléter l'utilisation de ces outils, mais les éléments du test doivent être appropriés pour l'utilisation du matériel disponible.

- L'apprentissage des mathématiques va plus loin que l'apprentissage de concepts, de processus et de leur application. Il comprend également le développement d'une disposition face aux mathématiques et permet de reconnaître les mathématiques comme un moyen puissant de regarder certaines situations. La disposition ne renvoie pas simplement à l'attitude, mais elle comprend également une tendance à penser et à agir de manière positive. La disposition mathématique des élèves est définie par la façon avec laquelle ils abordent leurs problèmes (avec confiance, en démontrant le désir d'explorer les autres possibilités, avec persévérance et intérêt) et par la tendance d'influencer leur propre façon de penser. C'est en observant les élèves pendant qu'ils tentent de résoudre des problèmes qu'on peut connaître les dispositions mathématiques des élèves.

- Il y a concordance en autant que l'évaluation reflète l'accent indiqué dans ;e programme d'études. Si une méthode d'évaluation, par exemple, comporte un grand nombre de questions où l'élève doit factoriser un trinôme et contient quelques questions de résolution de problèmes, cette méthode possède très peu de concordance avec un programme où l'accent est mis sur la résolution de problèmes et le raisonnement.

2. On doit utiliser des méthodes d'évaluation diversifiées afin de recueillir de l'information sur l'apprentissage de l'élève.

   - L'apprentissage est un processus complexe qui s'opère de diverses façons, à des niveaux différents. Dans les situations d'évaluation, on devrait retrouver différents raisonnements mathématiques, tout comme on devrait présenter les mêmes concepts ou procédés mathématiques dans différents contextes, sous différentes formes et avec des situations de problèmes diversifiées. Puisque les programmes d'études en mathématiques encourage un enseignement par la recherche, en mettant la résolution de problèmes en relief en tant que moyen par lequel les mathématiques seront apprises et mises en application, l'évaluation doit couvrir différents aspects d'un seul concept, utiliser des procédures dans des contextes diversifiés et doit demander aux élèves de démontrer qu'ils ont assimilé les connaissances.

   - Il n'existe aucune méthode d'évaluation qui, à elle seule, peut donner toute l'information dont l'enseignant a besoin pour faire le bilan de ce que les élèves ont appris et la façon avec laquelle ils apprennent. La qualité d'un jugement des connaissances acquises par rapport aux objectifs énoncés est liée à la cohérence des résultats provenant d'un nombre de sources différentes. Lorsqu'un élève démontre une performance semblable au cours de différentes méthodes d'évaluation, l'enseignant peut avoir confiance dans le jugement qu'il fera de cet élève.

3. L'évaluation de l'élève nécessite une planification particulière et le développement de critères d'évaluation appropriés.

   - L'évaluation fait partie de la planification; elle ne doit pas être prise en considération après l'enseignement de la matière. On devait inclure des méthodes d'évaluation tout au long de la planification et de l'enseignement de la matière.

L'évaluation fait partie intégrante du processus d'enseignement, elle ne doit donc pas en être séparée ou lui être ajoutée par la suite.

- Avant le début de l'enseignement d'une partie du programme (travail pour l'année, unité d'apprentissage ou travail quotidien), l'enseignant doit déterminer le niveau de connaissance maîtrisé par les élèves pour les concepts, les habiletés et les attitudes prérequis.

- Durant sa planification, l'enseignant doit déterminer ce qu'il considérera comme preuve que les objectifs énoncés dans l'unité on été atteints par les élèves. Une partie de cette planification consiste à déterminer le niveau standard de réussite que l'enseignant est prêt à accepter. (Reportez-vous à la section traitant sur les normes).

- En passant en revue les résultats d'une évaluation, l'enseignant pourrait alors décider de modifier ses stratégies d'enseignement.

- Un plan d'évaluation sur l'évolution des élèves à long terme devrait être élaboré et distribué aux élèves, aux parents et aux administrateurs au début de l'année scolaire. Ce plan devrait indiquer la façon avec laquelle le bulletin de l'élève et la note finale seront déterminés et comprendre une description des diverses composantes qui y seront présentées et l'importance relative de chacune de ces composantes.

4. L'évaluation des élèves devrait déterminer les diverses méthodes d'évaluation qui seront utilisées.

   - L'évaluation des performances de l'élève est utile dans bien des cas : elle permet d'identifier les niveaux de difficulté pour chaque élève, elle permet de recueillir des données qui serviront à la planification de l'enseignement, elle permet d'assigner des niveaux de réussite ou d'évaluer un programme. Le but de l'évaluation devrait déterminer les types de questions à poser, les méthodes à employer et l'utilisation faite à partir de l'information obtenue.

   - L'élève, l'enseignant, le directeur de l'école et le public en général désirent tous différents types d'informations, car ils désirent obtenir des réponses à des questions différentes. Les résultats provenant d'un test standardisé des connaissances mathématiques en général, par exemple, n'est pas nécessairement approprié pour mesurer l'efficacité d'un programme d'étude spécifique. Les tests de rendement standardisés servent à mesurer la position où se situe un élève, par rapport à une population, et ils doivent maximiser les différences qui existent parmi les élèves lorsque l'on mesure les éléments communs de leur apprentissage. De même que ces tests reflètent les connaissances générales d'un élève et ses connaissances acquises antérieurement, ils ne mesurent donc pas nécessairement le niveau d'apprentissage qu'il a atteint grâce à l'enseignement dispensé par l'enseignant.

5. L'évaluation doit être continue.

- Durant leur enseignement, les enseignants émettent continuellement des jugements à propos des progrès réalisés par les élèves. Comme les enseignants travaillent avec les élèves, ils prennent des décisions sur l'enseignement en se basant sur les informations fournies par les élèves. Lorsque les enseignants parlent, ils balaient les élèves d'un regard afin de voir s'ils ont saisi ses paroles, ils posent des questions afin de déterminer si les élèves ont compris la matière, ils écoutent parler les élèves afin de voir s'ils arrivent à verbaliser ce qu'ils étudient, ils regardent les élèves travailler ensemble sur un problème. Ces observations informelles permettent souvent de constater ce que pensent les élèves et peuvent fournir une importante source d'informations qui permettra de prendre des décisions par rapport à l'enseignement donné.

- Les différentes approches utilisées pour évaluer les performances des élèves doivent tenir compte de la croissance et du développement de chaque élève, afin que l'enseignant puisse déterminer un programme approprié et y apporter des changements lorsque nécessaire.

- La richesse des données recueillies lorsque diverses méthodes d'évaluation sont utilisées devrait permettre aux enseignants, avec le temps, d'émettre des jugements sur les progrès réalisés par les élèves et ils peuvent alors communiquer ces informations aux autres.

6. Les méthodes d'évaluation doivent être souples et permettre de fournir de l'information aux élèves et aux parents, de même qu'aux enseignants.

- L'évaluation doit être considérée comme une activité faisant partie de l'enseignement et non comme une charge additionnelle.

- Chaque période de cours est une occasion pour donner une forme d'évaluation formelle dont les résultats seront compilés. Cela ne signifie toutefois pas qu'il est nécessaire d'évaluer tous les élèves à chaque activité ou période de cours. Un système de rotation devrait être utilisé.

- Il est souhaitable d'utiliser des techniques d'évaluation (comme une liste d'observation, des entrevues) qui sont facilement et rapidement applicables pendant que les élèves s'affairent à leurs activités.

- Des registres détaillés et précis incluant des commentaires anecdotiques devraient être conservés de façon à s'avérer significatifs pour les élèves et les parents.

- On devrait encourager les élèves à se pencher sur leurs progrès personnels. Les activités d'évaluation devraient leur donner l'occasion d'en apprendre plus sur les mathématiques et sur eux-mêmes.

Normes d'évaluation

En éducation, les normes sont des énoncés qui communiquent de façon claire et concise le niveau de réussite à atteindre en fonction des objectifs spécifiques. Les normes déterminent à quel niveau les objectifs énoncés doivent être acquis pour qu'ils soient considérés comme une réussite ou à quel niveau les élèves doivent connaître le contenu du cours et quelles sont les habiletés qu'ils doivent posséder pour réussir ce cours. Les attentes énoncées mettent en relief ce que les élèves doivent apprendre. Les normes énoncées établissent jusqu'à quel niveau ces attentes doivent être acquises.

Il arrive souvent que les enseignants n'établissent pas consciencieusement les énoncés des normes, mais chaque enseignant se doit d'établir le degré de difficulté d'un test ou d'un travail, la quantité de travaux à faire à la maison qu'ils attendent des élèves, de même qu'établir ce qu'ils considèrent comme satisfaisant pour la classe et les travaux donnés. Pour établir ses normes, l'enseignant se fie à son expérience d'enseignement, sa formation, sur l'expérience des autres enseignants, sur le niveau des objectifs énoncés dans le matériel didactique de base et sur la réaction des élèves.

Afin d'être juste, chaque élève de la province qui réussit avec 50 % dans un cours de mathématiques de 11e année doit rencontrer les mêmes normes de réussite que tout autre élève qui a obtenu 50 % dans le cours. Fréquemment, la cohérence entre les classes et les écoles de la province provient de l'expérience commune qui existe entre les enseignants. Alberta Education a l'intention d'aider les enseignants à établir les normes en mathématiques. L'automne dernier, la Student Evaluation Branch a envoyé un exemple des énoncés des normes à suivre pour le cours de Mathématiques 30 dans le Mathematics and Sciences Bulletin 1989-1990 School Year. On s'attend à ce que les programmes d'études pour les cours de Mathématiques 30 et 33 contiennent des énoncés sur les normes à suivre.

Stratégies d'évaluation

ENTREVUE

Une entrevue planifiée avec un élève ou un groupe d'élèves constitue une technique efficace qui permet d'estimer le niveau de connaissances, de compréhension, la façon de pensée et l'attitude, de même que les habiletés de communication (verbales par rapport aux habiletés non verbales). Elle permet également de connaître les intérêts personnels de chacun. Une entrevue bien dirigée donne aux élèves l'occasion de constater ce qu'ils ont appris.

L'entrevue doit toujours avoir un but précis connu de l'enseignant et des élèves et doit être planifiée à l'avance. L'enseignant doit se

préparer à poser des questions supplémentaires qui guident la discussion, afin de juger de la compréhension ou des fausses conceptions.

Une entrevue avec un seul élève peut servir à évaluer cet élève, tandis que l'entrevue avec un petit groupe peut être utilisée pour juger de l'efficacité d'enseignement et pour renforcer les concepts et les techniques.

OBSERVATION

Les enseignants observent tout le temps. Lorsque les observations sont notées, elles deviennent alors une méthode d'évaluation plus efficace. Les observations documentées fournissent souvent les données de base qui permettent d'analyser et d'émettre un jugement, de même que contribuer à prendre les décisions en ce qui concerne le rattrapage ou l'enrichissement.

Contrairement à l'entrevue, l'observation est une stratégie d'évaluation passive. Les enseignants observent les élèves travailler et recherchent des comportements ou des résultats spécifiques. On peut noter ces observations à l'aide d'une liste de contrôle ou d'un relevé de faits anecdotiques. On pourra alors retrouver certains éléments, comme la compréhension de concepts ou de généralisation (lorsque les élèves utilisent certains outils de travail ou lors de discussions en groupe par exemple), l'enthousiasme, le désir de participer, l'échange d'idées, la persévérance et l'indépendance.

LISTE DE CONTRÔLE

Une liste de contrôle est une stratégie de documentation que l'on utilise en conjonction avec d'autres stratégies d'évaluation. Ces listes de contrôle peuvent être facilement créées et adaptées aux besoins de la situation. En règle générale, on établit une liste directrice indiquant les comportements ou les résultats désirés d'un côté et, de l'autre côté, une liste d'évaluation, les niveaux d'habiletés ou des commentaires d'évaluation. Lorsque l'enseignant aura à noter un type de comportement particulier, il n'aura qu'à identifier la colonne qui évalue ce comportement.

Les listes de contrôle se prêtent très bien à la documentation de certains éléments du programme comme la compréhension des concepts, l'utilisation des outils de travail, la maîtrise des connaissances, des habiletés ou des objectifs, les habitudes de travail, l'organisation des applications à effectuer, les stratégies de résolution de problèmes et applications à faire en groupe.

REGISTRE DE FAITS ANECDOTIQUES

Le registre des faits anecdotiques renvoie à l'information spontanée que l'on recueille suite à un comportement, un effort, une réussite, des attitudes, des changements de performance, des habiletés sociales ou de communication qui sont dignes de mention. Ces registres devraient être tenus sous forme de journal hebdomadaire ou quotidien, sous forme de dossier individuel; ils pourraient avoir une place spécifique dans le livre réservé aux notes ou dans un classeur commun qui soit à recueillir une collection de notes sur une courte période de temps.

Les registres de faits anecdotiques fournissent des renseignements spécifiques et datés pouvant servir de base aux conclusions et aux évaluations. Ces registres s'avèrent souvent fort utiles pour clarifier les évaluations et donner de la crédibilité aux observations et aux

recommandations présentées lors de rencontres avec les élèves, les parents ou les enseignants.

ÉVALUATION ÉCRITE

L'évaluation traditionnelle à choix multiples et à questions à répondre fait partie de cette catégorie.

Deux autres sortes d'évaluations écrites peuvent être utilisées. La première consiste en un projet de recherche, dans lequel les élèves doivent travailler sur un point en particulier. La technique d'évaluation et le système de point utilisé dans ce cas ressemblent à ceux utilisés en français ou en études sociales.

La seconde méthode d'évaluation est le diagnostic écrit. Des évaluations écrites qui répondent à des questions mathématiques spécifiques, écrites dans un style expressif, ont démontré beaucoup de succès comme outils de diagnostic en mathématiques. Les réponses écrites obligent souvent les élèves à examiner leur propre compréhension de certains concepts et informent les enseignants sur la véritable compréhension que les élèves possèdent de ces concepts. Les réponses écrites donnent un aperçu du niveau de compréhension des élèves et de leur raisonnement. On peut par exemple demander aux élèves de donner un exemple non mathématique de la règle de l'opposé (a - + b = a + - b). Cette réponse donnera à l'enseignant plus d'informations en ce qui concerne la compréhension des élèves que ne le feraient 10 questions mathématiques du genre 3 - 4 = _____. On peut consigner les réponses écrites dans un journal de l'élève ou dans un journal de bord. Ce type de questions peut être donné sur une base régulière (une ou deux fois par semaine) ou être donnés sous forme de test.

ÉVALUATION EN GROUPE ET AUTO-ÉVALUATION

En demandant aux élèves de participer à une évaluation, ils deviennent alors engagés dans leur propre apprentissage. Dans l'auto-évaluation, l'élève réfléchit sur son apprentissage personnel et peut alors établir ses propres objectifs dans le but de s'améliorer. La capacité de s'auto-évaluer devient importante lorsque l'élève quitte l'environnement de la classe. Des conférences peuvent traiter de l'auto-évaluation. L'enseignant peut initier efficacement les élèves à l'auto-évaluation. (Comment as-tu réussi à résoudre ce problème ? Quels arguments peuvent appuyer ta solution ?)

Dans l'évaluation en groupe, l'élève découvre l'importance des travaux en mathématiques qui lui sont donnés et ce type d'évaluation lui permet de développer un sens d'appréciation de l'esprit d'équipe dans la résolution de problèmes. Des listes de contrôle sont utiles pour noter les résultats des évaluations en groupe ou ceux des auto-évaluations.

Pour obtenir des exemples d'évaluation destinés aux élèves, reportez-vous à l'annexe C.

L'ÉCRIT EN MATHÉMATIQUES

La communication tant écrite qu'orale joue un rôle crucial dans la mise en place de ce programme de MATHÉMATIQUES. Les élèves ne devraient pas seulement avoir l'occasion d'échanger leurs idées lorsqu'ils travaillent en groupe pour résoudre des problèmes, mais ils doivent également avoir l'occasion d'exprimer leurs idées par écrit.

L'écrit mathématiques demande aux élèves de réfléchir sur leur raisonnement, améliorant ainsi leur développement cognitif. L'écrit aide également l'enseignant; plus que le simple fait de répondre aux questions, elle révèle le niveau de compréhension de l'élève. Puisque vous aurez une bonne idée de l'endroit « où » sont rendus les élèves (dans leur compréhension), vous aurez un bagage d'informations nécessaire pour planifier des leçons de MATHÉMATIQUES qui encouragent le raisonnement et la compréhension.

Le type d'écrit (celui qui décrit l'état d'esprit et le raisonnement) sera nouveau pour les élèves. Par ce fait, les élèves devront consacrer du temps pour aller « au-delà de la bonne réponse ». L'importance accordée à l'écrit permettra aux élèves d'atteindre l'objectif de la compétence en mathématiques qui préconise le raisonnement et la compréhension sur la « façon » dont les problèmes sont résolus.

Pour obtenir plus d'informations et des exemples d'écriture mathématiques au niveau du secondaire, reportez-vous à l'annexe D.

SÉQUENCE DES COURS

Afin de répondre aux différents besoins, aux champs d'intérêt et aux habiletés des élèves, le programme de mathématiques au secondaire deuxième cycle est constitué de quatre séquences. Dans chacune de ces séquences, on vise le développement de la compétence en mathématiques comme but premier et on présente un programme dont le contenu est axé sur le contexte de résolution de problèmes.

MATHÉMATIQUES 16 ET 26

Les cours de mathématiques 16 et 26 sont destinés aux élèves du programme d'intégration professionnelle. Suite à la réussite de ce cours, les élèves auront acquis les connaissances mathématiques nécessaires à l'obtention du Certificat de réussite.

MATHÉMATIQUES 14 ET 24

Les cours de mathématiques 14 et 24 sont destinés aux élèves dont les besoins, les habiletés et les champs d'intérêt sont axés sur la compréhension mathématique de base. L'accent est mis sur l'acquisition d'habiletés pratiques et permet aux élèves de parfaire leurs habiletés mathématiques. Les élèves qui réussissent avec succès le cours de Mathématiques 24 décideront alors d'entrer sur le marché du travail ou de choisir un programme parmi ceux qui leurs seront accessibles. Les exigences en mathématiques pour l'obtention du Diplôme général d'études secondaires sont : Mathématiques 14 et Mathématiques 24.

MATHÉMATIQUES 13, 23 ET 33

Les cours de mathématiques 13, 23 et 33 comprennent des parties de l'algèbre, de la géométrie, de la trigonométrie, des statistiques et des mathématiques destinées aux consommateurs. Cette séquence est conçue pour les élèves qui veulent fréquenter un collège communautaire ou technique, une école de métiers ou faire leur entrée sur le marché du travail. Lorsque les élèves ont réussi avec succès les cours de Mathématiques 23, ils ont acquis les connaissances mathématiques nécessaires à l'obtention du Diplôme général d'études secondaires.

MATHÉMATIQUES 10, 20 ET 30

Les cours de mathématiques 10, 20 et 30 sont conçus pour les élèves qui démontrent des aptitudes et un intérêt pour les mathématiques et qui ont l'intention de poursuivre des études postsecondaires dans une université ou dans un programme de mathématiques intensif offert par un institut de technologie ou par un collège. Les cours de Mathématiques 10, 20 et 30 mettent l'accent sur le développement théorique des matières, comme l'algèbre, la géométrie, la trigonométrie et les statistiques, jusqu'à l'obtention d'un niveau de connaissances acceptables qui puisse permettre d'accéder à des études universitaires ou à d'autres programmes offerts par différentes institutions postsecondaires. Lorsque les élèves ont réussi avec succès le cours de Mathématiques 30, ils auront acquis les connaissances mathématiques nécessaires à l'obtention du Diplôme supérieur d'études secondaires.

MATHÉMATIQUES 31

Ce cours de mathématiques 31 est destiné aux élèves avancés démontrant une grande motivation et qui désirent prendre un premier cours axé sur le calcul différentiel et sur les vecteurs. Le cours de Mathématiques 30 est un préalable ou doit être suivi en même temps.

TRANSFERT ENTRE LES SÉQUENCES DE COURS

En raison de leurs intérêts, de leurs besoins et de leurs habiletés, les élèves qui débutent leurs études secondaires auront peut-être choisi de débuter leur éducation mathématique en prenant un des cours de 10e année. Certains élèves désireront peut-être compléter un cours de base en 10e année de mathématiques afin d'augmenter leurs chances de réussite dans un cours plus avancé. La multitude de transferts de cours possibles permet aux élèves de changer de séquence de cours, lorsque nécessaire, pour accéder à un niveau de difficulté approprié.

Un élève qui réussit un cours avec une note égale ou supérieure à 50 % devient éligible pour prendre le cours suivant de la même séquence.

Le conseil scolaire devrait posséder une certaine ligne de conduite qui énonce clairement les critères que l'élève doit rencontrer lorsqu'il désire changer son cheminement de programme.

Lorsque vient le temps de conseiller un élève sur les changements de séquences qui lui sont possibles, certaines circonstances doivent être prises en considération :

- les habiletés de l'élève et sa motivation;
- les choix doivent être faits dans le meilleur intérêt de l'élève;
- les jugements doivent être émis sur une base individuelle et non par rapport à une classe entière.

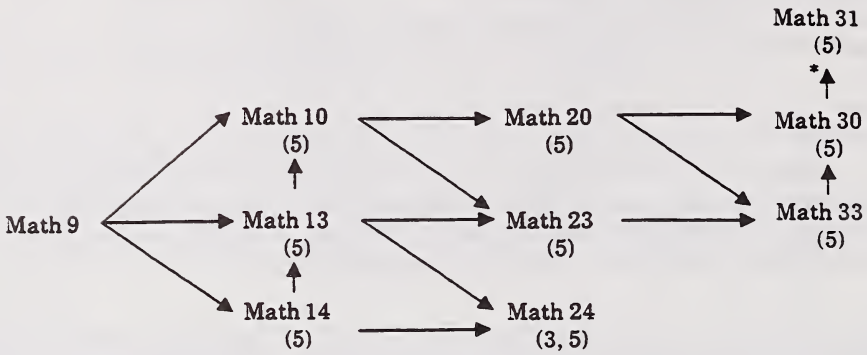
Lorsqu'un élève passe de la séquence 10, 20 et 30 à la séquence 13, 23 et 33, ou de la séquence 13, 23 et 33 à la séquence 14 et 24, il devrait suivre un cours de niveau plus élevé (par exemple : de Mathématiques 20 à Mathématiques 33 ou de Mathématiques 13 à Mathématiques 24). Lorsqu'un élève passe à une séquence moins exigeante, le directeur peut alors modifier les préalables pour les élèves qui ont obtenu une note inférieure à 50 %.

Lorsqu'ils auront réussi le cours de Mathématiques 33, certains élèves désireront peut-être suivre le cours de Mathématiques 30, afin de se qualifier pour l'obtention du Diplôme supérieur d'études secondaires. Les élèves qui envisagent ce transfert doivent être au courant des exigences que ce cours demande et doivent être en mesure de démontrer un certain niveau de réussite dans le cours de Mathématiques 33 afin de maximiser leurs possibilités de réussite dans le cours de Mathématiques 30. Même si cela est moins fréquent, il y aura peut-être certains élèves qui désireront suivre le cours de Mathématiques 20 après avoir suivi Mathématiques 23, ou Mathématiques 13 après Mathématiques 14, ou encore qui désireront suivre le cours de Mathématiques 24 après avoir suivi le cours de Mathématiques 26. Le directeur de l'école devra alors modifier son barème de préalables pour les élèves qui désirent effectuer ce type de transfert. Le élèves qui ont obtenu des crédits dans un cours de niveau inférieur ne sont pas éligibles aux crédits accordés dans les cours où les préalables n'ont pas été respectés. Les élèves qui complètent la séquence 13, 23 et 33, par exemple, et qui réussissent avec succès le cours de Mathématiques 30, ne sont pas éligibles aux crédits accordés pour les cours de Mathématiques 10 ou 20, dont les préalables n'ont pas été respectés, à moins de suivre le cours.

Pour en savoir davantage sur les transferts entre séquences de cours et sur les crédits rétroactifs accordés, reportez-vous au *Guide de l'éducation : Manuel du secondaire deuxième cycle 1992-1993*.

Les programmes développés à l'échelle provinciale ont été conçus pour permettre le transfert entre les séquences de cours à des points particuliers. Dans le diagramme ci-dessous, les préalables normaux sont indiqués par une ligne pleine et les transferts recommandés par une ligne pointillée. Pour des raisons particulières, certains élèves peuvent effectuer un transfert à d'autres points dans le programme d'études. Toutes les décisions à propos du transfert d'un élève entre deux séquences de cours seront prises à l'école même, puisque c'est là qu'il est possible de déterminer ce qui est préférable pour le meilleur intérêt de l'élève.

Cours du secondaire deuxième cycle - Séquences de cours



Le cours de Math 30 est un préalable ou doit être suivi en même temps que Math 31.

(valeurs des crédits indiquées entre parenthèses)

MATÉRIEL DIDACTIQUE

Introduction

Il existe trois catégories de matériel didactique : de base, d'appui et autre matériel didactique. Ces catégories comprennent les ressources imprimées et non imprimées, ainsi que les logiciels pouvant être utilisés par les enseignants ou les élèves dans le but de faciliter l'enseignement ou l'apprentissage.

Matériel didactique de base

Le matériel didactique de base pour l'élève désigne les ressources autorisées par Alberta Education qui permettent d'atteindre la majorité des objectifs d'apprentissage reliés à un cours ou à des composantes importantes d'un ou de plusieurs cours, ou qui permettent d'atteindre les objectifs d'apprentissage généraux reliés à au moins deux années d'enseignement d'une matière faisant partie des Programmes d'études du Ministère. Ces ressources comprennent le matériel imprimé et audiovisuel de même que les didacticiels et les objets à manipuler.

Matériel didactique d'appui

Le matériel didactique d'appui pour l'élève désigne les ressources autorisées par Alberta Education qui permettent d'atteindre certains objectifs d'apprentissage reliés à un cours ou à des composantes d'un ou de plusieurs cours, ou qui contribuent à l'atteinte des objectifs d'apprentissage généraux reliés à au moins deux années d'enseignement d'une matière faisant partie des Programmes d'études du Ministère. Ces ressources comprennent le matériel imprimé et audiovisuel de même que les didacticiels et les objets à manipuler.

Autre matériel didactique

Cette catégorie de ressources est celle que Alberta Education considère comme étant susceptible d'aider l'enseignant à mettre en oeuvre un cours ou un programme. Toute fois ces ressources n'ont pas été évaluées par Alberta Education. Le Ministère ne se tient pas responsable de l'utilisation de ces ressources avec les élèves. Un énoncé de non-responsabilité apparaît dans les documents d'appui lorsque ces ressources sont mentionnées.

Les ressources suivantes servent à appuyer les cours de Mathématiques 10, 13 et 14. Les abréviations pour les ressources tirées du guide d'enseignement sont notées entre parenthèses. Une description des ressources d'appui et autres ressources est donnée à l'annexe B.

MATHÉMATIQUES 10

Drolet M. et Rochette H., *Mathématique Soleil 3*. Guérin (MS3)

Dallaire R. et autres, *Mathématique Soleil 4*. Guérin (MS4)

Dallaire R. et autres, *Mathématique Soleil 4*, option I, tome 1. Guérin (MS4, 01, T1)

Doré J. et autres, *Mathématique Soleil 4*, option I, tome 2. Guérin (MS4, 01, T2)

Doré J. et autres, *Mathématique Soleil 5*, option II, tome 1. Guérin (MS5, 02, T1)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS 3. HRW (BMS3)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS, module 4A. HRW (BMS, 4A)

Assouline J. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS, module 4C. HRW (BMS, 4C)

Assouline J. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS, module 4D. HRW (BMS, 4D)

Labrie Jean-Marie, Collection Mathématique d'un infini à l'autre, *Troisième secondaire*. Les Entreprises Culturelles enr. (INF3)

Labrie Jean-Marie, Collection Mathématique d'un infini à l'autre, *Mathématiques 434*. Les Entreprises Culturelles enr. (INF, M434)

Bourget B. et autres, *Mathématique 064-424*, Lidec inc. (M064-424)

MATHÉMATIQUES 13

Drolet M. et Rochette H., *Mathématique Soleil 2*. Guérin (MS2)

Drolet M. et Rochette H., *Mathématique Soleil 3*. Guérin (MS3)

Dallaire R. et autres, *Mathématique Soleil 4*. Guérin (MS4)

Dallaire R. et autres, *Mathématique Soleil 4*, option I, tome 1. Guérin (MS4, 01, T1)

Doré J. et autres, *Mathématique Soleil 4*, option I, tome 2. Guérin (MS4, 01, T2)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS 2. HRW (BMS2)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS 3. HRW (BMS3)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS, module 4A. HRW (BMS, 4A)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS, module 4B. HRW (BMS, 4B)

Assouline J. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS, module 4C. HRW (BMS, 4C)

Assouline J. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS, module 4D. HRW (BMS, 4D)

Labrie Jean-Marie, Collection Mathématique d'un infini à l'autre, *Troisième Secondaire*. Les Entreprises Culturelles enr. (INF3)

Labrie Jean-Marie, Collection Mathématique d'un infini à l'autre, *Mathématique 434*. Les Entreprises Culturelles enr. (INF, M434)

Bourget B. et autres, *Mathématique 064-424*, Lidec inc. (M064-424)

Beauregard Manon, *Pense ... et compte ! 2*. Édition FM (PC2)

MATHÉMATIQUES 14

Drolet M. et Rochette H., *Mathématique Soleil 2*. Guérin (MS2)

Drolet M. et Rochette H., *Mathématique Soleil 3*. Guérin (MS3)

Dallaire R. et autres, *Mathématique Soleil 4*. Guérin (MS4)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS 2. HRW (BMS2)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS 3. HRW (BMS3)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS, module 4A. HRW (BMS, 4A)

Breton G. et autres, *Mathématique au Secondaire*, BMS, module 4B. HRW (BMS, 4B)

Beauregard Manon, *Pense ... et compte ! 2*. Édition FM (PC2)

Beauregard Manon, *Pense ... et compte ! 3*. Édition FM (PC3)

COMMENT UTILISER LE GUIDE D'ENSEIGNEMENT

Le guide d'enseignement vise à aider les enseignants dans la conception des cours de Mathématiques 10, 13 et 14. Il est spécialement conçu pour être utilisé de façon régulière. Les principales composantes du guide sont décrites ci-dessous.

CONCEPT 1

L'encadrement du concept comprend les objectifs spécifiques d'apprentissage tirés du programme d'études.

REMARQUES

La section **remarques** comprend des commentaires qui permettent de clarifier les objectifs d'apprentissage énoncés. Elle donne un aperçu de la matière que les élèves peuvent avoir étudiée dans les cours précédents et elle fournit des renseignements concernant la matière qui peut s'avérer superflue. On y retrouve également des exemples aidant à cerner le contenu.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Cette section comporte des suggestions d'activités et des exemples de problèmes qui sont pertinents aux objectifs d'apprentissage énoncés. Elle donne également des références tirées de divers ouvrages ou publications qui peuvent aider à atteindre les objectifs énoncés dans les objectifs d'apprentissage. Parfois, on retrouvera des problèmes ou des activités qui s'appliquent aux objectifs d'apprentissage énoncés; ceux-ci seront accompagnés d'un nombre (**Activité** ou **Problème 2.2** par exemple : cette activité ou ce problème correspond à l'objectif d'apprentissage 2.2). Si la remarque est précédée du mot « Activité » ou « Problème », elle se rapporte alors à la totalité du concept.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Cette section comporte des suggestions d'exercices spécifiques à réaliser à l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur, de programmes sur vidéocassettes ou de logiciels autorisés.

APPROFONDISSEMENT DE L'ENSEIGNEMENT

On retrouve quelquefois des suggestions visant à approfondir l'enseignement. Ces suggestions comprennent des problèmes et des activités qui sont des approfondissements des objectifs d'apprentissage énoncés.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

Cette section fait la corrélation entre les ressources de base et d'appui et le programme d'études pour les cours de Mathématiques 10, 13 et 14.

MATHÉMATIQUES 10

DEGRÉS D'IMPORTANCE DES COMPOSANTES DU PROGRAMME

Matière obligatoire

La majeure partie du contenu des cours de mathématiques de niveau secondaire est composée de sujets qui sont obligatoires pour tous les élèves. La **matière obligatoire** représente 80 % du cours et comprend les concepts, les habiletés et les attitudes que tous les élèves doivent posséder et apprendre. De plus, la matière obligatoire comprend la maîtrise de certaines méthodes particulières de résolution de problèmes et d'utilisation de la technologie.

Matière facultative

Chaque cours comprend également une partie qui constitue 20 % du contenu total et qui est composée de **matière facultative** compatible avec le contenu et les exigences de la partie obligatoire. La raison d'être de cette matière facultative consiste à permettre d'introduire des notions théoriques ou des activités expérimentales d'enrichissement, de rattrapage ou d'innovation. Il ne s'agit pas de fournir aux élèves une accélération ni des équivalences de cours. L'approfondissement horizontal et l'enrichissement toutefois indiqués et des ouvrages facultatifs répondant aux exigences et aux intérêts des élèves doivent être mis à leur disposition.

Degré d'importance suggéré (en %) pour la matière obligatoire de Mathématiques 10

Unité d'apprentissage	Degré d'importance suggéré (en %)
Ensembles de nombres	10
Opérations sur les polynômes	15
Factorisation des polynômes	14
Équations et inégalités	10
Géométrie analytique et graphiques	20
Systèmes d'équations linéaires	10
Statistiques	10
Trigonométrie	11

ENSEMBLE DE NOMBRES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 10 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les nombres rationnels sont des nombres qui peuvent être écrits sous forme a/b, pour a, $b \in Z$ et $b \neq 0$, et que ceux-ci présentent des caractéristiques uniques.	Les élèves devront être en mesure de reconnaître des décimales périodiques ou limitées comme nombres rationnels. Les élèves devront être en mesure de convertir des fractions en décimales et en pourcentages. Les élèves devront être en mesure de convertir des décimales limitées en fractions et en pourcentages. Les élèves devront être en mesure de reconnaître les équivalences fractionnaires des décimales périodiques ordinaires (tiers, sixièmes, neuvièmes).		43 à 48
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les nombres irrationnels sont des nombres ne pouvant pas être écrits sous la forme a/b, pour a, $b \in Z$ et $b \neq 0$.	Les élèves devront être en mesure de reconnaître les nombres irrationnels comme des décimales non-périodiques, infinies. Les élèves devront être en mesure de déterminer approximativement la racine carrée d'un carré imparfait. Les élèves devront être en mesure de reconnaître les racines carrées d'entiers négatifs comme nombres imaginaires. Les élèves devront être en mesure de reconnaître π comme un nombre irrationnel particulier.	Les élèves devront être en mesure de déterminer approximativement, à l'aide d'une calculatrice scientifique, la racine carrée d'un nombre rationnel.	49 à 56
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les nombres réels sont composés de nombres rationnels et irrationnels, et que les nombres complexes sont composés de nombres réels et imaginaires.	Les élèves devront être en mesure de situer des nombres réels sur une droite numérique. Les élèves devront être en mesure d'utiliser la valeur absolue pour déterminer la distance entre des points sur une droite numérique.	Les élèves devront être en mesure de représenter des nombres rationnels et irrationnels à l'aide de segments de droite mesurés et construits qui correspondent à ce nombre.	57 à 60

OPÉRATIONS SUR LES POLYNÔMES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 15 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les polynômes peuvent servir à décrire certaines situations mathématiques dans lesquelles les valeurs varient.	Les élèves devront être en mesure d'identifier les termes suivants au cours de l'étude des polynômes : terme, variable, facteur, monôme, binôme, trinôme, polynôme, coefficient, degré, exposant, base, puissance. Les élèves devront être en mesure d'évaluer un polynôme en fonction des valeurs précisées pour les variables.	Les élèves devront être en mesure d'écrire des polynômes comme des règles qui décrivent une situation mathématique.	61 à 65
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs portant sur des expressions comprenant des exposants sont assujettis à des lois et à des propriétés.	Les élèves devront être en mesure d'appliquer la loi de multiplication des exposants à des puissances dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier relatif, $a^m \times a^n = a^{m+n}$. Les élèves devront être en mesure d'appliquer la loi des puissances à des exposants, $(a^m)^n = a^{mn}$, dans des expressions dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier relatif. Les élèves devront être en mesure d'appliquer la loi de division des exposants à des puissances dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier relatif, $a^m/a^n = a^{m-n}$.	Les élèves devront être en mesure de vérifier la loi de multiplication des exposants. Les élèves devront être en mesure de vérifier la loi des puissances pour des exposants. Les élèves devront être en mesure de vérifier la loi de division des exposants.	66 à 70
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs et les opérations sur des polynômes sont tributaires de l'application des lois des opérations associées aux nombres et aux puissances.	Les élèves devront être en mesure d'additionner et de soustraire des polynômes. Les élèves devront être en mesure de multiplier des polynômes par des monômes, et des binômes par des binômes. Les élèves devront être en mesure de reconnaître le développement du carré d'un binôme et la multiplication de binômes conjugués comme étant des cas particuliers. Les élèves devront être en mesure de diviser des polynômes par des monômes. Les élèves devront être en mesure de diviser des polynômes par des binômes de la forme $ax + b$, a et $b \in Z$.		71 à 73 74 à 80 81 et 82

FACTORISATION DES POLYNÔMES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 14 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les polynômes peuvent être factorisés.	Les élèves devront être en mesure factoriser des polynômes possédant un monôme comme facteur commun. Les élèves devront être en mesure de factoriser des polynômes possédant un binôme comme facteur commun. Les élèves devront être en mesure de factoriser des trinômes de la forme $ax^2 + bx + c$, pour a, b et $c \in Z$. Les élèves devront être en mesure de factoriser des trinômes carrés parfaits. Les élèves devront être en mesure de factoriser des polynômes qui sont des différences de carrés. Les élèves devront être en mesure de factoriser des polynômes qui exigent une combinaison de méthodes pour que la factorisation soit complète.	Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes portant sur des polynômes pouvant être factorisés.	83 à 85 86 à 94 95 et 96
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les valeurs des variables qui font qu'un polynôme est égal à zéro peuvent être déterminées par une mise en facteurs.	Les élèves devront être en mesure de déterminer, par la factorisation, les zéros rationnels d'un polynôme quadratique à une variable et dont les coefficients sont des entiers relatifs. Les élèves devront être en mesure de résoudre, par la factorisation, des équations quadratiques à une variable et dont les coefficients sont des entiers relatifs.	Les élèves devront être en mesure de résoudre, par la factorisation, des problèmes qui peuvent être représentés à l'aide d'équations quadratiques.	97 à 99

ÉQUATIONS ET INÉGALITÉS
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 10 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les équations peuvent être utilisées pour représenter algébriquement des situations et des relations comportant des égalités.	Les élèves devront être en mesure de résoudre et de vérifier la solution de n'importe quelle équation de premier degré à une variable, en appliquant les processus algébriques conventionnels. Les élèves devront être en mesure de résoudre des équations quadratiques simples et des équations radicales qui peuvent être facilement réduites, puis de vérifier ces solutions.	Les élèves devront être en mesure de représenter les problèmes à l'aide d'équations, puis de trouver la solution de ces problèmes en résolvant les équations.	100 à 105
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que certaines situations et relations peuvent être représentées à l'aide d'inégalités.	Les élèves devront être en mesure de résoudre et de vérifier la solution des inégalités de premier degré à une variable, de même que de tracer le graphique de celles-ci.	Les élèves devront être en mesure de vérifier la règle de « l'inversion des signes » dans les inégalités. Les élèves devront être en mesure de représenter les problèmes à l'aide d'inégalités, puis de trouver la solution de ces problèmes en résolvant les inégalités.	106 et 107

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE ET GRAPHIQUES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 20 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les points et les droites peuvent être représentés sur un plan cartésien et que ces points et ces droites possèdent des caractéristiques pouvant être définies et mesurées.	Les élèves devront être en mesure d'appliquer la formule pour trouver la distance entre deux points.	Les élèves devront être en mesure de déduire la formule pour la distance d'après le théorème de Pythagore. Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes comprenant l'application de la formule pour la distance.	108 et 109
	Les élèves devront être en mesure d'appliquer la formule relative aux coordonnées du point central d'un segment de droite.	Les élèves devront être en mesure de vérifier la formule du point central. Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes qui impliquent l'application de la formule du point central.	110 et 111
	Les élèves devront être en mesure d'appliquer la formule pour trouver la pente d'une droite passant par deux points.	Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes qui impliquent l'application de la formule pour la pente d'une droite située entre deux points. Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes qui portent sur la relation entre les pentes de droites parallèles et perpendiculaires.	112 à 116
	Les élèves devront être en mesure de déterminer si des points d'un plan sont colinéaires.	Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes impliquant les conditions nécessaires et suffisantes à la colinéarité.	117 et 118
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont une équation linéaire, $Ax + By + C = 0$, correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.	Les élèves devront être en mesure de déterminer les couples qui satisfont des équations linéaires. Les élèves devront être en mesure de représenter graphiquement des équations linéaires à l'aide des couples qui satisfont l'équation.		119 et 120
	Les élèves devront être en mesure de déterminer les abscisses et les ordonnées à l'origine d'équations linéaires. Les élèves devront être en mesure de représenter graphiquement des équations linéaires passant par les abscisses et les ordonnées à l'origine.		121 et 122
	Les élèves devront être en mesure d'écrire des équations linéaires sous la forme pente-ordonnée à l'origine, $y = mx + b$.		123 à 125
	Les élèves devront être en mesure de représenter graphiquement des équations linéaires à l'aide de la pente, ainsi que de l'ordonnée à l'origine ou d'un autre point qui satisfait l'équation.	Les élèves devront être en mesure de concevoir et de mener à bien une recherche impliquant l'utilisation d'une calculatrice ou d'un ordinateur, dans le but de déterminer les effets exercés par les paramètres m et b sur les graphiques d'équations linéaires.	
	Les élèves devront être en mesure de reconnaître et de représenter graphiquement les équations de droites qui sont parallèles aux axes des x et des y.		126 et 127
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les droites d'un plan peuvent être déterminées de façon unique.	Les élèves devront être en mesure de représenter graphiquement et d'écrire l'équation d'une droite, à partir des conditions qui déterminent celle-ci de façon unique.	Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes comportant les conditions qui déterminent une droite de façon unique.	128 à 130

SYSTÈMES D'ÉQUATIONS LINÉAIRES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 10 %

Concepts	Applications	Résolution de problèmes Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que certaines situations mathématiques peuvent être représentées algébriquement à l'aide d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues.	Les élèves devront être en mesure de résoudre graphiquement des systèmes simples d'équations linéaires à deux inconnues. Les élèves devront être en mesure de résoudre algébriquement des systèmes d'équations linéaires à deux inconnues.	Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes pouvant être représentés à l'aide d'un système de deux équations à deux inconnues.	131 à 134
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que des droites sur un plan peuvent être associées les unes aux autres de diverses façons.	Les élèves devront être en mesure de reconnaître les caractéristiques de systèmes d'équations linéaires dont les graphiques sont parallèles, sont coïncidents ou se coupent.	Les élèves devront être en mesure de vérifier les conditions présentes dans un système d'équations qui déterminent les relations entre les graphiques.	135 et 136

STATISTIQUES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 10 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que des populations sont représentées par certaines caractéristiques pouvant être déterminées par l'analyse des caractéristiques d'un échantillon représentatif de cette population.	Les élèves devront être en mesure de déterminer un échantillon qui représente adéquatement et avec exactitude une population. Les élèves devront être en mesure d'évaluer des échantillons pour déterminer le gauchissement, la pertinence du type d'échantillon, la quantité de données et le caractère aléatoire. Les élèves devront être en mesure de faire des inférences au sujet de la population dont un échantillon a été extrait et les exprimer à l'aide du langage des probabilités.	Les élèves devront être en mesure de déterminer un échantillon valide, de concevoir et de mener un sondage simple, ainsi que de faire une inférence valide par rapport à la population et d'après les résultats obtenus. Les élèves devront être en mesure d'appuyer ou de réfuter une généralisation appliquée à une population, d'après un échantillon.	137 à 140
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les données recueillies auprès d'un échantillon doivent être organisées, présentées et analysées, de façon à pouvoir en arriver à des inférences valides.	Les élèves devront être en mesure d'identifier une situation, de formuler une hypothèse et de planifier la cueillette des données. Les élèves devront être en mesure d'organiser les données à l'aide de diagrammes en tiges et feuilles et diagrammes à boîte et à moustache Les élèves devront être en mesure de choisir et de calculer les mesures de tendance centrale appropriées aux séries de données. Les élèves devront être en mesure de représenter des données à l'aide de graphiques appropriés. Les élèves devront être en mesure d'analyser sommairement et visuellement des séries de données présentées à l'aide de diagrammes en tiges et feuilles, de diagrammes à boîte et à moustache et de graphiques. Les élèves devront être en mesure d'évaluer intuitivement dans quelle mesure on peut se fier aux résultats obtenus par l'analyse des données.	Les élèves devront être en mesure de tirer des conclusions basées sur les analyses visuelles de séries de données, et les soutenir.	141 à 149

TRIGONOMÉTRIE
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 11 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les angles des triangles semblables sont égaux et que leurs côtés correspondants sont proportionnels.	Les élèves devront être en mesure de reconnaître et d'écrire la relation de similitude entre des triangles semblables.		150 à 152
	Les élèves devront être en mesure de se servir de la relation qui existe entre les côtés des triangles semblables pour calculer les longueurs des côtés inconnus.	Les élèves devront être en mesure de généraliser les propriétés des triangles semblables à l'aide de processus inductifs.	
		Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes impliquant l'application des propriétés des triangles semblables.	
		Les élèves devront être en mesure de déterminer les rapports du sinus, du cosinus et de la tangente dans des triangles rectangles semblables, par l'application des propriétés des triangles semblables.	153
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les rapports du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle sont des rapports particuliers entre des paires de côtés correspondants de triangles rectangles semblables qui comprennent l'angle donné.	Les élèves devront être en mesure de déterminer les rapports du sinus, du cosinus et de la tangente, ainsi que les mesures des angles aigus dans des triangles rectangles, d'après les mesures de deux côtés.	Les élèves devront être en mesure de calculer le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle aigu, à l'aide d'une calculatrice.	154 à 157
		Les élèves devront être en mesure de calculer la mesure d'un angle aigu, à l'aide de la calculatrice, d'après la valeur de l'un des rapports trigonométriques de cet angle.	
		Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes portant sur le calcul de la mesure d'un angle d'un triangle rectangle.	
	Les élèves devront être en mesure de calculer la mesure d'un côté d'un triangle rectangle à partir de la mesure d'un second angle et de la longueur d'un côté.	Les élèves devront être en mesure de résoudre des problèmes portant sur le calcul de la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.	158 et 159

Attitudes

Dans le cadre de ce cours, les *élèves devront être encouragés à* :

- avoir confiance en leurs connaissances mathématiques et en leur capacité d'acquérir de nouvelles connaissances;
- faire preuve de persévérance, de détermination, de souplesse et d'ingéniosité dans la résolution de problèmes;
- développer une curiosité intellectuelle et une ouverture d'esprit face aux nouvelles idées et aux changements dans l'apprentissage des mathématiques;
- faire preuve de curiosité et de spontanéité et reconnaître la créativité et l'innovation dans la représentation mathématique de situations;
- connaître l'importance des capacités de communiquer en mathématiques;
- reconnaître l'utilité de l'aptitude au calcul, des processus mathématiques et des habiletés de résolution de problèmes utilisés dans le cadre des processus décisionnels et de modélisation dans notre société;
- être au courant de l'apport des mathématiques à notre culture et notre civilisation.

Résolution de problèmes

La résolution de problèmes doit faire partie intégrante de toutes les parties du programme de mathématiques du secondaire, car un des principaux buts de l'étude des mathématiques consiste à apprendre à résoudre des problèmes. L'élève qui réussit ce cours comprendra que les habiletés de raisonnement et de résolution de problèmes sont nécessaires pour expliquer le monde qui nous entoure, et que les mathématiques offrent certains outils servant à résoudre les problèmes.

Les élèves comprendront qu'un problème peut être résolu de différentes façons et que les problèmes peuvent être routiniers, c'est-à-dire ne nécessiter que l'application d'une procédure ou d'un algorithme connu, ou non routiniers, c'est-à-dire exiger le développement d'un processus ou la réalisation d'une recherche.

Les élèves devront utiliser différentes méthodes leur permettant de comprendre les problèmes mathématiques. De façon plus précise, ils devront :

- lire attentivement le problème;
- identifier et préciser les composantes-clés;
- énoncer de nouveau le problème en utilisant des termes courants;
- évaluer les renseignements fournis afin de déterminer s'ils sont suffisants ou s'ils contiennent des éléments superflus;
- interpréter des illustrations, des diagrammes et des graphiques;
- découvrir les hypothèses cachées, le cas échéant;
- poser des questions pertinentes;
- identifier les renseignements fournis, requis et désirés;
- représenter le problème à l'aide d'un diagramme ou d'un modèle;
- employer la notation adéquate;
- déterminer les inférences valables.

Les élèves devront développer différentes stratégies servant à résoudre des problèmes mathématiques. De façon plus précise, ils devront :

- mener une enquête;
- se servir des techniques d'estimation et d'approximation;
- développer des équations ou employer des formules;
- utiliser des organigrammes;
- dresser des listes et réaliser des diagrammes;
- rechercher des modèles;
- procéder à rebours;
- subdiviser le problème;
- rechercher un problème plus simple ou associé;
- réaliser des diagrammes ou des modèles;
- se servir du matériel de manipulation;
- choisir et ordonner une suite d'opérations mathématiques;
- tracer le graphique illustrant un problème;
- mettre au point une méthode pour la cueillette et l'organisation des données.

Les élèves devront développer différentes techniques permettant de mettre à exécution le plan de résolution d'un problème. De façon plus précise, ils devront :

- appliquer des stratégies choisies;
- présenter les idées de façon claire;
- noter par écrit le processus de résolution;
- faire preuve des comportements de groupe appropriés;
- se servir de calculatrices ou d'ordinateurs;
- évaluer l'efficacité des stratégies de résolution de problèmes;
- rechercher des informations supplémentaires;
- poser des questions;
- demeurer réceptifs à l'inspiration, aux intuitions et aux « idées géniales ».

Les élèves devront employer différentes techniques leur permettant d'examiner la solution d'un problème. De façon plus précise, ils devront :

- déterminer si une réponse est valable;
- expliquer la solution oralement ou par écrit;
- considérer la possibilité de l'existence d'autres solutions;
- rechercher d'autres stratégies et processus de résolution;
- concevoir et résoudre des problèmes similaires;
- remarquer les caractéristiques qu'il sera possible d'identifier dans des problèmes similaires;
- effectuer une généralisation.

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les nombres rationnels sont des nombres qui peuvent être écrits sous forme a/b, pour a, b $\in$ Z et b $\neq$ 0, et que ceux-ci présentent des caractéristiques uniques.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 reconnaître des décimales périodiques ou limitées comme nombres rationnels;
1.2 convertir des fractions en décimales et en pourcentages;
1.3 convertir des décimales périodiques en fractions et en pourcentages;
1.4 reconnaître les équivalences fractionnaires des décimales périodiques ordinaires (tiers, sixièmes, neuvièmes).

REMARQUES

La révision des habiletés mathématiques des élèves devrait se faire, lorsque nécessaire, en cours de présentation du nouveau matériel, plutôt que sous forme d'une section distincte au début d'une nouvelle unité d'apprentissage. (Pour des suggestions relatives à la révision et un manuel de corrélation, reportez-vous à la section « **Suggestions de matière facultative** »).

Les élèves ont déjà une certaine expérience des nombres rationnels. Au secondaire premier cycle, ils additionnent, soustraient, multiplient et divisent des nombres rationnels positifs et négatifs, ils appliquent les règles associées à l'ordre des opérations afin d'évaluer des expressions comportant des nombres rationnels; ils convertissent des nombres rationnels de la forme a/b à la forme décimale (b < 10 ou b est une puissance de 10), ils convertissent des nombres rationnels de la forme décimale à la forme a/b (décimales limitées seulement); enfin ils convertissent des pourcentages (nombres entiers et fractionnaires) en fractions et en décimales.

Bien que les élèves ont effectué ces opérations, il est important de rappeler la définition d'un nombre rationnel, de même que la signification du pourcentage. Tous les calculs doivent être effectués à l'aide des moyens adéquats. Les calculs sur papier doivent être limités et l'accent mis plutôt sur la calculatrice, de pair avec les techniques correspondantes d'estimation, de calcul mental et de vérification de la vraisemblance des résultats obtenus.

Les ensembles et la notation des ensembles ne font pas partie du programme de mathématiques du secondaire premier cycle. Les manuels scolaires font mention des ensembles : assurez-vous que les élèves comprennent la terminologie associée à la théorie des ensembles.

Insistez sur l'emploi de la notation appropriée pour les équivalences décimales des fractions, $5/6 = 0,8\dot{3}$ par exemple. Rappelez la définition de nombre rationnel, la signification de pourcentage et la conversion d'une fraction ou décimale en pourcentage ($2/3 = 0,\dot{6} = 66,\dot{6}$ %) Les élèves doivent savoir que $0,\dot{3} = 1/3$.

Il n'est pas nécessaire d'enseigner ces objectifs séparément. « L'ordre » peut être le suivant : conversion de fractions en décimales, identification des décimales périodiques ou limitées comme nombres rationnels, reconnaissance des équivalences fractionnaires ordinaires des décimales périodiques (tiers, sixièmes, neuvièmes), conversion de décimales limitées en fractions et en pourcentages.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité 1.1 : Demandez aux élèves de convertir, à l'aide de leur calculatrice, des fractions en décimales. Ils se représentent souvent les nombres rationnels uniquement comme des fractions, car par définition ces nombres peuvent être écrits sous la forme a/b. Dans cette activité, les élèves doivent s'apercevoir que toutes les décimales obtenues sont soit périodiques ou limitées. En se basant sur le fait que les fractions sont des nombres rationnels, ils doivent voir que les décimales périodiques et limitées sont également des nombres rationnels.

Activité 1.4 : Demandez aux élèves de déterminer, à l'aide de leur calculatrice, l'équivalence décimale de différentes fractions ordinaires. Demandez-leur ensuite de prédire ce que seront les multiples de ces fractions ordinaires, puis de vérifier leurs prédictions en utilisant la calculatrice. Demandez aux élèves de formuler une généralisation des modèles ainsi obtenus.

Exemple : 1/3 = 0,333 333 3... Selon vous, à quoi 2/3 sera-t-il égal ? Vérifiez à l'aide de la calculatrice. À quoi 4/3 sera-t-il égal ? La même activité peut être effectuée avec des sixièmes et des neuvièmes.

Activité 1 : Au cours de la discussion sur la définition des nombres rationnels, abordez la raison pour laquelle $b \neq 0$. Demandez aux élèves de tenter de trouver une réponse pour tout nombre divisé par zéro. La calculatrice affichera alors un symbole indiquant une erreur. La preuve qui suit démontre l'impossibilité de a/0 :

Existe-t-il un nombre x tel que $a/0 = x$ et $a \neq 0$?
Si c'est le cas, alors 0 fois x = a.
Ceci signifierait que 0 = a.
Nous avons établi que $a \neq 0$.
Ainsi, $a/0 = x$ est impossible.

Activité 1 : 0/0 est-il possible ?

Existe-t-il un nombre x tel que 0/0 = x ?
Ceci signifie que 0 fois x = 0.
Ceci est vrai pour toute valeur de x, autrement dit, x pourrait être n'importe quel nombre.
Si x = 3, alors 0/0 = 3, ou si x = 10, alors 0/0 = 10.
Ainsi, 3 pourrait = 10, ce qui n'a aucun sens.
Par conséquent, 0/0 = x est impossible.

Problème 1 : Une balle de caoutchouc rebondit jusqu'à la moitié de la hauteur de laquelle on la laisse tomber. Si on laisse tomber cette balle d'une hauteur de 30 m, quelle distance parcourra-t-elle avant de toucher le sol la première fois, la seconde fois, la troisième fois, la quatrième fois, la cinquième fois ?

Activité 1.3 : Une bonne entrée en matière à la discussion sur les nombres irrationnels consiste à donner aux élèves une décimale qui n'est ni périodique ni limitée, puis à leur demander d'en indiquer l'équivalence fractionnaire. Ceci ne doit pas se faire de façon formelle; demandez-leur de former de petits groupes de deux ou trois et de tenter de trouver la solution.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Activité 1.1 : Trouvez des équivalences décimales pour des fractions dont le dénominateur est 7. Pourquoi celles-ci sont-elles inhabituelles ? Y a-t-il d'autres fractions qui se comportent de la même façon ? Pourquoi les décimales se reproduisent-elles à l'intérieur d'une fourchette dont la grandeur maximale est de 1 chiffre inférieure au dénominateur ? (Il est à noter que les équivalences décimales pour 1/7, 2/7, 3/7, 4/7, 5/7 et 6/7 emploient toutes les six mêmes chiffres, soit 1, 2, 4, 5, 7 et 8, et dans le même ordre). Demandez aux élèves d'essayer de déterminer l'équivalence décimale exacte d'une fraction avec un groupe de chiffres répétitifs très étendu, à l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur.

La procédure est la suivante (5/17 est utilisé comme exemple, avec une calculatrice à affichage de 8 chiffres) :

1. Diviser le numérateur par le dénominateur et noter par écrit l'équivalence décimale approchée, en laissant tomber le dernier chiffre. Pourquoi laissons-nous tomber le dernier chiffre ?
   Exemple : 0,294 117

2. Multiplier 0,294 117 par 17 et soustraire le résultat de 5. Pourquoi ?

Exemple : $0{,}294\ 117 \times 17 = 4{,}999\ 989$
$5 - 4{,}999\ 989 = 0{,}000\ 011$

3. Diviser 11 par 17 et additionner tous les chiffres, sauf le dernier, à l'équivalence décimale approchée obtenue à l'étape 1. Quelle étape du processus de la longue division cela représente-t-il ?
$11/17 = 0{,}647\ 058$
L'approximation devient 0,294 117 647 058.

4. Multiplier 0,647 058 par 17 et soustraire le résultat de 11. Pourquoi ?
$0{,}647\ 058 \times 17 = 10{,}999\ 986$
$11 - 10{,}999\ 986 = 0{,}000\ 014$

5. Diviser 14 par 17 et additionner tous les chiffres sauf le dernier à l'équivalence décimale approchée de l'étape 3.
$14/17 = 0{,}823\ 529$
L'approximation devient 0,294 117 647 058 823 529.
Étant donné que les deux derniers chiffres de cette approximation sont identiques aux deux premiers, les chiffres semblent commencer à se reproduire. Comment peut-on savoir si c'est effectivement le cas ?

6. $5/17 = 0{,}294\ 117\ 647\ 058\ 823\ 5$

Pour une plus ample discussion sur l'utilisation de la calculatrice dans le but de déterminer la période des décimales périodiques lorsque cette période est étendue, reportez-vous à « Expanding the Limits of the Calculator Display », dans Mathematics Teacher, janvier 1986.

Activité : Multiplier $1\ 234\ 567 \times 9\ 999\ 999$, en recherchant un modèle à l'aide de nombres plus petits et en se servant d'une calculatrice.

Activité : Reportez-vous à MS4, 01, T1, pages 181 à 185.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Révision : MS4, 01, T1 : pages 171 à 180
BMS, 4C : pages 101 et 102

Approfondissement : Étudiez l'algorithme utilisé pour convertir des décimales périodiques en fractions, et demandez aux élèves d'exprimer les raisons de l'efficacité de cet algorithme.

Pour une discussion sur les stratégies de résolution de problèmes, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, pages 55 et 56 : « Le problème des poignées de mains » solutions n^{os} 1, 2 et 3.

Problème : Quel est le 50^{e} chiffre de la fraction décimale équivalente à 1/13 ?

Il y a plusieurs approches possibles pour résoudre ce problème. Les élèves peuvent par exemple diviser jusqu'à ce qu'ils obtiennent le 50^{e} chiffre. En effectuant cette division, ils identifieront peut-être un modèle et tenteront de prédire la réponse avant de calculer les 50 chiffres.

Réponse : Le 50^{e} chiffre est 7.

Activité 1.1 : Demandez aux élèves de déterminer la période de 1/7 (1/7 = 0,142 857). Tracez ensuite un cercle, puis divisez également la circonférence en dix parties, soit de 0 à 9. Sur le cercle, reliez les chiffres compris dans la période : 1 à 4, 4 à 2, ainsi de suite, et finalement 7 à 1. Que peut-on observer ? (Nous voyons une figure symétrique.) Il en résulte que, pour des nombres rationnels sous la forme 1/p, p étant un nombre premier, dont l'équivalence décimale périodique comprend un nombre pair de chiffres, on obtient toujours une figure géométrique symétrique, tel qu'illustré. Cette activité pourrait être effectuée avec une affiche.

Pour de plus amples informations, reportez-vous à « Repeating Decimals, Geometric Patterns and Open-Ended Questions », dans Mathematics Teacher, octobre 1982.

Reportez-vous également à « Periodic Pictures », dans Mathematics Teacher, février 1987, pour une gamme d'activités et un programme informatique conçus dans le but de permettre aux élèves de comprendre plus en profondeur la symétrie graphique des décimales périodiques.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1 : pages 181 à 190
BMS, 4C : pages 103 à 105

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les nombres irrationnels sont des nombres ne pouvant pas être écrits sous la forme a/b, pour a, b $\in$ Z et b $\neq$ 0.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 reconnaître les nombres irrationnels comme des décimales infinies, non périodiques;

2.2 déterminer approximativement la racine carrée d'un carré imparfait;

2.2.1 déterminer approximativement, à l'aide d'une calculatrice scientifique, la racine carrée d'un nombre rationnel;

2.3 reconnaître les racines carrées d'entiers négatifs comme nombres imaginaires;

2.4 reconnaître π comme nombre irrationnel particulier.

REMARQUES

Les élèves ont une certaine expérience des nombres irrationnels. Ils ont étudié π comme le rapport entre la circonférence et le diamètre d'un cercle, et ont calculé les racines carrées de nombres entiers à l'aide de calculatrices et de techniques d'estimation. Ils n'ont toutefois jamais discuté du système des nombres irrationnels. Vous pouvez aborder les nombres irrationnels avant d'entreprendre l'étude des nombres imaginaires purs.

Lors de la discussion sur certains usages des nombres irrationnels, le théorème de Pythagore s'avère utile.

Les **nombres irrationnels** sont des décimales infinies non périodiques. La racine carrée de tout nombre qui n'est pas un carré parfait, la racine cubique de tout nombre qui n'est pas un cube parfait, etc., sont des nombres irrationnels.

Les nombres « carrés parfaits » sont des nombres qui peuvent former un carré, comme :

Ainsi, 3, 5, 6, 7 ne sont pas des « carrés parfaits » car ils ne peuvent pas former de carré.

Les élèves doivent continuer de s'exercer à reconnaître les racines carrées des carrés parfaits jusqu'au nombre 225, puis utiliser ces connaissances pour développer une habileté à estimer la racine

carrée de n'importe quel nombre jusqu'à 225. En outre, ils doivent, à l'aide de leur calculatrice, déterminer des racines carrées, tout en maîtrisant les techniques d'estimation servant à vérifier la vraisemblance des réponses.

Les **nombres imaginaires purs** - Les élèves doivent faire l'apprentissage des nombres imaginaires purs en déterminant les racines carrées de nombres négatifs. Vous ne devez pas consacrer beaucoup de temps aux opérations sur des nombres complexes ou à des définitions très élaborées. Un **nombre imaginaire pur** est un nombre complexe sous la forme a + bi, a et b étant des nombres réels, pour a = 0, b ≠ 0 et $i^2 = -1$. Exemples restrictifs : Déterminer la racine carrée de ce qui suit :
$\sqrt{-4}(= 2i)$, $\sqrt{-16/9}(= 4/3i)$ et la racine carrée approchée de $\sqrt{-24}(\approx 4{,}9i)$.

L'historique de π peut constituer une façon intéressante de présenter ce nombre comme étant irrationnel :

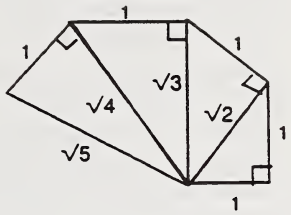
225 avant J.-C. - Archimède estime la valeur de π à
$223/71 < \pi < 22/7$.
480 après J.-C. - Les Chinois utilisent 355/113 comme valeur de π.
530 après J.-C. - Les Hindous évaluent π comme étant 3 927/1 250.
1220 après J.-C. - Un Européen estime π comme étant 864/275.
1761 - Johann Lambert prouve que π est irrationnel.
1986 - π a été calculé à 29 360 128 décimales près.

π est la première lettre du mot grec périmètre, qui signifie « pourtour ». En 1737, le mathématicien Leonhard Euler a commencé à se servir de π pour représenter le rapport entre la circonférence et le diamètre d'un cercle.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

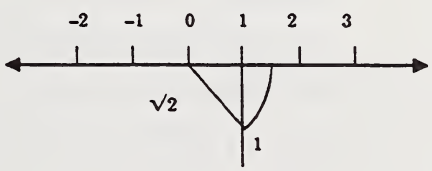
Activité 2.1 : La présentation des nombres irrationnels peut faire suite à la discussion sur les nombres rationnels. Si les élèves ont appris à utiliser l'algorithme qui permet de convertir des décimales périodiques en fractions, demandez-leur d'essayer de développer un algorithme semblable pour convertir des nombres irrationnels (qui se reproduisent selon un modèle évident) en fractions. Demandez aux élèves d'expliquer pourquoi ce type d'algorithme est impossible à appliquer. Il n'y a pas lieu d'avoir une approche formelle; demandez aux élèves de former des groupes de deux ou trois pour tenter de résoudre ceci.

Activité 2.2 : Demandez aux élèves de construire minutieusement les triangles rectangles suivants, puis de mesurer l'hypoténuse de chaque triangle afin d'obtenir des approximations pour $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{5}$, etc.



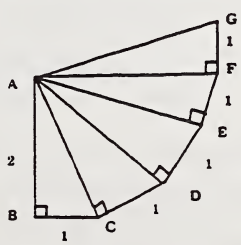
Note : Cette activité permet de réviser adéquatement les techniques de mesurage, à la fois avec le rapporteur et avec la règle. La précision est importante pour obtenir une bonne approximation.

Activité 2.2 : Le théorème de Pythagore peut servir à déterminer approximativement $\sqrt{2}$ sur une droite numérique :



Note : Les élèves peuvent mesurer ceci pour découvrir une approximation numérique de $\sqrt{2}$.

Problème : Quelle est la longueur du segment $\overline{AG}$?



Réponse : 3 unités.

Activité 2.2 : Lors de la discussion sur la raison pour laquelle certains nombres « $\sqrt{}$ » sont rationnels, la définition des nombres rationnels peut s'avérer utile.

Le nombre $\sqrt{4}$ est rationnel, puisqu'il peut être exprimé sous la forme d'une fraction, 2/1, et $2/1 \times 2/1 = 4$. Si $\sqrt{3}$ était rationnel, nous aurions alors à trouver une fraction qui, multipliée par elle-même, serait égale à 3 (soit $a/b \times a/b = 3$). Demandez aux élèves d'essayer plusieurs combinaisons de fractions pour voir s'ils peuvent réussir à obtenir une valeur exacte de 3. Ceci peut être effectué avec n'importe quel nombre irrationnel et peut mener à une discussion sur la preuve que $\sqrt{a}$ est irrationnel. Pour obtenir cette preuve, reportez-vous à la section « **Suggestions de matière facultative** ».

Problème : Calcul mental - Combien de nombres entiers compte-t-on entre $\sqrt{8}$ et $\sqrt{80}$?

Réponse : 6.

Pour d'autres **problèmes**, reportez-vous à HM10, page 42, et à HM10 TRM, Lesson Notes, page 62, « Mental Math ».

Problème : Un vitrier a voulu livrer un immense miroir mesurant 2,5 m sur 2,25 m dans une maison où la porte mesurait 2,1 m sur 0,9 m. A-t-il réussi à faire entrer le miroir, en un seul morceau, dans la maison ?

Réponse : Oui.

Activité 2.3 : Lors de la présentation des racines carrées des nombres négatifs comme imaginaires, les élèves peuvent se regrouper pour « inventer » ou « imaginer » une façon de représenter ces racines carrées. En élaborant leur méthode, ils doivent tenir compte des points suivants :

1. La racine élevée au carré doit être égale au radicande.
2. La procédure doit pouvoir s'appliquer à toutes les racines de tous les nombres négatifs.
3. Les nombres employés ainsi que les processus peuvent être « inventés » ou « imaginaires ».

Activité 2.4 : Demandez aux élèves de former de petits groupes puis de tracer plusieurs n-gones réguliers (n = 3, 4, 5, 6, 8, 10, 12, 15, 18, 20, 30) de rayons égaux (distance du centre au sommet). Noter le périmètre de chaque polygone, de même que le rapport entre le périmètre et le diamètre.

n	P	P/d

Discutez avec les élèves de ce qui advient à ce rapport lorsque n croît. Un cercle peut-il être considéré comme un polygone régulier possédant un nombre infini de côtés ? Rappelez-leur que dans un cercle $c/d = \pi$.

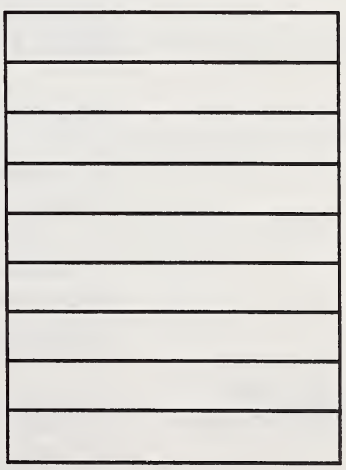
Activité 2.4 : Lors de l'estimation de la valeur de π, demandez aux élèves :

1. de tracer un cercle et de mesurer son diamètre;
2. d'utiliser une corde pour déterminer approximativement la circonférence, puis de mesurer cette corde;
3. de diviser la mesure de la circonférence par celle du diamètre; cela constitue une approximation de π;
4. de comparer les résultats en utilisant un autre cercle.

Activité 2.4 : Une des façons d'obtenir une estimation approximative de la valeur de pi est d'utiliser le problème de l'aiguille de Buffon. (Le problème de l'aiguille de Buffon est un exemple de la méthode de probabilité Monte-Carlo, qui sera étudiée en Mathématiques 20.)

Problème de l'aiguille de Buffon :
Vous avez besoin de quatre parties de cure-dents de 1 cm chacune. Depuis une hauteur convenable, laisser tomber les quatre bouts de bois sur une surface lignée (voir l'exemple ci-dessous). Compter le nombre de fois où le bout de bois tombe sur ou en travers de l'une des lignes (réussite). Laisser tomber les bouts de bois 25 fois (total de 100 chutes). Tenir un compte rendu précis du nombre de réussites et du nombre de chutes.

Note : l'espace entre les lignes devrait être de 2 cm.



1. Diviser le nombre total de chutes (100) par le nombre total de réussites. Quel est le quotient ? _____

2. Faire la somme des réussites obtenues individuellement et des réussites obtenues collectivement, puis diviser par le nombre total de chutes pour toute la classe. Quel est le résultat total obtenu ? _____
3. Ces estimations peuvent-elles s'appliquer à π ? _____
4. Quelle estimation est la meilleure ? _____
5. Quelle en est la raison ? _____

Adapté, avec permission, de « Pi: The Digit Hunt », dans Student Math Notes, copyright 1987, National Council of Teachers of Mathematics. Pour une gamme d'activités pertinentes, reportez-vous également à « Probability and Pi », dans Activities from the Mathematics Teacher.

Problème : Se servir d'une calculatrice pour évaluer $\sqrt{2}$, en utilisant la fraction continue

$$1 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \cfrac{1}{2 + \ldots}}}}$$

Activité : Demandez aux élèves de se reporter à l'historique de π et de comparer les approximations à la valeur actuelle de π. Selon eux, à quel chiffre commence-t-il à y avoir une différence ou une similitude ?

Problème 2.4 : Dans le papyrus de Rhind, l'aire d'un cercle est considérée comme le 8/9 du diamètre au carré. Quelles approximations les Égyptiens utilisaient-ils pour π ? Donner la réponse sous la forme de fraction ordinaire.

Réponse : $\pi \approx (16/9)^2 = \dfrac{256}{81}$

Un problème comme celui-ci permet aussi de réviser la façon de déterminer l'aire d'un cercle.

Problème : « Le problème des poteaux de téléphone » solution #1, page 58, dans La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Il s'agit d'une simulation par ordinateur du problème de l'aiguille de Buffon. Le programme est écrit en langage BASIC pour un ordinateur Apple. Vous remarquerez, sur le graphique à l'écran, que les aiguilles sont d'une longueur égale à l'espace entre les mesures linéaires. Ce changement a été produit par l'insertion de 2 dans la formule figurant à la ligne 250.

```
10  REM COMPTAGE DE L'ESTIMATION DE PI DE BUFFON
20  INPUT "LAISSER TOMBER COMBIEN D'AIGUILLES ?";N
30  HOME
40  HGR
50  HCOLOR = 2
60  FOR Y = 0 TO 159 STEP 10
70  HPLOT 0, Y TO 279, Y
80  NEXT Y
90  HIT = 0
100 HCOLOR = 3
110 FOR Z = 1 TO N
120 X = INT(RND(Z) * 280)
130 Y = INT(RND(Z) * 160)
140 ANGLE = (RND(Z) * 1000
150 X1 = X +10 * COS(ANGLE)
160 Y1 = Y + 10 * SIN(ANGLE)
170 IF X1 < 0 OR X1 > 279 THEN 200
180 IF Y1 < 0 OR Y1 > 159 THEN 200
190 HPLOT X, Y TO X1, Y1
200 IF Y = Y1 AND INT(Y/10) = Y/10 THEN HIT = HIT + 1
210 IF Y/10 = INT(Y/10) AND Y1/10 = INT(Y1/10) THEN 230
220 IF INT(Y/10) < > INT(Y/10) THEN HIT = HIT + 1
230 NEXT Z
240 VTAB 21
250 PRINT "ESTIMATION DE PI = "; 2*N/HIT
260 END
```

Reproduit, avec permission, de « Pi: The Digit Hunt », dans Student Math Notes, copyright 1987, National Council of Teachers of Mathematics.

Exercices avec la calculatrice : Reportez-vous à MPP10, page 174, « Calculator Tip ».

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Approfondissement : Les élèves plus doués peuvent comprendre la preuve indirecte qui démontre que $\sqrt{2}$ est irrationnel.

Soit $\sqrt{2} = a/b$ (irréductible), pour $a, b \in Z$ et $b \neq 0$; l'élévation au carré des deux côtés donne alors

$$2 = a^2/b^2$$
$$\text{et } 2b^2 = a^2$$

Ainsi, a^2 devant être pair, donc a est pair et peut s'écrire 2n pour $n \in Z$.
Par conséquent, $a^2 = (2n)^2 = 4n^2$ et $4n^2 = 2b^2$.
Cela signifie que b^2, et par conséquent b, doivent également être pairs. Ceci est en contradiction avec la première hypothèse selon

laquelle a/b était irréductible. Par conséquent, $\sqrt{2}$ ne peut être écrit sous la forme a/b et doit être irrationnel.

Pour une plus ample discussion sur π, reportez-vous à MS5, 02, T1, pages 119 et 120, de même qu'à MS3, pages 8 à 10.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1 : pages 190 et 191
BMS, 4C : pages 105 à 108, 114 et 115
INF, M434 : pages 71, 72 et 75

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les nombres réels sont composés de nombres rationnels et irrationnels, et que les nombres complexes sont composés de nombres réels et imaginaires.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.1 situer des nombres réels sur une droite numérique;

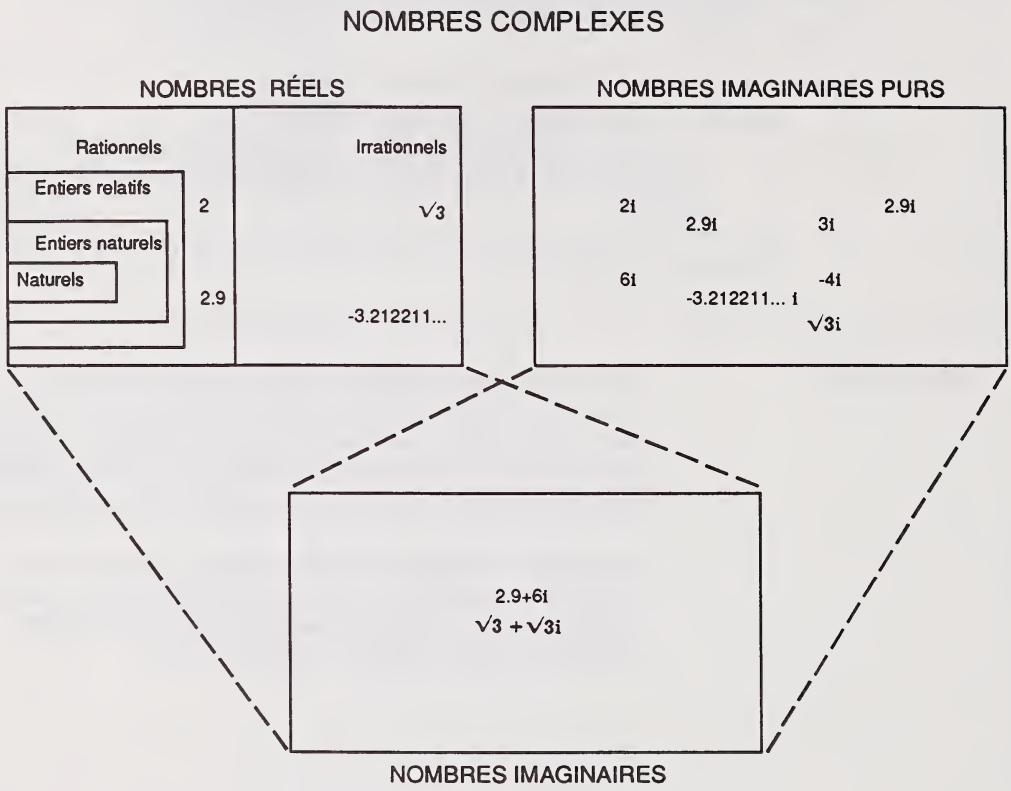
3.1.1 représenter des nombres rationnels et irrationnels à l'aide de segments de droite mesurés et construits qui correspondent à ce nombre;

3.2 utiliser la valeur absolue pour déterminer la distance entre des points sur une droite numérique.

REMARQUES

Les nombres réels consistent en des nombres rationnels et irrationnels. Comme les élèves ont connu les nombres imaginaires purs, ils ne devraient pas éprouver trop de difficulté à comprendre que les nombres réels sont des nombres qu'on peut concrètement représenter ou pour lesquels on peut trouver des exemples réels.

Les nombres complexes consistent en des nombres, réels ou imaginaires, sous la forme a + bi, a et b étant réels. La discussion devrait se limiter aux racines carrées des nombres négatifs, autrement dit sous la forme a + bi, pour a = 0.



Mentionnez aux élèves que s'ils doutent de l'importance et de l'utilité des nombres « imaginaires », ils ne sont pas les seuls. Pendant plusieurs siècles, ces nombres ont été tout simplement ignorés. Il était généralement accepté qu'un nombre négatif n'avait aucune racine carrée puisqu'un nombre négatif n'est pas un carré.

Au 16e siècle, la $\sqrt{-1}$ a fait son apparition dans un important ouvrage de mathématiques écrit par Cardan. Au cours des deux siècles et demi qui suivirent, les mathématiques des nombres imaginaires (complexes) ont été développées, mais non sans un doute considérable et une certaine controverse quant à l'utilité et particulièrement l'importance de ce travail. En fait, les mathématiciens ont trouvé des usages aux nombres imaginaires, alors même qu'ils discutaient de leur importance ! On doit le terme « imaginaire » à René Descartes.

Les nombres complexes sont maintenant largement utilisés en mathématiques, en science et en technique (en mécanique quantique et dans les circuits électriques, par exemple).

Pour de plus amples informations sur le développement des nombres complexes, reportez-vous, par exemple, à « Thinking the Unthinkable: The Story of Complex Numbers (incluant une morale) », dans Mathematics Teacher, octobre 1988.

La valeur absolue de x est sa distance par rapport à zéro, abstraction faite de son signe. Le symbole |x| dénote la valeur absolue.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

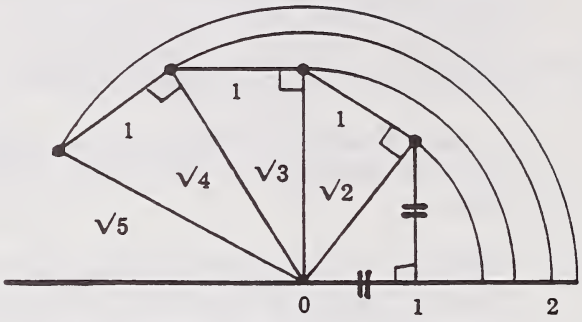
Activité 3.1 : Il peut s'avérer intéressant de comparer des nombres rationnels et irrationnels sur une droite numérique. Cette méthode permet de bien visualiser cette comparaison. Reportez-vous à l'activité 2.2 (concept 2 de Ensembles de nombres) : demandez aux élèves de tracer une droite numérique sur laquelle ils écriront des nombres rationnels et irrationnels. Demandez-leur par exemple de placer 1/10, 1/8, 1/4, $\sqrt{2}$, $\sqrt{5}$, 0,123..., 1,101 101 110, 1,111 0, ... sur une même droite. Dans cette activité, l'accent doit être mis sur la relation de ces nombres entre eux.

Problème 3.1 : À l'aide d'une calculatrice, ordonner les nombres suivants à partir du plus petit jusqu'au plus grand, puis les situer sur la ligne numérique : 44/9, 4,45, 4,45̄, 4,454 445..., 4/3π.

Problème 3.1 : Décrire de quelle façon il est possible d'utiliser des triangles rectangles pour obtenir une estimation de $\sqrt{30}$, à l'aide seulement d'un crayon, d'un rapporteur et d'une règle. Quel est le nombre minimum de triangles requis ? Réponse :

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Activité 3.1 : En vous reportant à l'Activité 2.2 (concept 2 de Ensemble de nombres), demandez aux élèves de marquer avec leur compas la valeur approchée de $\sqrt{2}$, $\sqrt{3}$, $\sqrt{4}$ et $\sqrt{5}$ sur une droite numérique. Il est à noter que même si les nombres consécutifs n soient également espacés le long de cette ligne, les valeurs de $\sqrt{n}$ se rapprochent à mesure que n croît.



CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1 : pages 190 à 199
BMS, 4C : pages 109 et 115
INF, M434 : pages 55 à 60 et 72

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les polynômes peuvent servir à décrire certaines situations mathématiques dans lesquelles les valeurs varient.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 identifier les termes suivants au cours de l'étude des polynômes : terme, variable, facteur, monôme, binôme, trinôme, polynôme, coefficient, degré, exposant, base, puissance;

1.2 évaluer un polynôme en fonction des valeurs précisées pour les variables;

1.2.1 écrire des polynômes comme des règles qui décrivent une situation mathématique.

REMARQUES

La présentation de la terminologie associée aux polynômes devrait se faire dans le contexte approprié. Pour des définitions précises, reportez-vous à Mathematics Dictionary 4th Edition, par James & James.

Les élèves ont **peut-être** déjà rencontré ces termes. Ceci est un approfondissement du programme de la 9e année. Les élèves ont une certaine expérience de la résolution d'équations à une inconnue et de l'évaluation des polynômes en ce qui concerne la « vérification » de la solution après la résolution de l'équation.

Il est important d'insister sur la définition d'un polynôme, soit : une fonction qui décrit une situation en fonction d'une ou plusieurs variables. Un polynôme est une règle générale pouvant être évaluée en fonction des valeurs des variables à mesure que les conditions et les paramètres changent. La formule pour le périmètre d'un rectangle, 2L + 2l, est un exemple de polynôme. La formule 2L + 2l décrit le périmètre de n'importe quel rectangle; par une substitution des valeurs de L et l, nous pouvons décrire le périmètre d'un rectangle particulier et ainsi illustrer un cas spécifique.

Il serait judicieux de mentionner aux élèves qu'en fonction de certaines valeurs de la variable le polynôme sera égal à zéro. Ces valeurs particulières sont appelées zéros.

Les élèves éprouvent de la difficulté à comprendre le concept de « variable »; il est important de consacrer un peu de temps à clarifier cette notion.

Une discussion de la variable :

La signification du terme variable varie; l'utilisation de ce terme dans différents contextes peut faire en sorte que les élèves éprouvent de la difficulté à le comprendre. En tant qu'enseignants, vous devez tenir compte de l'usage multiple de ce terme.

Effectuez l'activité suivante, puis demandez aux élèves de faire de même. Discutez ensuite des différentes définitions en classe.

Complétez la phrase suivante :

Une variable est _____.

Employez *le* terme qui, selon vous, rend le mieux la signification du terme *variable*. (Si vous avez un certain nombre de termes possibles, classez-les alors par ordre de préférence).

De simples synonymes ne sont pas acceptables; essayez de vous rendre au coeur même du concept.

Certains termes de la liste sont peut-être préférables à d'autres, mais aucun d'entre eux n'est le *mot exact* pour « variable ».

Voici trois suggestions ayant trait à l'enseignement du concept de variable.

1. Les variables sont des outils servant à exprimer des généralisations mathématiques. Donc, il serait bon que les élèves aient l'habitude de verbaliser de telles généralisations avant d'avoir à les exprimer en langage mathématique. Vous devez les habituer, à l'aide de courts exercices, à faire la synthèse de certaines de leurs observations mathématiques dans leurs propres termes. (« Qu'arrive-t-il si vous additionnez trois fois un nombre à deux fois ce nombre ? » ou encore « Pouvez-vous dire si la somme de deux nombres impairs sera nécessairement paire ou impaire ? »). Le fait de demander aux élèves de tenter de trouver des modèles, pour ensuite en faire la synthèse verbalement, facilitera peut-être la transition de l'arithmétique à l'algèbre.

2. Les aspects dynamiques du concept de la variable devraient être soulignés à toutes les fois où cela est approprié et possible. À titre d'exemple, vous pouvez amener les élèves à se rendre compte que le coût de l'essence (variable) à une station service est une fonction (dynamique, linéaire) de la

quantité d'essence provenant de la pompe. D'autres relations dynamiques impliquent des phénomènes relatifs au temps, la température dans une pièce à un temps t par exemple, ou la distance de chute d'un objet en t secondes, ainsi de suite.

3. Une grande partie du programme d'algèbre porte sur la solution d'équations indépendantes du contexte dont elles ont été tirées. Plusieurs applications algébriques, les énoncés de problèmes standards par exemple, sont si concises et dispersées dans des unités d'apprentissage distinctes, que les élèves passent à côté du sujet, c'est-à-dire que le langage algébrique est un outil puissant qui permet de saisir le sens mathématique d'une vaste gamme de situations et non seulement des cas que les élèves ont appris à résoudre. Nous recommandons que les élèves soient confrontés à une grande variété de problèmes pour lesquels l'algèbre, de par son rôle d'outil de généralisation mathématique, peut s'avérer utile.

Reproduit, avec permission, de « On the Meaning of Variable », dans Mathematics Teacher, (pages 420, 425 et 426), copyright septembre 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

Pour une discussion sur le concept de la variable, qui met l'accent sur les similitudes et les différences entre les lettres (variables) et les nombres, reportez-vous à « What are these Things called Variables ? », dans Mathematics Teacher, octobre 1983. Pour une plus ample discussion sur la « variable », reportez-vous également à « Conceptions of School Algebra and Uses of Variables », dans The Ideas of Algebra, K-12.

Pour une discussion (illustrée d'exemples) visant à favoriser l'apprentissage des concepts algébriques par l'utilisation de diagrammes, reportez-vous à « Developing Algebraic Representation Using Diagrams », dans The Ideas of Algebra, K-12.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité 1.1 : Les élèves doivent tirer parti de leur propre expérience pour comprendre la « variable ». Ceci mènera à une discussion sur la façon d'utiliser les mathématiques pour décrire des réalités courantes. En se servant de P = 2L + 2l, par exemple, vous pouvez entamer une discussion sur le fait que L et l sont des variables, car cette formule décrit toujours le périmètre d'un rectangle. Demandez aux élèves d'évaluer ce polynôme en fonction de certains rectangles, d'après les dimensions d'un rectangle.

Activité 1.1 : À ce stade, vous pouvez commencer à modéliser des polynômes à l'aide de carreaux. Reportez-vous à « Modeling Polynomials » et à « The Zero Principle », dans Algebra Tiles for the Overhead Projector, pages 5 à 12.

Activité 1.2 : Demandez aux élèves d'écrire et d'évaluer des expressions qui décrivent des situations concrètes, comme le nombre de livres dans une bibliothèque, etc., puis d'identifier les éléments qui « varient ».

Problème 1.2 : La finale régionale de basket-ball a eu lieu à la Vista Heights High School. Les prix des billets étaient les suivants :

adultes 5 $
étudiants 3 $
enfants 1 $

Écrivez une expression décrivant les revenus générés (le gymnase comprend 500 sièges). Si tous les sièges ont été occupés et qu'il y a eu 100 adultes et 346 étudiants, quels ont été les revenus générés ?

Activité 1.2 : Une plus ample discussion sur la variable - Écrire une expression décrivant le nombre de pneus des véhicules qui sont en contact avec la chaussée, dans votre municipalité :

a) lorsque seuls les véhicules motorisés à 4 roues sont en circulation;
b) lorsque seuls les véhicules motorisés à 2 roues sont en circulation;
c) lorsqu'une combinaison de véhicules à 4 et 2 roues sont en circulation;
d) lorsque seuls les autobus de transport en commun et les autobus scolaires sont en circulation.

Points pouvant être discutés : est-ce que « en circulation » comprend les véhicules arrêtés à une intersection ? Quelles sont les difficultés éprouvées lors de la détermination des variables ? La précision est-elle nécessaire ?

Pour une discussion sur les façons d'éviter que les élèves ne se méprennent, ce qui est parfois le cas lorsqu'ils traduisent le langage parlé en langage mathématique, reportez-vous à « From Words to Algebra: Mending Misconceptions », dans The Ideas of Algebra, K-12.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Demandez aux élèves de se servir de leur calculatrice lors de l'évaluation de polynômes comportant des nombres élevés. Le calcul mental, de même que l'estimation, doivent être encouragés.

Demandez par exemple aux élèves d'estimer leur réponse avant d'en faire le calcul.

Pour obtenir un programme permettant de déterminer les zéros d'un polynôme, reportez-vous à HM10, page 110, « Computer Application ».

Évaluez des polynômes à l'aide d'un logiciel tableur. Ceci met l'accent sur le concept de la variable. Étant donné que les tableurs calculent rapidement la valeur d'une expression, les valeurs de la variable peuvent être aisément modifiées. Les élèves pourront ainsi avoir l'occasion de prédire ce qui advient de la valeur d'un polynôme, lorsque la variable croît, décroît, etc. Appleworks et Microsoft Works constituent deux ressources de base d'Alberta Education comprenant un tableur.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Pour un jeu destiné à faciliter l'apprentissage de l'algèbre et de la logique, reportez-vous à « Using a Game as a Teaching Device », dans Activities for Junior High School and Middle School Mathematics.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 87 à 93
BMS3 : pages 19 à 21 et 171 à 181
INF3 : pages 53 à 68

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs portant sur des expressions comprenant des exposants sont assujettis à des lois et à des propriétés.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 appliquer la loi de multiplication des exposants à des puissances dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier relatif, $a^m \times a^n = a^{m+n}$;

2.1.1 vérifier la loi de multiplication des exposants;

2.2 appliquer la loi des puissances à des exposants, $(a^m)^n = a^{mn}$, dans des expressions dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier relatif;

2.2.1 vérifier la loi des puissances pour des exposants;

2.3 appliquer la loi de division des exposants à des puissances dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier relatif, $a^m/a^n = a^{m-n}$;

2.3.1 vérifier la loi de division des exposants.

REMARQUES

La discussion sur les exposants entiers relatifs comprend une partie sur les exposants « zéro » et négatifs.

Au secondaire premier cycle, les élèves n'ont discuté des lois des exposants qu'en ce qui concerne les bases numériques. Lors de la discussion sur les bases variables, vous pouvez peut-être faire une révision de leurs connaissances des bases numériques.

« Vérifier » signifie que l'élève doit justifier la validité d'une opération, d'une solution, d'une formule ou d'un théorème, à l'aide d'exemples pouvant ou non être généralisés.

Voici un exemple de vérification :
Vérifier que $a^m \times a^n = a^{m+n}$
L'élève peut écrire :

1) $c^2 \times c^3 = c \times c \times c \times c \times c$
$= c^5$
$\therefore \quad c^2 \times c^3 = c^{2+3} = c^5$ ou

2) $8^2 \times 8^1 = 8 \times 8 \times 8$
$= 8^3$
$\therefore \quad 8^2 \times 8^1 = 8^{2+1} = 8^3$

L'accent doit être mis sur le processus, et non sur des calculs difficiles ou complexes. N'allez pas au-delà du niveau de difficulté des manuels scolaires.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité 2.2 : Loi des puissances - Soulignez le fait que $(a^3)^4$ signifie que a^3 est utilisé comme facteur 4 fois. Demandez aux élèves d'expliquer, par écrit, la raison de l'efficacité de la règle de multiplication des exposants. Les exposants zéro et négatifs devraient servir à démontrer que les lois des exposants demeurent inchangées si des exposants de ce type sont utilisés. Les exposants zéro et négatifs jouent un rôle important dans l'évaluation des expressions.

Problème 2.1 et 2.2 : Si $a = 2^{x+2}$, déterminer la valeur simplifiée de 8^x en fonction de a.

Réponse : $8^x = a^3/64$

Problème 2.2 : Évaluer

$$\left(\left(\left(\left(2^{-2}\right)^{2}\right)^{-2}\right)^{2}\right)^{-2}$$

Réponse : 2^{-32}

Problème 2.2 : Bien que le problème suivant puisse être résolu directement avec la calculatrice, suggérez aux élèves de rechercher une stratégie pour le résoudre sans y avoir recours. (En « décomposant » a^{mn} en $(a^m)^n$ par exemple).

Disposer ce qui suit en ordre numérique ascendant :
$a = 2^{55}$
$b = 3^{44}$
$c = 5^{33}$
$d = 6^{22}$

Réponse : $a < d < b < c$
$(2^5)^{11} < (6^2)^{11} < (3^4)^{11} < (5^3)^{11}$

Problème 2.2 : Soit $a = \left(\left(\left(2^2\right)^2\right)^2\right)^2$ et $b = {}_{2}2^{2^{2^2}}$.

Exprimer le rapport de b/a sous la forme 2^p, p étant un nombre entier relatif.

Réponse : $b/a = 2^{65520}$

Problème 2.3 : Loi de division - Ce problème soulignera l'importance de respecter l'ordre des opérations.
Simplifier ce qui suit :

$$\frac{\frac{\frac{\frac{x^{16}}{x^8}}{x^4}}{x^2}}{x}$$

Réponse : x.

Activité 2.3 : Exposant zéro - Ceci s'avère particulièrement utile pour expliquer pourquoi $x^0 = 1$.

Demandez aux élèves d'essayer l'exercice suivant :
Par développement $x^6 = x \times x \times x \times x \times x \times x$

ainsi $x^6 \div x^6 = \frac{x \times x \times x \times x \times x \times x}{x \times x \times x \times x \times x \times x}$

$=$ _____ ①

Par contre, selon la loi de division $x^6 \div x^6 = x^{?-?} = x^?$ ②

Par conséquent, d'après ① et ②, nous pouvons conclure que
_____ = _____.
Tenter d'appliquer cette loi en utilisant différentes valeurs pour x, puis compléter la phrase qui suit :
Une puissance à exposant zéro_____
_____.

Activité 2.3 : Exposants négatifs - Par développement,

$x^6 \div x^8 = \frac{x \times x \times x \times x \times x \times x}{x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x}$

$=$ _____ ③

Par contre, selon la loi de division, $x^6 \div x^8 = x^{?-?} = x^?$ ④
Par conséquent, d'après ③ et ④, nous pouvons conclure que

_____ = _____.

Essayer ceci avec une calculatrice pour x = 2, 5 et 10 et -1, -2 et -3 comme exposants.

Compléter cette phrase : Une puissance à exposant négatif
_____
_____.

Problème 2.3 : Évaluer $x^0 - 0^x$ ($x \neq 0$).

Réponse : 1.

Pour un choix de **problèmes**, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 63.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Algebra Drill and Practice II (Conduit), option « Integral Exponents », permet de s'exercer à simplifier des expressions exponentielles.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

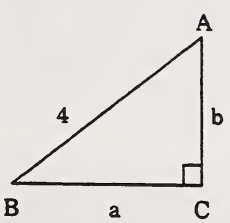
Problème : Si = 7,

= 27, et = 81,

déterminer

Réponse : $5^4 + 4^3 = 689$.

Problème : Calculer l'aire du triangle ABC si $a + b = \sqrt{18}$.



Réponse : A = 1/2 unité carrée

Laissez aux élèves le temps d'explorer les méthodes possibles de résolution. Ils auront peut-être besoin de suggestions ou de conseils comme : une expression pour l'aire de ce triangle, (A = 1/2ab). L'expression a + b est importante ici. Quel est le développement algébrique de $(a + b)^2$? Dans le cas présent, de quelle façon le théorème de Pythagore peut-il être appliqué ? ($a^2 + b^2 = 16$)

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 102 et 109 à 113
BMS3 : pages 22 à 29

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs et les opérations sur des polynômes sont tributaires de l'application des lois des opérations associées aux nombres et aux puissances.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.1 additionner et soustraire des polynômes.

REMARQUES

L'addition et la soustraction de polynômes ne font plus partie intégrante du programme du secondaire premier cycle. Plusieurs élèves n'auront d'autre expérience des polynômes que la résolution d'équations. S'ils ont déjà additionné et soustrait des polynômes, vous pouvez alors consacrer un peu de temps à la visualisation d'un polynôme et à démontrer comment l'addition et la soustraction sont une généralisation des propriétés de l'addition et de la soustraction enseignées au cours des années précédentes. Vous devez prendre le temps de faire le lien entre les connaissances acquises antérieurement et la matière actuelle, de sorte que les opérations sur les polynômes ne soient pas perçues comme entièrement différentes des opérations sur les nombres.

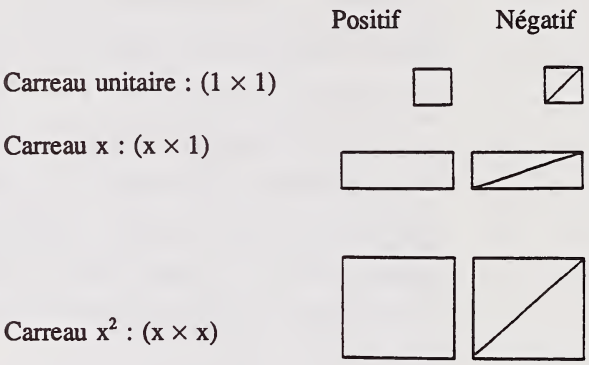
Matériel de manipulation : L'étude préliminaire des polynômes constitue l'occasion idéale pour les enseignants d'adapter la matière en fonction du niveau cognitif des élèves. Les élèves de ce cours seront à un stade concret de l'apprentissage des polynômes et pourront bénéficier d'un développement approfondi des concepts à l'aide du matériel de manipulation. Toutefois, le but n'est pas d'acquérir une certaine aisance avec ce matériel mais plutôt de l'utiliser pour arriver, à partir d'un concept concret et en passant par un stade de transition (illustré), à une compréhension formelle des concepts abstraits et des processus inhérents à l'étude des polynômes.

Le matériel de manipulation permet de concrétiser le concept abstrait de processus. Les manipulations ne remplacent toutefois pas le développement d'un algorithme mathématique, mais le développement de cet algorithme devrait se faire à la suite de la présentation du concept à l'aide du matériel de manipulation. Il est inutile de démontrer ce concept en classe à l'aide de ce matériel ou de permettre aux élèves d'utiliser celui-ci à la suite de la présentation d'un algorithme formel. À ce stade, les élèves doivent pouvoir assimiler la représentation concrète de ce concept et ils doivent également avoir l'occasion de travailler avec leur propre matériel de manipulation, pour que ces méthodes soient efficaces.

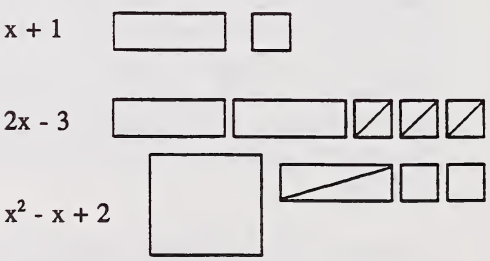
L'accent doit être mis sur la compréhension et non sur de longs ou difficiles calculs avec des polynômes complexes. Le degré de difficulté des questions ne devrait pas dépasser les questions comportant 2 trinômes d'un maximum de trois degrés et de 3 inconnues. Incitez les élèves à vérifier leurs calculs par la méthode de substitution.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de découper, dans du carton, des carreaux algébriques représentant x^2, x et 1. (Voir le modèle à l'annexe A.) Tracer une diagonale sur l'une des faces pour représenter le signe négatif. Ces carreaux apparaîtront comme suit :



On peut représenter des polynômes, à l'aide de ces carreaux, comme suit :



Demandez aux élèves de s'exercer à représenter divers polynômes à l'aide de ces carreaux.

Ces représentations concrètes de polynômes peuvent être utilisées pour faire des additions et des soustractions. Les élèves seront en mesure de constater que les additions et les soustractions ne sont possibles qu'avec des termes semblables.

Pour obtenir des informations plus précises et des suggestions, reportez-vous à Algebra Tiles for the Overhead Projector, pages 13 à 16.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES	MS3	: pages 94 à 101
	MS4, 01, T1	: pages 221 à 225
	BMS3	: pages 182 à 188
	BMS, 4C	: page 140
	INF, M434	: pages 90 à 93

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs et les opérations sur des polynômes sont tributaires de l'application des lois des opérations associées aux nombres et aux puissances.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.2 multiplier des polynômes par des monômes, et des binômes par des binômes;

3.3 reconnaître le développement du carré d'un binôme et la multiplication de binômes conjugués comme étant des cas particuliers.

REMARQUES

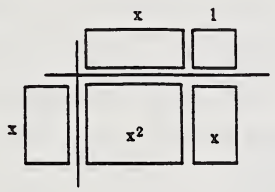
Ce concept ne fait plus partie du programme du secondaire premier cycle. Plusieurs élèves n'auront d'autre expérience des polynômes que la résolution d'équations. S'ils ont déjà multiplié des polynômes, il serait alors judicieux de consacrer un peu de temps à la visualisation d'un polynôme et à démontrer comment la multiplication est une généralisation des propriétés de la multiplication enseignées au cours des années précédentes. Vous devez faire le lien entre les connaissances acquises antérieurement et la matière actuelle, de sorte que les opérations sur les polynômes ne soient pas perçues comme entièrement différentes des opérations sur les nombres.

Rappelez aux élèves la loi distributive. Mettez l'accent sur le processus et non sur des calculs longs ou complexes. N'allez pas au-delà du niveau de difficulté des exercices figurant dans les manuels scolaires.

La reconnaissance du carré d'un binôme $[(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2]$ et de la multiplication de binômes conjugués $[(a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$ devrait se faire au cours de la multiplication d'autres binômes, et ceux-ci devraient être considérés comme des cas particuliers à la suite seulement de la discussion du développement des binômes.

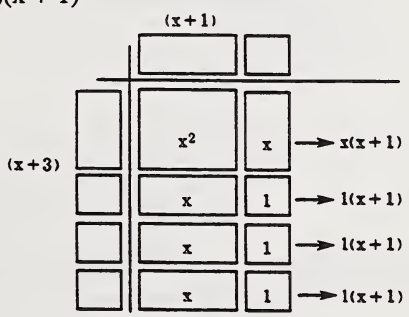
PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Lors de la multiplication à l'aide du matériel de manipulation, construire un tableau et comparer la multiplication à la détermination de l'aire d'un rectangle. Il ne faut pas oublier de multiplier tous les termes de gauche par les termes du dessus.



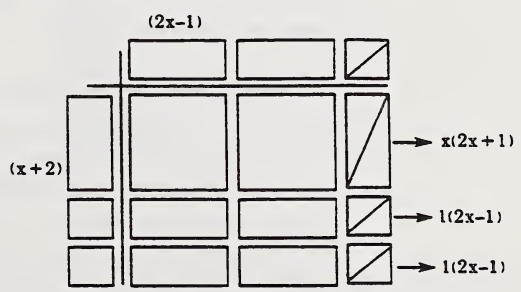
Les carreaux à l'intérieur de la boîte désignent le produit, dans le cas présent $x^2 + x$.

Exemples :
$(x + 3)(x + 1)$



Les carreaux à l'intérieur de la boîte démontrent que le produit est $x^2 + 4x + 3$. Remarquer que ce produit représente un rectangle. Il est important de tenir compte de ce fait lors de la mise en facteurs.

$(x + 2)(2x - 1)$



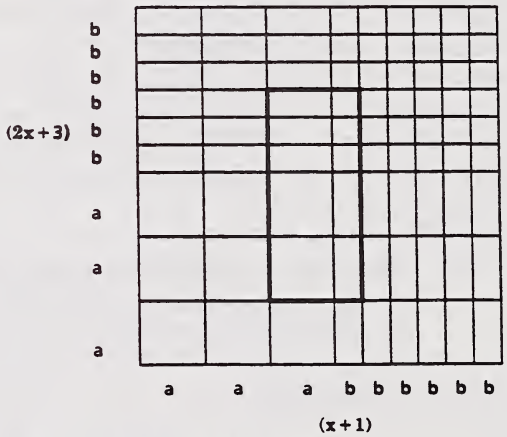
Les carreaux à l'intérieur de la boîte démontrent que le produit est $2x^2 + 4x - x - 2 = 2x^2 + 3x - 2$.

Ce produit est-il toujours un rectangle ? À quoi ressemblerait la multiplication de $(x + 3)(x + 3)$? Développer ceci en classe.

Pour de plus amples informations, reportez-vous à Algebra Tiles for the Overhead Projector, pages 17 à 23.

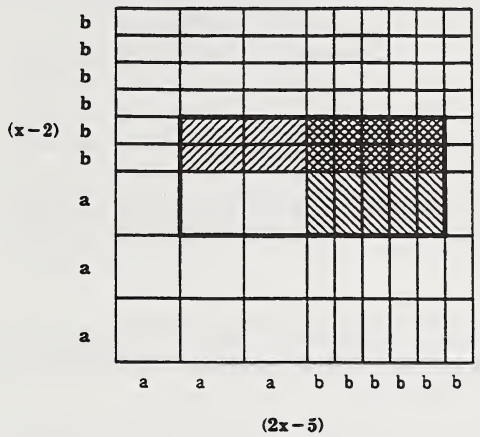
Activité : Une autre approche possible pour l'enseignement de la multiplication des binômes est l'utilisation de quadrillés de binômes. Le principe consiste à donner aux élèves une feuille sur laquelle se trouve un certain nombre de quadrillés, formés à partir de l'interprétation géométrique de deux binômes. (Voir le modèle à l'annexe A.). Les multiplications particulières peuvent se faire en délimitant, sur le quadrillé, un rectangle dont les côtés sont de la longueur des binômes donnés. L'aire de ce rectangle sera la multiplication des deux binômes.

La multiplication de $(2x + 3)(x + 1)$, par exemple, est effectuée comme suit :



Le produit est $2x^2 + 5x + 3$.

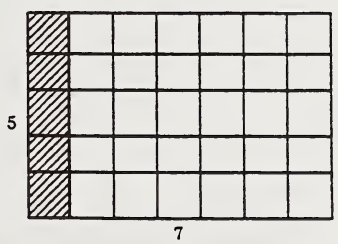
Pour réaliser une multiplication comportant des valeurs négatives, marquer d'une façon quelconque les zones qui représentent ces valeurs. Les zones ainsi marquées une fois seulement seront interprétées comme négatives lors de la dernière multiplication. Les zones doublement marquées seront interprétées comme positives. La multiplication de $(x - 2)(2x - 5)$, par exemple, est effectuée comme suit :



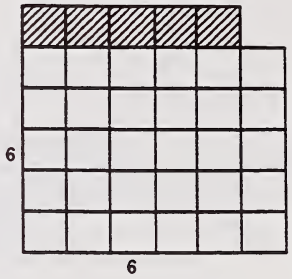
Le produit est $2x^2 - 9x + 10$.

Adapté, avec permission, « The Binomial Grid » dans Mathematics Teacher, copyright mai 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

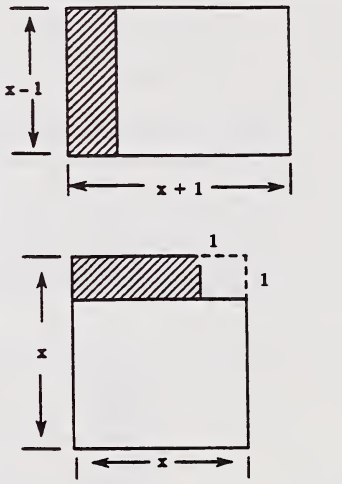
Vous trouverez ci-dessous une autre façon d'illustrer la présentation du cas particulier $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$. Commencez en prenant par exemple 5×7, représenté sous forme de rectangle :



Le rectangle 5 sur 7 comprend trente-cinq carrés. Si les cinq carrés situés à l'extrême gauche sont déplacés au-dessus de la figure, la plus grande figure est alors décrite comme étant « presque » un carré, puisqu'elle comprend un carré unitaire de moins que les trente-six du carré 6 sur 6.



Cette représentation géométrique peut être généralisée au cas dans lequel on peut appliquer ce qui suit pour tous les nombres réels $x > 1$:



Problème : Soient trois ensembles de nombres entiers relatifs consécutifs, (3, 4, 5), (7, 8, 9) et (9, 10, 11) par exemple. Demandez aux élèves de multiplier les premier et troisième nombres entiers relatifs, puis d'élever le second nombre entier relatif au carré. Quelle est la relation entre les deux produits ? Ceci est-il possible avec tous les nombres entiers relatifs ? Est-ce possible avec (21, 22, 23), (-1, 0, 1), (-2, 1, 0), (-7, -6, -5) ? Est-ce possible uniquement avec des nombres entiers relatifs ? Demandez aux élèves d'essayer avec des nombres comme (5¼, 6¼, 7¼) et (2,41, 3,41, 4,41).

En classe, discutez d'une façon possible de décrire algébriquement la relation entre les trois nombres. Quelles sont les expressions développées par les produits ?

Voici deux possibilités : (x, x + 1, x + 2) et (x - 1, x, x + 1).

Les produits dans le premier cas sont : $x(x + 2) = x^2 + 2x$ et $(x + 1)^2 = x^2 + 2x + 1$.

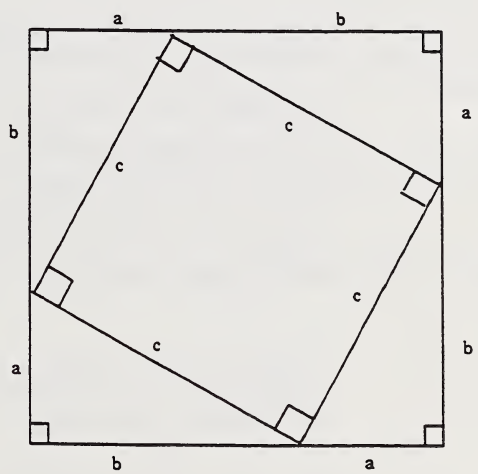
Dans le second cas, ces produits sont : $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$ et x^2.

Dans les deux cas, la raison de la différence de 1 entre les deux produits est maintenant évidente. Insistez sur la valeur de l'algèbre en généralisant.

Pour un choix de **problèmes**, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 64, n° 22.

Problème 3.2 : Démontrer que $a^2 + b^2 = c^2$, étant donné que l'aire des quatre triangles plus l'aire du petit carré = l'aire du grand carré.

(Preuve algébrique du théorème de Pythagore.)



SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Activité : Explorer comment la multiplication binomiale (a = 1) peut être appliquée dans des opérations de calcul mental, comme 14×17 ? Peut-on écrire 14×17 sous la forme de $(10 + 4) \times (10 + 7)$?
$(10 + 4)(10 + 7) = (100 + 70 + 40 + 28) = (100 + 110 + 28)$

Quel modèle apparaît dans des produits multiples de 10 ? Cela est-il toujours possible avec des nombres ?

Pour une étude plus en profondeur, reportez-vous à la section **Suggestions de matière facultative** de la factorisation des polynômes, page 84.

Problème 3.2 : On a pu observer que $39 \times 62 = 93 \times 26$. Autrement dit, lorsqu'on inverse l'ordre des chiffres, 39 et 62, le produit des nombres inversés est identique au produit des nombres initiaux. D'autres couples de nombres à deux chiffres peuvent-ils faire preuve de la même propriété ?

Laissez les élèves deviner et tester, puis suggérez-leur de généraliser leurs observations en exprimant chaque nombre à deux chiffres sous forme d'un binôme, faisant ainsi usage de la valeur de la place.

Réponse : Oui, d'autres nombres à deux chiffres peuvent avoir cette propriété. La clé de ce problème réside dans le fait que le produit des dizaines (3×6) est égal au produit des unités (9×2). Ceci peut aussi se faire algébriquement.

Adapté, avec permission, de « On the Meaning of Variable », dans Mathematics Teacher, copyright septembre 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème : (3, 4, 5) et (5, 12, 13) sont des triplets de Pythagore (a, b, c), puisqu'ils satisfont le théorème de Pythagore, $a^2 + b^2 = c^2$.

Définir maintenant b et c en fonction de a, comme suit :

Soit $b = \frac{a^2 - 1}{2}$, $c = \frac{a^2 + 1}{2}$

Vérifier, à l'aide d'exemples, que les triplets (a, b, c) ainsi formés seront toujours des triples de Pythagore. (3, 4, 5) et (5, 12, 13) correspondent-ils à ce modèle ? Prouver ce résultat algébriquement.

Pour une autre activité relative à la multiplication polynomiale, reportez-vous à M10, TRB, Teaching Notes, page 15, section 3-4.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3	: pages 102 à 109
MS4, 01, T1	: pages 225 à 230
BMS3	: pages 189 à 193
BMS, 4C	: pages 141 et 142
INF, M434	: pages 93 à 103
M 064-424	: pages 43 à 79

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs et les opérations sur des polynômes sont tributaires de l'application des lois des opérations associées aux nombres et aux puissances.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.4 diviser des polynômes par des monômes;

3.5 diviser des polynômes par des binômes de la forme ax + b, a, pour $b \in Z$.

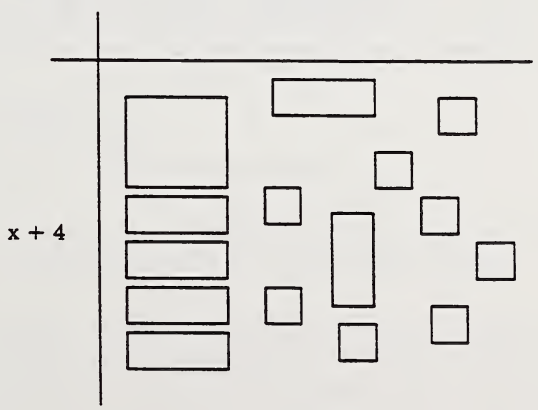
REMARQUES

Vous pouvez apprendre aux élèves comment écrire les résultats obtenus sous la forme P = D × Q + R, P étant le dividende, D le diviseur, Q le quotient et R le reste.

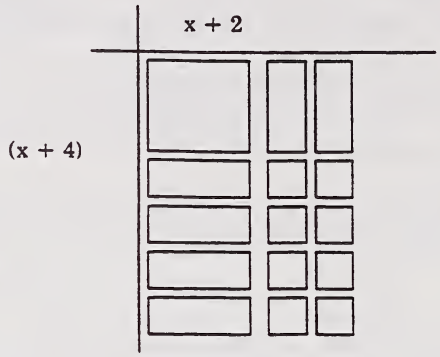
Cet apprentissage devrait se faire en commençant par la division d'un polynôme par un nombre entier (exemple : $(3x^2 + 6x + 9) \div 3$ et $(2x^2 + 4) \div 2$). Cette approche est concrète en ce sens que les élèves peuvent utiliser les carreaux algébriques pour diviser le polynôme en trois groupes. Cela s'avère particulièrement utile, car les élèves n'ont pas encore discuté de la mise en facteurs.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Voici une approche concrète (basée sur la multiplication) servant à présenter la division d'un polynôme par un binôme, soit : $(x^2 + 6x + 8) \div (x + 4)$.
Un carreau x^2, 6 carreaux x et 8 carreaux unitaires peuvent être disposés en un rectangle dont x + 4 est l'une des dimensions.



En disposant le reste des carreaux, le rectangle ressemble à ceci :



Ainsi : $(x^2 + 6x + 8) \div (x + 4) = (x + 2)$

Pour une description plus détaillée, reportez-vous à Algebra Tiles for the Overhead Projector, pages 25 à 27.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3	: pages 109 à 116
MS4, 01, T1	: pages 230 à 238
BMS3	: pages 194 à 197
BMS, 4C	: pages 143 à 145
INF, M434	: pages 104 à 107
M 064-424	: pages 86 à 90

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les polynômes peuvent être factorisés.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 factoriser des polynômes possédant un monôme comme facteur commun;
1.2 factoriser des polynômes possédant un binôme comme facteur commun.

REMARQUES

Ce concept n'étant plus abordé dans le programme du secondaire premier cycle, il sera nouveau pour les élèves. Il convient de l'enseigner conjointement avec les concepts de multiplication des polynômes par des monômes et des binômes.

Rappelez aux élèves de faire la mise en facteurs de nombres sous forme du produit de facteurs premiers. Appliquez ceci à la mise en facteurs de monômes. Rappelez-leur comment déterminer le PGFC des nombres et présentez la « mise en facteur commun » comme une façon d'écrire un polynôme sous forme du produit du plus grand facteur commun de ses termes et d'un quotient.

Dans cette section, le plus grand facteur commun est défini comme le PGFC des coefficients numériques et du ou des coefficients littéraux au plus grand exposant par lequel est divisé chacun des termes.

Utilisez des exemples et donnez-leur des problèmes d'un même niveau de difficulté que celui des problèmes auxquels ils sont susceptibles d'être confrontés. Rappelez-leur qu'il est possible de vérifier le travail accompli en inversant la procédure.

Exemples :
$2x^2 + 6x = 2x(x - 3)$
$2x(x + 3) + 5(x + 3) = (x + 3)(2x + 5)$

Il est également approprié de présenter les notions de factorisation par regroupement, $x^3 + 2x^2 + 3x + 6$ par exemple.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves d'effectuer plusieurs multiplications comportant des monômes et des polynômes, puis de tenter d'établir une procédure pour faire l'opération en sens inverse, c'est-à-dire pour partir du résultat de la multiplication et obtenir les monômes et les polynômes de départ. Demandez aux élèves d'écrire les règles trouvées dans leurs propres mots.

Problème : Pourquoi l'expression $n^2 + n$, pour $n \in Z$, est-elle toujours paire ? Ceci est un bon exemple d'un problème qui peut être résolu en groupe par les élèves.

Problème 1.2 : Prendre un nombre à trois chiffres et l'écrire deux fois pour en faire un nombre à six chiffres. Démontrer que ce nombre se divise exactement par 7, 11 ou 13. Quelle en est la raison ?

Discussion :

Soit un nombre abc. En écrivant ce nombre 2 fois, on obtient un nouveau nombre, abcabc. En exprimant ce nombre sous une forme indiquant la valeur de l'emplacement, on obtient :
$abcabc = (a \times 10^5) + (b \times 10^4) + (c \times 10^3) + (a \times 10^2) + (b \times 10) + c = 10^2a(10^3 + 1) + 10b(10^3 + 1) + c(10^3 + 1)$

Lorsque le nombre est écrit sous cette forme, que peut-on remarquer au sujet de chaque terme ? Quels sont les diviseurs de 1 001 ?

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Algebra Drill and Practice II (Conduit), option « Factoring Binomials »;
Factoring Algebraic Expressions (Mindscape), option « Common Factor ». Ces deux références fournissent des occasions de pratique et de rattrapage en ce qui concerne la factorisation du facteur commun d'expressions binomiales.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Multiplication de binômes et factorisation - calcul mental :
La discussion suivante est un approfondissement du sujet déjà abordé dans la section **Suggestions de matière facultative** des opérations sur les polynômes, objectif 3.2, page 80. Le sujet est repris en y incluant la factorisation par groupe.

Demandez aux élèves de multiplier $(10a + b)(10a + c)$. (b) Établir les particularités et les simplifications dans le cas où $b + c = 10$. (c) Ensuite, demandez aux élèves d'élaborer et de décrire comment ce résultat peut être utilisé pour simplifier le calcul mental de multiplications comme 24×26, 61×69, etc. Est-ce que ces règles seraient également utiles pour des calculs comme 48×92, ou 37×38 ? Pour 75^2 ? Pour $3{,}4 \times 3{,}6$? Si oui, pourquoi ? Si non, pour quelle raison ?

a) $(10a + b)(10a + c) = 100a^2 + 10ab + 10ac + bc$
$= 100a^2 + 10a(b + c) + bc$

b) Lorsque $b + c = 10$,
$100a^2 + 10a(b + c) + bc = 100a^2 + (10a)(10) + bc$
$= 100a^2 + 100a + bc = 100a(a + 1) + bc$

c) La multiplication 24×26 peut être résolue ainsi: $a = 2$, $b = 4$, $c = 6$
$100a(a + 1) + bc = 100(2)(3) + 24 = 600 + 24 = 624$

On peut décrire la façon d'effectuer ce calcul mental comme suit : Multiplier le chiffre des dizaines (2) par son successeur (3). Juxtaposer à ce résultat ($2 \times 3 = 6$) le produit des unités ($4 \times 6 = 24$). La réponse de la multiplication 24×26 est 624.

Multiplier le premier chiffre (2) par son successeur (3), [le produit donne 6] et y juxtaposer le produit des unités ($4 \times 6 = 24$). La réponse de la multiplication 24×26 est 624.

Demandez aux élèves de décrire oralement ou par écrit la règle précédente.

Quelles règles peuvent être établies pour le calcul mental lorsque $b + c \neq 10$?

Quelles généralisations peuvent être établies dans le cas du produit de nombres de la forme $3{,}4 \times 3{,}6$?

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1 : pages 238 à 245
BMS, 4C : pages 149 à 152
INF, M434 : pages 111 à 116
M 064-424 : pages 91 et 92

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les polynômes peuvent être factorisés.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.3 factoriser des trinômes de la forme $ax^2 + bx + c$, pour a, b et $c \in Z$;
1.4 factoriser des trinômes carrés parfaits;
1.5 factoriser des polynômes qui sont des différences de carrés.

REMARQUES

Il est important que les élèves comprennent la relation entre les produits numériques particuliers et la généralisation algébrique. Ces concepts donnent la possibilité de montrer l'utilité de la valeur de l'emplacement.

Ce concept n'étant plus abordé dans le programme du secondaire premier cycle, il sera nouveau pour les élèves.

L'accent devra être mis sur la compréhension du processus et non sur l'utilisation d'exemples difficiles ou complexes. Choisissez des questions et des problèmes qui sont du même niveau de difficulté que celui du manuel des élèves.

Reportez-vous à la multiplication des binômes et utilisez le même matériel de manipulation. Voir Algebra Tiles for the Overhead Projector, pages 25 à 31.

Rappelez aux élèves que -1 + 1 = 0 et que ⧄+□ = 0.

Ce concept sera utilisé pour factoriser des trinômes dont le terme constant est négatif.

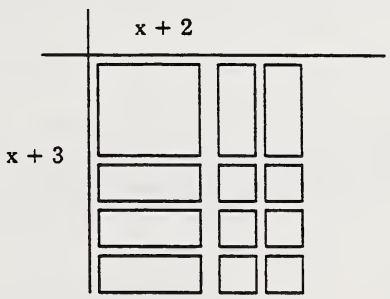
Assurez-vous que les élèves ont l'occasion de développer les habiletés de factorisation. Avant d'enseigner un algorithme de factorisation, par exemple, donnez aux élèves la possibilité de mettre en pratique leurs connaissances de la multiplication des binômes, c'est-à-dire que le produit des coefficients numériques des termes du premier degré est le coefficient numérique du terme de deuxième degré et que le produit des constantes est le terme constant du polynôme. Une bonne compréhension de ces concepts facilitera l'assimilation des algorithmes qui seront développés.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de placer le matériel de manipulation représentant les polynômes sous la forme d'un rectangle afin de trouver les dimensions (les facteurs).

Exemples :
Factoriser $x^2 + 5x + 6$.

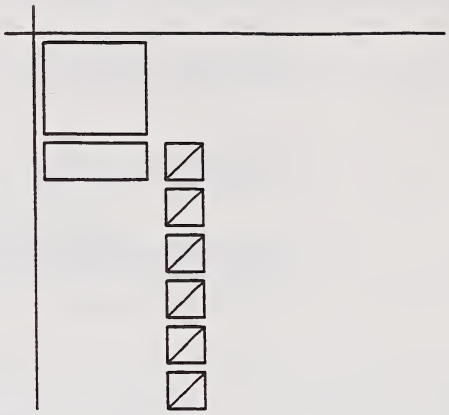
Disposez les carreaux en un tableau comme celui utilisé lors de la multiplication. Ces carreaux ne peuvent être disposés en rectangle que d'une seule façon.



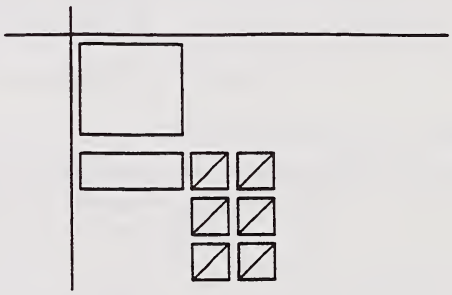
$\therefore x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

Factoriser $x^2 + x - 6$.
On doit former un rectangle avec un carreau x^2, un carreau x et six carreaux unitaires négatifs. Ce rectangle est impossible à former. Toutefois, l'addition du même nombre de carreaux x positifs et négatifs permettra alors de former un rectangle.

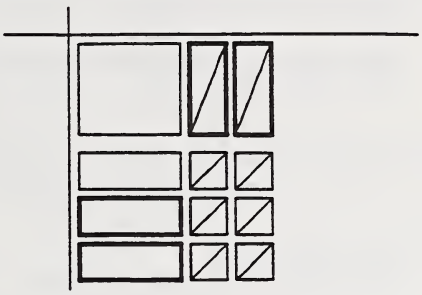
Construire un rectangle dans le coin inférieur droit à l'aide des carreaux unitaires. Pour ce faire, il n'existe que deux possibilités, soit un rectangle de 6 sur 1 :



ou un rectangle de 3 sur 2 :



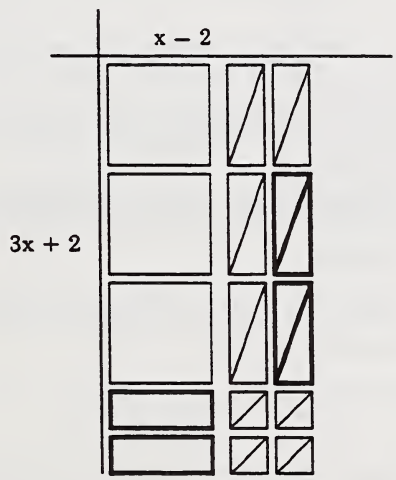
Seul le rectangle 3 sur 2 laissera un nombre identique d'espaces pouvant être comblés par des carreaux « x » à la fois le long du côté et sur le dessus. En plaçant deux carreaux x positifs le long du côté (près du carreau x initial), puis en plaçant ensuite deux carreaux x négatifs sur le dessus, le polynôme demeure inchangé et par ailleurs le rectangle est complété.



$\therefore x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2)$

Factoriser $3x^2 - 4x - 4$.

Cette fois encore, il n'est pas possible de former un rectangle sans ajouter de carreaux. Le tableau suivant représente la disposition des carreaux, y compris ceux qui ont été ajoutés (représentés en gras), pour former un rectangle complet :



Adapté, avec permission, de « Finding Factors Physically », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the 'Agenda for Action', copyright 1986, National Council for Teachers of Mathematics. Reportez-vous également à Algebra Tiles for the Overhead Projector, pages 25 à 31.

Activité : La factorisation de trinômes peut aussi être effectuée à l'aide du quadrillé binômial (comme décrit pour les opérations sur les polynômes, concept 3, pages 76 à 78). La discussion précédente peut être utilisée avec le quadrillé binomial.

Problème 1.4 : Si $a^2 + b^2 = 15$ et $ab = 5$, quelle est la valeur de $(a + b)$.

Réponse : Une solution possible est :

$$\begin{aligned}(a + b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2\\ &= (a^2 + b^2) + 2ab\\ &= 15 + 2(5)\\ &= 25\\ \therefore\ a + b &= 5\end{aligned}$$

Activité 1.5 : Pour une introduction numérique et graphique de l'activité sur la différence de facteurs élevés au carré, reportez-vous au guide du maître de HM10, pages 39 et 40.

Problème 1.5 : Calculer n si $(10^{12} + 25)^2 - (10^{12} - 25)^2 = 10^n$.

Réponse : Une solution possible est:

$$\begin{aligned}&(10^{12} + 25)^2 - (10^{12} - 25)^2\\ &= [(10^{12} + 25) + (10^{12} - 25)][(10^{12} + 25) - (10^{12} - 25)]\\ &= [(2)(10^{12})](50)\\ &= (100)(10^{12})\\ &= 10^{14}\\ &\therefore\ n = 14\end{aligned}$$

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Algebra Drill and Practice II (Conduit), option « Factoring Trinomials »;
Solving Quadratic Equations et Factoring Algebraic Expressions (tous deux de Mindscape) permettent de pratiquer la décomposition en facteurs.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Activité 1.3 : Autres approches à la factorisation des trinômes de la forme $ax^2 + bx + c$.

a) Soit le théorème suivant :

Étant donné un trinôme $ax^2 + bx + c$ et des nombres entiers relatifs m et n tels que $m + n = b$ et $mn = ac$, alors

$$ax^2 + bx + c = \frac{(ax + m)(ax + n)}{a}$$

Encouragez les élèves à vérifier cet énoncé à l'aide d'exemples. On peut par exemple factoriser l'expression $2x^2 - 7x - 15$. Dans ce cas, $b = -7$ et $ac = (2)(-15) = -30$. Il s'agit de rechercher deux nombres dont la somme et le produit sont, respectivement, -7 et -30. Ces deux nombres (m et n) sont +3 et -10.

Le théorème précise que l'on peut maintenant écrire directement l'expression factorisée de la façon suivante :

$$2x^2 - 7x - 15 = \frac{(2x + 3)(2x - 10)}{2}$$

Dans ce cas, un des binômes contient un facteur commun, 2. En simplifiant, on obtient alors :

$$2x^2 - 7x - 15 = \frac{(2x + 3)(2x - 10)}{2} = (2x + 3)(x - 5)$$

Comme activité, incitez les élèves à démontrer ce théorème.

b) Un deuxième théorème, associé, énonce :

Étant donné un trinôme $ax^2 + bx + c$ et des nombres entiers relatifs m et n, tels que $m + n = b$ et $mn = ac$, alors

$$ax^2 + bx + c = \frac{(mx + c)(nx + c)}{c}$$

Demandez aux élèves de vérifier ce théorème à l'aide d'exemples. En utilisant l'exemple précédent, soit $2x^2 - 7x - 15$, pour $m = +3$ et $n = -10$ et en substituant, selon le théorème, les valeurs aux variables, on obtient :

$$2x^2 - 7x - 15 = \frac{(3x - 15)(-10x - 15)}{-15}$$

Dans cet exemple, chacun des binômes contient un facteur commun. En simplifiant, on obtient :

$$2x^2 - 7x - 15 = \frac{(3)(x - 5)(-5)(2x + 3)}{-15} = (x - 5)(2x + 3)$$

Comme activité, amenez les élèves à démontrer ce théorème.

Activités (a) et (b) adaptées de « Factoring Trinomials », dans Mathematics Teacher, copyright janvier 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

c) Une autre approche se sert de la technique de « boîte ».

Un exemple comportant une multiplication facilitera l'introduction de cette méthode, $(2x - 1)(x + 5)$ par exemple.

Disposer la boîte comme illustré ci-dessous et multipliez les cellules l'une par l'autre, puis combiner les termes :

	x	+5
2x	① $2x^2$	② 10x
-1	③ -1	④ -5

Ainsi, $(2x - 1)(x + 5) = 2x^2 + 10x - x - 5 = 2x^2 + 9x - 5$.

Encouragez les élèves à analyser le processus et les produits.

Il est à noter que :

1. les produits des éléments en diagonale sont identiques ($-10x^2$);
2. la cellule ① renferme le terme x^2 du trinôme;
3. la somme des cellules ② et ③ donne le terme x;
4. la cellule ④ comprend la constante.

Factorisation :

Soit l'exemple précédent, $2x^2 - 7x - 15$. Reprendre la boîte et disposer le terme x^2 et la constante tel qu'illustré :

	① $2x^2$	
	③	④ -15

Les cellules ② et ③ contiennent les termes en x, dont la somme est -7x et le produit, $-30x^2$. Ces termes sont +3x et -10x. Il s'agit de les placer dans les cellules ② et ③ (l'ordre n'importe pas).

	① $2x^2$	② +3x
	③ -10x	④ -15

Déterminez les facteurs communs à chaque rangée et à chaque colonne, puis disposez-les ainsi :

	2x	+3
x	$2x^2$	+3x
-5	-10x	-15

Par conséquent, $2x^2 - 7x - 15 = (2x + 3)(x - 5)$.

Note : Enlever tout facteur commun du trinôme avant de procéder.

En quoi cette approche est-elle semblable aux autres stratégies de factorisation des trinômes, comme la décomposition ou l'emploi de carreaux et de quadrillés binomiaux ?

Adapté, avec permission, de « Box Technique for Factoring », dans Mathematics Teacher, copyright février 1987, National Council of Teachers of Mathematics.

Activité : Demandez aux élèves de prendre connaissance et de commenter par écrit les problèmes de recherche figurant à la page 100 de M10. Appliquer cette compréhension de factorisation de trinômes carrés parfaits aux problèmes 6 et 11 des pages 82 et 83 de MPP10. Faire le lien entre ces connaissances et celles de la page 102 de HM10.

Activité : Pour une autre approche de la factorisation des trinômes, reportez-vous au guide du maître de M10, TRB, Teaching Notes, page 16, section 3-8.

Activité 1.5 : Analyser les modèles présents dans le produit de deux nombres dont la somme est 20.

$9 \times 11 = 99 = 100 - 1 =$ _____
$8 \times 12 = 96 = 100 - 4 =$ _____
$7 \times 13 = 91 = 100 - 9 =$ _____, etc.

Comment peut-on appliquer les connaissances acquises sur la factorisation d'une différence de carrés à la résolution de cet exemple ? Ceci peut-il être généralisé au produit d'autres paires de nombres ?

Problème 1.5 : Exprimer, de quatre façons distinctes, le nombre 96 sous la forme d'une différence de deux carrés.

Réponse: $10^2 - 2^2$
$11^2 - 5^2$
$14^2 - 10^2$
$25^2 - 23^2$

On peut résoudre ce problème par une méthode d'essais et de vérifications (tâtonnements). Suggérez aux élèves de rechercher des modèles. Un des modèles à proposer, si les élèves ne le trouvent pas par eux-mêmes, consiste à examiner les paires de facteurs de 96. De quelle façon peut-on associer $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ à ces paires de facteurs ? Cette méthode est-elle adéquate pour toutes les paires de facteurs de 96 ?

Les paires de facteurs de 96 sont (12, 8), (16, 6), (24, 4), (32, 3) et (48, 2). Quatre de ces paires de nombres peuvent être exprimées comme la somme et la différence de deux autres entiers relatifs positifs, par exemple :
(12, 8) = (10 + 2, 10 - 2).

Existe-t-il une façon de déterminer la valeur de a et de b ? Quelles paires de facteurs ne peuvent pas être traitées de cette façon ($a, b \in Z$) ?

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1 : pages 246 à 255
BMS, 4C : pages 153 à 158
INF, M434 : pages 116 à 122
M 064-424 : pages 93 à 108

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les polynômes peuvent être factorisés.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.6 factoriser des polynômes qui exigent une combinaison de méthodes pour que la factorisation soit complète;

1.6.1 résoudre des problèmes portant sur des polynômes pouvant être factorisés.

REMARQUES

Rappelez aux élèves que la mise en facteurs permet d'écrire des polynômes d'une façon plus facile à comprendre ou plus appropriée. Incitez-les à examiner des polynômes pour trouver des facteurs communs ou des formes générales.

Il est inutile d'utiliser des polynômes complexes dont la mise en facteurs est difficile à réaliser. Fournissez des exercices comprenant des polynômes que les élèves risquent de rencontrer plus tard.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : L'évaluation des polynômes, en commençant par une mise en facteurs suivie d'un regroupement sous une forme emboîtée, constitue une application utile de la mise en facteurs, ainsi qu'une occasion d'utiliser la calculatrice.

Exemple : Évaluer
$x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 12$ pour $x = 4$.
Sous une forme emboîtée, l'expression devient :
$x^4 + 4x^3 - 5x^2 - 12 = x\{x[x(x + 4) - 5]\} - 12$
Vérifier la réponse à l'aide d'une calculatrice.

Problème :
Si $m^6n^2 + 2m^4n^2 + m^2n^2 = 25m^2n^4$, m et $n \neq 0$, alors $m^4 = ?$

Réponse :

$m^6n^2 + 2m^4n^2 + m^2n^2 = 25m^2n^4$
$m^2n^2[m^4 + 2m^2 + 1] = m^2n^2(25n^2)$
$[m^2 + 1]^2 = 25n^2$
$m^2 + 1 = \pm 5n.$
Par conséquent :

$m^2 = 5n - 1$	ou	$m^2 = -5n - 1$
$m^4 = (5n - 1)^2$		$m^4 = (-5n - 1)^2$
$m^4 = 25n^2 - 10n + 1$	=	$25n^2 + 10n + 1$

Pour un choix de **problèmes**, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 64, nos 24 et 25.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Factoring Algebraic Expressions (Mindscape), option « Mixed », offre des exercices.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1 : pages 255 et 256

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les valeurs des variables qui font qu'un polynôme est égal à zéro peuvent être déterminées par une mise en facteurs.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 déterminer, par la factorisation, les zéros rationnels d'un polynôme quadratique à une inconnue, et dont les coefficients sont des entiers relatifs;

2.2 résoudre, par la factorisation, des équations quadratiques à une inconnue, et dont les coefficients sont des entiers relatifs;

2.2.1 résoudre, par la factorisation, des problèmes qui peuvent peut être représentés à l'aide d'équations quadratiques.

REMARQUES

Les zéros sont les valeurs de la variable pour lesquelles la valeur du polynôme est de 0. Pour trouver les zéros d'un polynôme, présentez la méthode suivante :
si ab = 0, alors a = 0 ou b = 0.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Problème :
Trouver les valeurs de x qui satisfont à ce qui suit :
$(x^2 - 2x + 1)^{x^2 - 4x + 3} = 1$

Solutions possibles :

a) $x^2 - 4x + 3 = 0$
$\therefore (x - 3)(x - 1) = 0$
$x = 3$ ou $x = 1$
(Lorsque x = 3, nous avons 4^0 et lorsque x = 1, nous obtenons 0^0; donc, x = 1 n'est pas la solution).

b) $x^2 - 2x + 1 = 1$
$\therefore x^2 - 2x = 0$
$\therefore x(x - 2) = 0$
$x = 0$ ou $x = 2$
(Lorsque x = 0, nous avons 1^3 et lorsque x = 2, nous obtenons 1^{-1}).
Solutions : x = 0, 2, 3

c) $x^2 - 2x + 1 = -1$ et
$x^2 - 4x + 3$ est pair

d) Existe-t-il d'autres possibilités ?

Problème : Un jardin possède une superficie de 240 m^2. Quelles sont ses dimensions si la longueur est supérieure de 8 m à la largeur ?

Réponse : 20 m sur 12 m.

Problème : La somme du double d'une fraction et de la demie de cette fraction, multipliée par la fraction, est égale à cette fraction. Quelle est cette fraction ?

Réponse : 0, ou 2/5.

Problème : Quel nombre positif est égal à son carré additionné à son opposé ?

Réponse : 2.

Note : Ce problème peut-être résolu numériquement par essais et vérifications. Il peut aussi être résolu par l'établissement d'une quadratique simple pouvant être factorisée. La valeur de cette seconde méthode réside dans le fait qu'elle représente le cas général, démontrant que la seule solution est 2. La condition spécifiant que le nombre doit être positif limite-t-elle le nombre de solutions ?

Problème : En ouvrant le manuel de mathématiques, je fais face à deux pages. Si le produit de ces deux pages est 342, quels sont les numéros de chacune d'elles ?

Pour un choix de **problèmes**, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, pages 66 et 67, n^{os} 10 et 13. (Note : ces problèmes comprennent des expressions rationnelles.)

Problem Solving Challenge for Mathematics, page 49, n^{os} 1 et 2. (Ces problèmes comprennent des expressions rationnelles.)

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Algebra Drill and Practice II (Conduit), option « Roots of Quadratic Equations » et
Solving Quadratic Equations (Mindscape) permettent de s'exercer à résoudre des équations quadratiques par la factorisation.
Utilisez un logiciel graphique, soit Equation Math (MECC), Green Globs and Graphing Equations (Sunburst) ou Master Grapher (Addison-Wesley) pour explorer l'effet produit par une légère modification de l'un des coefficients numériques sur divers polynômes pouvant être factorisés. La mise en facteurs du polynôme affecté ne sera peut-être plus possible. Par contre, est-il encore possible d'obtenir une estimation acceptable des racines des polynômes qui peuvent être factorisés ?

Pour un programme permettant de déterminer les zéros d'un polynôme, reportez-vous à HM10, page 110 « Computer Application ».

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : Si x et y sont des entiers relatifs impairs consécutifs, $x < y$. Soit $3x^2 - 2y = 129$, déterminer la valeur de $x + y$.

Réponse :

$y = x + 2$
$3x^2 - 2y = 129$
$\therefore 3x^2 - 2(x + 2) = 129$
$3x^2 - 2x - 133 = 0$
$(3x + 19)(x - 7) = 0$
$\therefore x = 7, y = 9$ et $x + y = 16$.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1	: pages 278 à 281, 287 et 288
BMS, 4C	: pages 174 à 177
INF, M434	: pages 123 à 128 et 133 à 135
M 064-424	: pages 233 à 250

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les équations peuvent être utilisées pour représenter algébriquement des situations et des relations comportant des égalités.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 résoudre et vérifier la solution de n'importe quelle équation de premier degré à une variable, en appliquant les processus algébriques conventionnels;

1.1.1 représenter les problèmes à l'aide d'équations, puis trouver la solution de ces problèmes en résolvant les équations;

1.2 résoudre des équations quadratiques simples et des équations radicales qui peuvent être facilement réduites, puis vérifier ces solutions.

REMARQUES

Les élèves ont déjà passé beaucoup de temps à résoudre des équations linéaires comportant toutes les formes de nombres rationnels. Ils ont également étudié, au cours de la première partie du secondaire, les équations de la forme : $x + a = b$, $ax = b$, $ax + b = c$, $ax + bx = c$, $x/a = b/c$, $ax + b = cx$, $a(x + b) = c$ et $ax + b = cx + d$. Ils n'ont toutefois peut-être pas résolu d'équations de la forme $a/x = b$.

Il est important de rappeler ce qu'est une équation : il s'agit de l'énoncé d'égalité qui peut être vrai, qui peut être faux ou qui peut dépendre des valeurs de la variable. Un exemple d'équation vraie est $3 + 6 = 9$. Un exemple d'équation fausse est $6 + 9 = 17$. Un exemple d'équation dépendant des valeurs des variables est $2 + x = 18$. Ces exemples aident à renforcer le concept de la variable. Même si x représente un nombre, ce peut être n'importe quel nombre (car il s'agit d'une « variable ») et, dans le processus de résolution de l'équation, on alloue à x une valeur particulière.

On doit donner aux élèves toutes les occasions possibles pour transposer les énoncés écrits en français en expressions algébriques et ensuite résoudre les problèmes pour lesquels ils ont formulé des équations. On doit éviter la résolution de problèmes par type, ceux de monnaie, d'âge ou de distance par exemple. Ces problèmes ne doivent pas être présentés comme étant de type « distinct » et il ne faut pas enseigner qu'il n'existe qu'une seule façon de résoudre un problème.

Insistez sur le fait que les équations quadratiques admettent deux solutions et que les équations radicales peuvent avoir des racines qui ne résolvent pas l'équation. Pour cette raison, la vérification à la fois des équations radicales et quadratiques est importante.

Exemples restrictifs :

1) $x^2 = 20$
2) $(2x + 5)^2 = 25$
3) $\sqrt{x} = 4$
4) $\sqrt{3x - 5} = 1$

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité 1.1 : Pour encourager une réflexion ouverte sur la résolution de problèmes, demandez aux élèves de résoudre les équations pour une expression algébrique spécifique, plutôt que seulement pour une variable. Résoudre, par exemple, $3(x + 4) - 8 = 13$ pour $x + 4$ et résoudre $x + 7 = 10$ pour $5x$, etc. Ceci permettra aux élèves de mettre en pratique leurs techniques de résolution d'équations, tout en les faisant avancer d'une étape, vers une forme plus abstraite du problème. Les élèves peuvent résoudre ces problèmes en trouvant d'abord la solution pour la variable, puis en la remplaçant par sa valeur dans l'expression donnée. On peut les amener à résoudre pour l'expression en ayant recours à la manipulation de formule, résoudre $P = 2(L + l)$ pour $L + l$, par exemple.

Problème 1.1 : Résoudre pour $(4x - 7)/3$ si $6(4x - 7) = 18$

Plusieurs élèves voudront résoudre pour x, puis effectuer la substitution dans $(4x - 7)/3$.
Combien d'entre eux ont envisagé la manière suivante :

$6(4x - 7) = 18$
$6(4x - 7)/18 = 18/18$
$(4x - 7)/3 = 1$

Fournissez aux élèves d'autres occasions du même type.

Reproduit, avec permission, de « Flexibility and Algebraic Problem Solving », dans Mathematics Teacher, copyright avril 1987, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème 1.1 : La solution de chacune des deux équations ci-dessous est 2 :

$(7p - 2)/4 = 3$ $\qquad$ $3(17n - 30) = 12$

Créer deux équations ayant la même forme que celles-ci mais dont la solution est 9. Ce problème met l'accent sur le processus de résolution de problèmes qui consiste à fonctionner à rebours.

Reproduit, avec permission, de « Activities: Teaching Problem-Solving Skills », dans Activities for Implementing Curricular Themes from Agenda for Action, copyright 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème 1.1 : Soit a, b, c et d des nombres entiers relatifs différents de zéro et situés entre -10 et 10. Quelles sont la plus petite et la plus grande solutions possibles de $ax + b = cx + d$? Cette activité suscite non seulement l'implication des élèves, mais elle leur permet également de renforcer leurs techniques d'estimation et les aide à identifier les modèles qui peuvent émerger lors de la recherche de cette solution.

Réponse : la plus grande solution est $x = 20$, la plus petite étant $x = -20$.

Reproduit, avec permission, de « Reasons for Estimating », dans Estimation and Mental Computation, copyright 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

Activité 1.2 : Demandez aux élèves d'utiliser des équivalences pour démontrer que mettre au carré les deux membres d'une équation et extraire la racine carrée de ceux-ci sont des opérations valables, comme dans l'exemple suivant :

$5 = 10/2$
$5^2 = (10/2)^2$
$25 = 100/4$

Problème 1.2 : Les formats métriques de papier ont cette particularité de pouvoir se diviser en deux demi-feuilles qui ont la même forme que la feuille originale. Trouvez les proportions des côtés de ces feuilles.

Réponse : $L/l = \sqrt{2}/1$

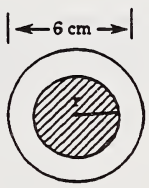
Demandez aux élèves de vérifier cette affirmation en utilisant différents formats métriques de papier. Pour de plus amples informations, reportez-vous à la section « Metric Paper » dans Activities for Junior High School and Middle School Mathematics.

Problème : Cette activité aidera les élèves à mieux déterminer ce qui est « raisonnable » dans les calculs algébriques :

Une vache et un coq veulent se balancer sur un appareil de bascule. Le coq prétend que c'est impossible, mais la vache estime que cela peut fonctionner et qu'elle peut le démontrer car elle possède des notions d'algèbre. Elle présente la démonstration suivante :

Soit V = poids de la vache;
Soit C = poids du coq;
il existe une valeur de P telle que V = C + P;
multiplier les deux membres par V - C;
$V(V - C) = (C + P)(V - C)$
donc, $V^2 - VC = CV - C^2 + PV - PC$
factoriser $V(V - C - P) = C(V - C - P)$
diviser les deux côtés par (V - C - P) et alors V = C.
Ainsi, le poids de la vache est égal à celui du coq; ils peuvent donc se balancer sur le jeu de bascule.
Cette démonstration est-elle juste ?
La conclusion est-elle juste ?
Où se trouve l'erreur de cette « preuve » ?

Problème 1.2 : Ce problème permet de réviser l'aire. Trouvez r de sorte que l'aire de la rondelle soit égale à celle du trou.



Aire du trou : πr^2
Aire de la rondelle : $9\pi - \pi r^2$
Solutions possibles :
$\pi r^2 = 9\pi - \pi r^2$
$2r^2 = 9$
$r = 3/\sqrt{2}$

ou $r \approx 2{,}12$ cm

Pour obtenir d'autres **problèmes**, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, pages 66 et 67, n^{os} 2 et 19 et page 70, n° 25.

Reportez-vous également à Problem Solving Challenge for Mathematics, pages 49 et 50, n^{os} 5 et 20.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Pour un exemple de résolution d'équations à l'aide d'un tableur, reportez-vous à « Mathematical Modelling using Spreadsheets », dans delta-K, juin 1989. (Appleworks et Microsoft Works constituent deux ressources de base d'Alberta Education comprenant un tableur.

Logiciel :
Equations II (Mindscape) donne des exercices de rattrapage structurés portant sur la résolution d'équations sous la forme $Ax + B = Cx + D$.

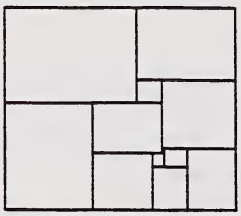
Equations III (Mindscape) fournit des exercices structurés de résolution d'équations sous la forme $Ax + B(Cx + D) = Ex + F$.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Approfondissement : Soit a, b, c et d des entiers relatifs différents de zéro compris entre -10 et 10. Quelles valeurs maximum et minimum constituent des solutions possibles de $ax + b = cx + d$? De quelle façon la réponse à cette question est-elle modifiée si les limites sont -n et n, ou si elles sont 0 et n ? (Réponses : (20, -20), (2n, -2n), (n, -n)).

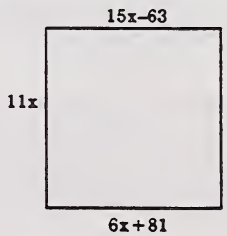
Reproduit, avec permission, de « Reasons for Estimating », dans Estimation and Mental Computation, copyright 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème 1.1 : Le rectangle ci-dessous a été découpé en 11 carrés de grandeurs variées. Le plus petit carré mesure 9 cm sur 9 cm. Déterminez les dimensions du grand rectangle.



Réponse : 176 cm × 177 cm

Indice : une possibilité de solution consiste à définir x comme étant la mesure des côtés du carré se trouvant immédiatement à la droite du plus petit carré. Tous les autres carrés peuvent être définis en fonction de ces deux carrés. Par ce processus, on obtient ce qui suit comme mesure du grand rectangle.



$\therefore 15x - 63 = 6x + 81$
et $x = 16$

Activité 1.2 : Cette activité permet d'approfondir les connaissances acquises à l'unité sur les ensembles de nombres et portant sur les racines carrées. La différence entre deux carrés parfaits consécutifs est égale à la somme de leurs racines carrées. Ainsi :

$$\begin{aligned} 121 - 100 &= \sqrt{121} + \sqrt{100} \\ &= 11 + 10 \\ &= 21 \end{aligned}$$

Demandez aux élèves de rechercher les modèles de la différence entre les carrés parfaits consécutifs et de la somme de leurs racines carrées. Une fois le modèle précisé ci-dessus établi, demandez-leur de trouver la raison de cette généralisation. Comment peut-on représenter le cas général de deux carrés parfaits consécutifs ? Si n est un nombre, alors n^2 et $(n + 1)^2$ est une représentation possible.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 130 à 150
BMS3 : pages 200 à 216
INF3 : pages 147 à 154

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que certaines situations et relations peuvent être représentées à l'aide d'inégalités.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 résoudre et vérifier la solution des inégalités de premier degré à une variable, de même que tracer le graphique de celles-ci;

2.1.1 vérifier la règle de « l'inversion des signes » dans les inégalités;

2.1.2 représenter les problèmes à l'aide d'inégalités, puis trouver la solution de ces problèmes en résolvant les inégalités.

REMARQUES

Les élèves ont déjà résolu des inégalités de la forme $x + a \geq b$ et $cx \leq d$ (c étant positif et la direction des inégalités variant), de même que tracé le graphique de celles-ci. Ils ont également déjà vérifié la solution des inégalités. Ils n'ont toutefois pas eu à résoudre une inégalité en multipliant ou en divisant par un nombre négatif.

Des problèmes « d'inégalité » peuvent être des problèmes « d'égalité » qui ont été modifiés.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité 2.1.1 : Demandez aux élèves d'écrire plusieurs inégalités vraies comprenant des paires de nombres rationnels. Appliquer les mêmes opérations aux deux côtés des ces inégalités. Vérifier si les résultats sont vrais.

	+7	-9	× 5	× (-6)	÷ 2	÷(-2)
6 < 10	13 < 17 Vrai	-3 < 1 Vrai	30 < 50 Vrai	-36 < 60 Faux	3 < 5 Vrai	-3 < -5 Faux
-3 < 6						
0 < 12						
-10 > -20						
6 > -3						

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :

Algebra Drill and Practice II (Conduit), options « Linear Inequalities » et « More Linear Inequalities » permet de pratiquer la résolution des inégalités.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 150 à 172
BMS3 : pages 200 à 215
INF3 : pages 154 à 172

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les points et les droites peuvent être représentés sur un plan cartésien et que ces points et ces droites possèdent des caractéristiques pouvant être définies et mesurées.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 appliquer la formule pour la distance entre deux points;

1.1.1 déduire la formule pour trouver la distance d'après le théorème de Pythagore;

1.1.2 résoudre des problèmes comprenant l'application de la formule pour la distance.

REMARQUES

Les élèves ont employé la terminologie associée à la représentation graphique, ils ont représenté graphiquement des points et des droites et ils ont appliqué le théorème de Pythagore. Une révision de ces éléments sera peut-être nécessaire lorsque vous discuterez de la distance.

Une première discussion sur la distance a lieu au cours de l'étude des ensembles de nombres et de la valeur absolue. De même que la distance entre deux points sur une droite numérique est positive, la distance sur un plan cartésien est toujours positive.

De façon générale, la distance entre $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$ est donnée par $D = |x_2 - x_1|$ ou $|x_1 - x_2|$.

De façon générale, la distance entre $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_1, y_2)$ est représentée par $D = |y_2 - y_1|$ ou $|y_1 - y_2|$.

De façon générale, la distance entre $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$ est décrite par $D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ou $D = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$ ou $D = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}$.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

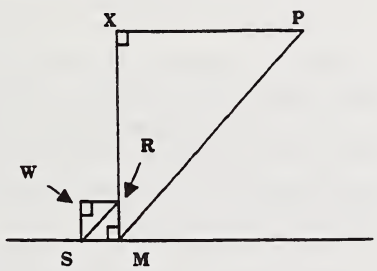
Activité : Demandez aux élèves de déterminer en premier lieu la longueur de segments parallèles aux axes des x et des y. Ils peuvent associer cette activité au travail qu'ils ont fait avec la valeur absolue dans les ensembles de nombres.

Activité : Une fois le travail avec les droites horizontales et verticales terminé, demandez aux élèves de déterminer la longueur d'une droite oblique. Demandez-leur de travailler en groupes et « d'élaborer » une méthode pour déterminer la longueur de toute droite oblique.

Problème : Trouver trois points sur un plan cartésien qui définissent un triangle équilatéral.

Activité : Demandez aux élèves de déterminer en premier lieu la longueur de segments parallèles aux axes des x et des y, puis de déterminer la longueur d'une droite oblique en considérant celle-ci comme l'hypoténuse d'un triangle rectangle. Incitez les élèves à tracer des diagrammes de ces situations et finalement à généraliser et à élaborer la formule.

Problème : Dans la figure ci-dessous les triangles WRS, MRS et XPM sont des triangles rectangles isocèles dont les côtés mesurent 1, 1 et 7 unités respectivement. À combien d'unités le sommet W se trouve-t-il du sommet P ?



Réponse : 10 unités

Une stratégie utile consiste à superposer le diagramme au plan cartésien, le point M se trouvant au point (0, 0) et la droite SM étant située le long de l'axe des x.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
The Geometric preSupposer: Points and Lines (Sunburst) peut être utilisé comme activité d'exploration associée au mesurage de la distance entre deux points.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1 : pages 69 à 77
BMS, 4D : pages 58 à 63
INF, M434 : pages 204 à 206
M 064-424 : pages 196 à 198

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les points et les droites peuvent être représentés sur un plan cartésien et que ces points et ces droites possèdent des caractéristiques pouvant être définies et mesurées.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.2 appliquer la formule relative aux coordonnées du point central d'un segment de droite;

1.2.1 vérifier la formule du point central;

1.2.2 résoudre des problèmes qui impliquent l'application de la formule du point central.

REMARQUES

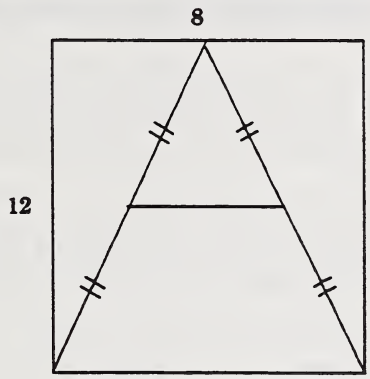
Les élèves comprennent intuitivement le concept de point central. Avant de présenter aux élèves la définition algébrique et formelle du point central, demandez-leur d'identifier les points centraux de droites horizontales et verticales. Puis, demandez-leur d'estimer le point central d'une oblique et de généraliser ce qu'ils ont trouvé sous une forme algébrique.

De façon générale, le point central de la droite dont les extrémités sont $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$ est $\left(\frac{(x_1 + x_2)}{2}, \frac{(y_1 + y_2)}{2} \right)$.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de trouver les points centraux de segments qui sont parallèles aux axes des x et des y, puis de généraliser leur méthode afin de l'appliquer aux droites dont les extrémités ne sont pas numériques. Discutez de la raison pour laquelle le point central est la « moyenne » des extrémités. Développez et généralisez cette procédure pour englober la détermination du point central d'une droite oblique. Ces techniques peuvent-elles être généralisées à la trisection d'une droite ?

Problème : On doit recouvrir d'une feuille d'or un énorme « A » situé à l'extérieur du palais du sultan d'Aruzza. Ce « A » doit être posé exactement à l'intérieur d'une aire rectangulaire de 8 m × 12 m. En présumant que la barre au milieu du A se trouve entre les points centraux des côtés, combien de mètres de feuille d'or doit-on acheter ?



Réponse : $2 \times 12{,}65 + 4 = 29{,}30$ m

Activité : Pour découvrir la signification algébrique du point central, demandez aux élèves de tracer les points suivants : P(1, 6), Q(5, 2), R(6, 7) et S(12, 9). Trouver le point situé à mi-chemin entre les points P et Q et l'appeler T. Quelles sont les coordonnées du point T ? Quelle est la relation entre les coordonnées du point T et celles des points P et Q ? Trouver ensuite le point se trouvant à mi-chemin entre les points R et S, puis nommer celui-ci E. Quelle est la relation entre les coordonnées du point E et celles des points R et S ? Est-ce la même relation que celle qui existe entre les coordonnées du point T et les coordonnées des points P et Q ?

Problème : M10, TRB, Teaching Notes, page 2.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Reportez-vous à MPP10, page 163, « Computer Tip ».

Logiciel :
The Geometric preSupposer: Points and Lines (Sunburst) peut être utilisé de façon informelle dans des activités associées au point central.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T2 : pages 78 à 82
BMS, 4D : pages 69 à 71
INF, M434 : pages 205 et 206
M 064-424 : pages 196 à 198

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les points et les droites peuvent être représentés sur un plan cartésien et que ces points et ces droites possèdent des caractéristiques pouvant être définies et mesurées.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.3 appliquer la formule pour trouver la pente d'une droite passant par deux points;

1.3.1 résoudre des problèmes qui impliquent l'application de la formule pour la pente d'une droite située entre deux points;

1.3.2 résoudre des problèmes qui portent sur la relation entre les pentes de droites parallèles et perpendiculaires.

REMARQUES

Les élèves comprennent intuitivement le concept de pente, car ils ont déjà employé ce terme dans d'autres contextes, dans le cas de la pente d'un toit par exemple, ou d'une pente de ski, ou encore des degrés d'une pente sur la route. Les élèves peuvent ensuite faire la transition entre le monde réel et le plan cartésien.

La formule algébrique pour le calcul des pentes ne devrait pas être présentée avant que les élèves n'aient assimilé le concept de pente.

D'une façon générale, la pente (m) d'un segment de droite dont les extrémités sont $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$ est :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{élévation}}{\text{distance}}$$

ou

$$m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{élévation}}{\text{distance}}$$

Les élèves ont déjà une certaine expérience des droites parallèles et perpendiculaires; par contre, ils n'ont jamais discuté des relations entre les pentes de celles-ci. Les pentes des droites parallèles et des segments de droites parallèles sont égales et les pentes des droites perpendiculaires sont des inverses négatifs. Par conséquent, si $l_1 \parallel l_2$ alors, $ml_1 = ml_2$ ou $m_1 = m_2$; et si $l_1 \perp l_2$, alors $ml_1 = \frac{-1}{ml_2}$ ou $m_1 = \frac{-1}{m_2}$.

Donc, $ml_1 \times ml_2 = -1$.

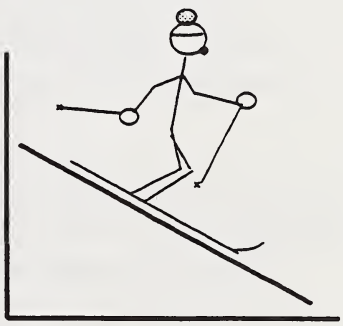
Il est important que les élèves découvrent les relations entre les représentations numérique et graphique de la pente d'un segment de droite. Ils doivent découvrir ces relations et être en mesure de les

exprimer dans leurs propres termes. Discutez de l'effet des pentes positive, négative, zéro et indéterminée sur des segments de droite, en demandant aux élèves de tracer ces droites et de travailler ensemble à identifier la relation entre le graphique du segment de droite et sa pente.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Le fait d'associer la pente à une situation concrète permet de mieux comprendre la signification intrinsèque de ce concept. Donnez aux élèves des « points de référence intuitifs » pour estimer une pente. On peut par exemple examiner les illustrations suivantes représentant des skieurs de randonnée.

Personne 1



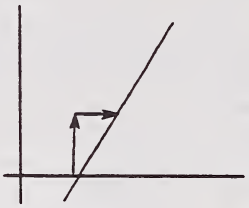
Personne 2

Personne 3

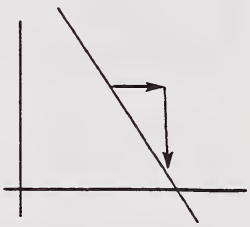
Personne 4

Si on compare la personne 1 et la personne 2, laquelle fait un effort ? Laquelle est le plus en mouvement, la personne 3 ou la personne 4 ? Plus la pente est abrupte, plus l'effort requis est grand. Si nous associons l'effort à un nombre positif, glisser le long d'une pente est alors l'opposé du travail (personne 2) et cette situation est associée à un nombre négatif. Un nombre positif plus grand correspond mieux à la personne 3 qu'à la personne 4. Par conséquent, la pente est alors intuitivement associée au « degré de la pente ».

Au cours de la discussion définissant la pente comme $\frac{\text{élévation}}{\text{distance}}$, les élèves peuvent associer « élévation » à « accroissement », soit un changement positif. Ils trouveront peut-être aussi utile de tracer des flèches horizontales et verticales indiquant le sens du changement. Voici un exemple :



$$\frac{\text{changement à la verticale}}{\text{changement à l'horizontale}} = \frac{\uparrow}{\rightarrow} = \frac{+}{+}$$



$$\frac{\text{changement à la verticale}}{\text{changement à l'horizontale}} = \frac{\downarrow}{\rightarrow} = \frac{-}{+}$$

Cette approche permet également de faire rapidement des estimations numériques de la pente.

Adapté, avec permission, de « Concrete versus Abstract in Teaching Algebra », dans Mathematics Teacher, copyright mars 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves d'élaborer une méthode permettant de mesurer la pente d'une droite. Pour ce faire, ils peuvent se regrouper et examiner leurs propres définitions de la pente pour ensuite les appliquer mathématiquement. Pourquoi mesure-t-on élévation/distance au lieu de distance/élévation ? (Réponse : la pente est associée au « degré de la pente » c'est-à-dire à la verticale). De quelle façon peut-on associer cette évaluation de la pente (élévation/distance) à la pente d'un toit, à une pente de ski ?

Activité : Demandez aux élèves de tracer des droites et d'indiquer les similitudes et les différences dans le degré de la pente de ces

droites; une droite peut par exemple être plus inclinée qu'une autre, tandis qu'une autre peut être négative. Demandez ensuite aux élèves de calculer les valeurs de la pente et de discuter de la forme relation qui existe entre la représentation numérique et la représentation physique. La droite de pente négative, par exemple, s'élève vers la gauche dans tous les cas, tandis que la droite de pente fractionnaire ne sera pas aussi inclinée que la droite dont la pente est un nombre entier.

Activité : Au cours de la discussion sur la pente des droites horizontales et verticales, demandez aux élèves de faire une estimation de la valeur de la pente qu'ils ont respectivement déterminée avant d'en faire le calcul. Demandez-leur également d'identifier les raisons de cette estimation. Puis demandez-leur de calculer la pente.

Problème : Le sommet de la montagne Castle se trouve à 2 752 mètres de hauteur. Si l'altitude au pied de cette montagne est de 1 963 m et que l'on désire construire une route dont la pente est de 6 % grimpant au sommet de cette montagne, quelle sera la longueur de cette route ?
Réponse : 13 174 m

Activité : Demandez aux élèves de discuter de la signification de droites parallèles et perpendiculaires, puis de tenter de déterminer les relations probables entre les pentes. Tracer des couples de segments de droites perpendiculaires à l'aide d'un rapporteur ou des techniques de construction, puis calculer les pentes. Généraliser ensuite cette relation.

Activité 1.3.2 : Étant donné des couples de droites et de segments de droites parallèles et perpendiculaires, demandez aux élèves de calculer les pentes de ces couples de droites et de généraliser les relations.

Pour une gamme d'activités à réaliser en classe et commençant par une étude du « degré de la pente » et par la notion élévation/distance, puis qui se transforment en exercices portant sur l'élaboration et l'application de la formule pour la pente d'une droite qui passe par deux points, reportez-vous à « Skiing the Slopes », dans Mathematics Teacher, décembre 1987.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

À l'aide d'une calculatrice graphique ou d'un ordinateur, représenter graphiquement des couples de points.

Logiciel :
Algebra Drill and Practice I (Mindscape), option « Slopes and Equations of Lines » donne des exercices portant sur la détermination de la pente d'une droite d'après deux points.
Geometric preSupposer: Points and Lines (Sunburst). Permet de mesurer la longueur des segments de droite, de déterminer les rapports entre les longueurs des segments de droite. Permet de construire des droites perpendiculaires et parallèles. La superposition d'un quadrillé est également possible. Est donc adéquat comme logiciel facultatif d'exploration dans des activités associées à la pente.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES	BMS, 4A	: pages 62 à 67, 70 et 71
	MS4	: pages 255 à 265
	BMS, 4D	: pages 72 à 75
	INF, M434	: pages 212 à 220
	M 064-424	: pages 172 à 175

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les points et les droites peuvent être représentés sur un plan cartésien et que ces points et ces droites possèdent des caractéristiques pouvant être définies et mesurées.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.4 déterminer si des points d'un plan sont colinéaires;

1.4.1 résoudre des problèmes impliquant les conditions nécessaires et suffisantes à la colinéarité.

REMARQUES

Des points sont colinéaires lorsqu'ils sont situés sur une même droite.

La discussion de la colinéarité doit faire suite à celle de la pente.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Soient trois points quelconques; demandez aux élèves de déterminer si ces points sont situés ou non sur une même droite. Puis, demandez-leur d'identifier les conditions possibles qui sont requises pour que ces trois points soient situés sur une même droite et demandez-leur d'expliquer pourquoi ces conditions sont réalisables. La discussion peut être menée de telle sorte que les élèves en arrivent à examiner les pentes entre ces trois points et les relations de distance. Si les pentes des segments reliant trois points sont égales, ces points sont-ils nécessairement colinéaires ? Si la somme des longueurs des deux plus petits segments reliant trois points est égale à la longueur du plus grand segment, les points sont-ils nécessairement colinéaires ?

À partir de ces deux conditions et de trois points non colinéaires, demandez aux élèves de vérifier que ces points ne sont pas colinéaires.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

HM10, page 170, « Computer Application ».

Logiciel :
The Geometric preSupposer: Points and Lines (Sunburst) peut être utilisé comme outil d'exploration dans des activités associées à la colinéarité.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : Les points P, Q, R et S sont colinéaires et S se trouve entre P et R, tandis que R est situé entre S et Q. Si PS = 1/3•PR, PR = 3/4•PQ et PQ = 40, déterminer SQ.

Réponse : SQ = 30.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T2 : pages 76 et 93 à 95

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont une équation linéaire, $Ax + By + C = 0$, correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 déterminer les couples qui satisfont des équations linéaires;

2.2 représenter graphiquement des équations linéaires à l'aide des couples qui satisfont l'équation.

REMARQUES

Les élèves ont déjà une certaine expérience de la représentation graphique des relations linéaires à l'aide de couples. Par conséquent, vous devez mettre l'accent sur la relation entre les équations, les ensembles de couples et leurs graphiques, sur le fait qu'ils constituent différentes façons d'exprimer une même relation. Chaque relation doit être illustrée à l'aide d'une équation, de couples et d'un graphique.

Les problèmes portant sur la variation représentent une très bonne introduction aux équations d'une ligne droite et en particulier au concept d'ordonnée à l'origine. Servez-vous de ces problèmes pour illustrer la représentation graphique et non en tant que type particulier de problèmes à résoudre. Les exemples utilisés ne doivent pas provenir uniquement du domaine de l'algèbre mais également du monde réel. Donnez aux élèves l'occasion de représenter graphiquement des relations ayant trait à divers domaines. Les équations linéaires de type x et y ne doivent être présentées qu'après la représentation graphique des variations directe et partielle et de leur relations.

Les concepts de domaine et d'image peuvent être utilisés, mais ces notions ne doivent pas être formellement présentées.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves d'examiner des problèmes portant sur la variation directe et partielle. Un cycliste, par exemple, roule à une vitesse moyenne de 24 km/h. Écrire une équation et établir une table de valeurs décrivant cette situation. À l'aide de la table de valeurs, représenter graphiquement les points suggérés. Les élèves peuvent examiner les questions suivantes : Est-il acceptable de réunir ces points avec une droite ? Y a-t-il des « restrictions » quelconques en ce qui a trait aux valeurs dont il faut tenir compte ? Est-ce que la valeur de l'une des variables dépend de celle de l'autre ? Présentez d'autres situations dans lesquelles les réponses aux questions ci-dessus sont différentes. Pour une gamme

d'activités qui exigent que les élèves interprètent diverses relations linéaires sur des graphiques de type durée-distance, reportez-vous à « Slope as Speed », dans Mathematics Teacher, avril 1988.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

L'ordinateur et la calculatrice graphique peuvent être utilisés pour représenter graphiquement ces relations.

Logiciel :
Graphing Linear Functions (Mindscape) permet de s'exercer à déterminer les couples qui satisfont des équations linéaires.

Les logiciels tableurs peuvent être utilisés pour déterminer les points qui satisfont des équations linéaires. On peut ensuite se servir de logiciels munis d'options de représentation graphique pour tracer le graphique de la table de valeurs. Pour obtenir une discussion à ce sujet, reportez-vous à « Mathematical Modeling Using Spreadsheets » dans Delta-K, juin 1989. Appleworks et Microsoft Works sont des ressources de base d'Alberta Education.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 25 à 51
BMS, 4A : pages 134 à 142

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont une équation linéaire, $Ax + By + C = 0$, correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.3 déterminer les abscisses et les ordonnées à l'origine d'équations linéaires;

2.4 représenter graphiquement des équations linéaires en passant par les abscisses et les ordonnées à l'origine.

REMARQUES

Une abscisse ou une ordonnée à l'origine est la distance orientée depuis l'origine au point où la droite coupe l'axe des x ou des y.

Une fois que la discussion des abscisses et des ordonnées à l'origine des droites obliques est complétée, les élèves doivent examiner les abscisses et les ordonnées à l'origine de droites horizontales et verticales.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de tracer les graphiques de plusieurs équations dont les coordonnées à l'origine sont faciles à interpréter. Quel fait semble être toujours vrai au sujet des coordonnées à l'origine ? Ce fait peut-il être généralisé et s'appliquer à toutes les équations linéaires ? Comment ce fait peut-il servir à déterminer les coordonnées à l'origine sans tracer le graphique ? Autrement dit, quelle est la relation entre l'équation de la droite et l'abscisse ou l'ordonnée à l'origine ?

Activité : Une fois que les élèves connaissent la notion de coordonnée à l'origine, demandez-leur de déterminer l'abscisse ou l'ordonnée à l'origine d'après une équation linéaire, puis de tracer le graphique de l'équation.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

L'ordinateur et la calculatrice peuvent être utilisés pour représenter graphiquement des équations linéaires.

Logiciel :

Master Grapher (Addison-Wesley), option « Function Grapher ». Ce logiciel permet d'entrer des équations linéaires et de les représenter graphiquement. Les élèves peuvent alors utiliser les droites verticale, horizontale, ou les viseurs pour déterminer les abscisses et les ordonnées à l'origine.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

HM10 : TRM Lesson Notes, page 77, « Mental Math ».

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T2 : pages 98 à 102
BMS, 4D : pages 80 et 81

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont une équation linéaire, $Ax + By + C = 0$, correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.5 écrire des équations linéaires sous la forme pente-ordonnée à l'origine, $y = mx + b$;

2.6 représenter graphiquement des équations linéaires à l'aide de la pente, ainsi que de l'ordonnée à l'origine ou d'un autre point qui satisfait l'équation;

2.6.1 concevoir et mener à bien une recherche impliquant l'utilisation d'une calculatrice ou d'un ordinateur, dans le but de déterminer les effets exercés par les paramètres m et b sur les graphiques d'équations linéaires.

REMARQUES

L'objectif 2.5 consiste à amener les élèves à exprimer l'équation d'une droite sous la forme pente-ordonnée à l'origine. Autrement dit, étant donné une équation écrite sous la forme $Ax + By + C = 0$, les élèves doivent la transcrire sous la forme $y = mx + b$. Une fois cette équation écrite sous la forme $y = mx + b$, il s'agit de la représenter graphiquement en commençant par l'ordonnée à l'origine, puis en déterminant le second point à l'aide de la pente. Enfin, les élèves examinent les effets exercés par m et b sur le graphique de cette fonction.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de tracer le graphique de $y = x$. Sur les mêmes axes, tracer les graphiques de $y = 2x$, $y = 1/2x$, $y = x + 1$, $y = x - 3$, $y = -3x$ et $y = -x + 2$. Demandez-leur ensuite de décrire les différences et les similitudes entre chacun des graphiques et $y = x$. Quel est l'effet produit si la valeur de m croît ? Si elle décroît ? Qu'arrive-t-il à la valeur de b ? Que se produit-il si m est négatif ? Étant donné que cette activité fait suite à la discussion sur la pente, ces différences et ces similitudes peuvent sembler évidentes aux élèves, mais il importe qu'ils soient en mesure de les communiquer, en préparation au cours Mathématiques 20.

Activité : Demandez aux élèves de discuter de la pente de segments compris entre deux points sur une droite. Demandez-leur de suggérer et de tester une méthode de représentation graphique à partir d'un point sur la droite et de la pente.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

L'ordinateur et la calculatrice graphique peuvent être utilisés pour la représentation graphique des équations linéaires. Le programme suivant, qui est écrit en langage BASIC pour un ordinateur Apple, représente graphiquement des droites sous la forme générale $y = mx + b$. Les élèves entrent les données m et b. Pour une gamme d'activités à l'aide de feuilles de calcul conçues dans le but de permettre aux élèves d'explorer les effets de m et b, reportez-vous à « Microcomputer Unit: Graphing Straight Lines », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action ».

```
10      TEXT: HOME
20      VTAB 12
30      PRINT "CE PROGRAMME TRACE LE GRAPHIQUE DE LIGNES
        DROITES"
40      PRINT: PRINT "SOUS LA FORME GENERALE Y = M*X + B."
50      FOR N=1 TO 5000: NEXT: REM BOUCLE DE PAUSE
60      HGR
65      HCOLOR=3
70      PRINT: POKE 37, 20: PRINT
80      PRINT: PRINT "ETANT DONNE LA FORME GENERALE
        Y = M*X + B"
90      PRINT: PRINT "ENTRER M,B";
100     INPUT M,B
110     PRINT: PRINT: PRINT
120     REM TRAÇAGE DES AXES
130     HPLOT 140,0 TO 140,159
150     HPLOT 0,80 TO 279,80
170     FOR H = 0 TO 270 STEP 10
180     HPLOT H,77 TO H,83
190     NEXT H
210     FOR K = 0 TO 160 STEP 10
220     HPLOT 137,K TO 143,K
230     NEXT K
240     HPLOT 271,65 TO 277,71
250     HPLOT 277,65 TO 271,71
260     HPLOT 147,0 TO 151,6
270     HPLOT 155,0 TO 147,12
280     REM TRACAGE DE LA LIGNE DROITE
290     FOR X = -14 TO 13.9 STEP .1
300     LET Y = M*X + B
310     IF Y > 8 THEN 340
320     IF Y < -7.9 THEN 340
330     HPLOT 140 + 10*X,80-10*Y
340     NEXT X
345     REM IMPRESSION DE L'EQUATION LINEAIRE
350     PRINT: POKE 37, 20: PRINT
360     PRINT "CECI EST LE GRAPHIQUE DE Y = "M"*X + "B
370     PRINT
380     PRINT "1 = UN AUTRE GRAPHIQUE, 0 = SORTIE";
390     INPUT Z
400     PRINT: PRINT
410     IF Z = 1 THEN 60
420     TEXT: HOME
```

Pour un ensemble d'activités associées à ce programme qui permettent d'étudier les effets de m et b dans $y = mx + b$, reportez-vous à l'article source.

Reproduit, avec permission, de « Microcomputer Unit: Graphing Straight Lines », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the «Agenda for Action», copyright 1986 National Council of Teachers of Mathematics.

Logiciel :

- Master Grapher (Addison-Wesley), option « Function Grapher », pour la représentation graphique des fonctions linéaires (pour une démonstration par l'enseignant ou à l'usage de l'élève).
- Algebra Drill and Practice I (Conduit), option « Slopes and Equations of Lines », pour des exercices de détermination de la pente étant donné l'équation de droites comme $Ax + By + C = 0$.
- Computer Graphing Experiments I (Addison-Wesley), options « Graphs of the form $y = mx$ » et « Graphs of the form $y = mx + b$ », ainsi que les feuilles de calcul qui les accompagnent.
- Equation Math (MECC), option « Exploring Equational Linear » et les feuilles de calcul pour l'élève qui l'accompagnent (pour une démonstration par l'enseignant ou à l'usage de l'élève).
- Graphic Linear Equations (Mindscape), option « Harder Forms ». L'élève doit tout d'abord convertir l'équation donnée en une équation de la forme $y = mx + b$, puis déterminer et représenter graphiquement des points qui satisfont l'équation.
- Green Globs and Graphing Equations (Sunburst) - L'option « Equation Plotter » est adéquate pour une démonstration par l'enseignant ou pour une utilisation par l'élève.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4	: pages 262, 263, 268 et 269
MS4, 01, T2	: pages 122 à 125
BMS, 4A	: pages 142 et 143
BMS, 4D	: pages 79 à 84

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont une équation linéaire, $Ax + By + C = 0$, correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.7 reconnaître et représenter graphiquement les équations de droites qui sont parallèles aux axes des x et des y.

REMARQUES

Cet objectif peut être intégré à n'importe quel moment au cours de l'étude de la géométrie analytique et de la représentation graphique. Tout au long de l'étude de la géométrie analytique, on retrouve des questions dans les manuels scolaires.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves d'émettre leur opinion sur l'apparence des graphiques de $y = 2$ et $x = 3$. Lequel aurait une pente zéro (élévation 0 pour toute distance) ? Lequel aurait une pente indéterminée (infinie) (n'importe quelle élévation pour une distance de 0). Quelle serait la forme générale des équations des droites parallèles aux axes des x et des y ?

Activité : Demandez aux élèves de se regrouper afin de représenter graphiquement une droite qui ne peut pas être définie par une équation de la forme $y = mx + b$.

Activité : M10 TRB Teaching Notes, page 26, section 7-4.

Activité : MPP10, page 184, « Problem Solving ».

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Les équations linéaires peuvent être représentées graphiquement à l'aide d'un ordinateur et d'une calculatrice graphique.

Logiciel :

Equation Math (MECC), option « Exploring Equations ».

Green Globs and Graphing Equations (Sunburst), option « Equation Plotter ».

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES	MS4	: pages 44 à 46
	BMS, 4D	: pages 78 et 79
	INF, M434	: pages 221 et 222

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les droites d'un plan peuvent être déterminées de façon unique.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.1 représenter graphiquement et écrire l'équation d'une droite, à partir des conditions qui déterminent celle-ci de façon unique;

3.1.1 résoudre des problèmes comportant les conditions qui déterminent une droite de façon unique.

REMARQUES

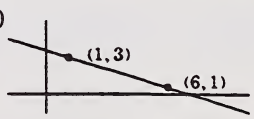
Avant d'écrire les équations, les élèves doivent travailler à la représentation graphique des droites à partir des conditions. À ce stade, les élèves peuvent écrire l'équation d'une droite en lisant l'information nécessaire sur le graphique. Enfin, les élèves peuvent, à partir de conditions données, représenter graphiquement la droite et écrire l'équation. Ce travail aidera sans aucun doute à renforcer les techniques de représentation graphique enseignées antérieurement.

Les élèves doivent tracer le graphique de chaque condition qui n'est pas fournie sous une forme graphique.

Les élèves doivent être en mesure d'écrire des équations sous les formes $y = mx + b$ (pente-ordonnée à l'origine) et $Ax + By + C = 0$ (standard), de même que d'effectuer la conversion d'une forme à une autre.

Exemples restrictifs :
Déterminer les équations des droites suivantes :

a)



b) pente -2 et ordonnée à l'origine -6;

c) passe par le point (5, -6) et pente 1/3;

d) passe par les points (-4, 2) et (5, -8);

e) passe par le point (-3, -2) et est parallèle (ou perpendiculaire) à $2x + 3y = 9$.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de déterminer les conditions nécessaires et suffisantes pour définir une droite. Lorsqu'ils auront suggéré la nécessité de connaître un point et la pente, déterminez le point et la pente qui ont été donnés comme conditions dans le

problème. Présentez le point général (x, y) comme un élément auxiliaire qui représente chaque point de la droite. Peut-on écrire une équation qui décrit les conditions existant entre le point donné, le point général et la pente ? Cette équation peut-elle être simplifiée et représente-t-elle les conditions initiales ?

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

L'ordinateur et la calculatrice graphique peuvent être utilisés pour représenter graphiquement des équations linéaires.

Logiciel :

- Master Grapher (Addison-Wesley), option « Function Grapher ». Une fois que les élèves auront écrit l'équation comme une fonction de x, ils peuvent la représenter graphiquement à l'aide de cette option.

- Algebra Drill and Practice I (Conduit), option « Slopes and Equations of Lines », donne des exercices portant sur l'écriture de l'équation d'une droite étant donné la pente et un ou deux points.

- Computer Graphing Experiments 1 (Addison-Wesley). En utilisant les options « Linear Equations » et « Graphs of the form y = mx + b », de même que les feuilles de calcul qui les accompagnent, les élèves peuvent écrire et représenter graphiquement des équations d'après diverses conditions.

- Equation Math (MECC), options « Exploring Equations » et « Polygraph ». Les équations doivent être entrées comme une « expression y » ou sous la forme x = b. Une liste des points qui satisfont l'équation est disponible dans « Polygraph ».

- Graphing Linear Equations (Mindscape), option « Harder Forms ». Les élèves doivent tout d'abord convertir l'équation donnée sous la forme y = mx + b, puis déterminer et représenter graphiquement les points qui satisfont l'équation.

- Green Globs and Graphing Equations (Sunburst), option « Linear and Quadratic Graphs ». En mode linéaire, ce didacticiel permet aux élèves de développer leurs aptitudes en interprétation et en écriture d'équation à partir des graphiques de lignes droites.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES	MS4, 01, T2	: pages 93 à 95 et 105 à 113
	BMS, 4D	: pages 76 à 79, 87, 91, 92 et 97 à 100
	INF, M434	: pages 221 à 234
	M 064-424	: pages 185 à 195

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que certaines situations mathématiques peuvent être représentées algébriquement à l'aide d'un système de deux équations linéaires à deux inconnues.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 résoudre graphiquement des systèmes simples d'équations linéaires à deux inconnues;

1.2 résoudre algébriquement des systèmes d'équations linéaires à deux inconnues;

1.2.1 résoudre des problèmes pouvant être représentés à l'aide d'un système de deux équations à deux inconnues.

REMARQUES

Il est important de tracer le graphique de systèmes d'équations afin de démontrer aux élèves que lors de la résolution de tels systèmes, le point d'intersection est le seul point qui satisfait (ou résout) les deux équations. Si les droites ne se coupent pas, il n'y aucune solution. La résolution de systèmes graphiquement pouvant mener à une estimation inexacte de la solution, il s'avère judicieux d'appliquer une méthode algébrique afin d'obtenir une solution exacte.

Représentation graphique : Insistez sur le fait que les coordonnées des points qui déterminent une droite sont les solutions de l'équation de cette droite. Par conséquent, le point d'intersection de deux droites sera le seul point qui satisfait (résout) les deux équations. Faites bien comprendre aux élèves l'importance de vérifier les solutions des deux équations.

Addition et soustraction : Il est important que les élèves comprennent la raison de l'efficacité des méthodes algébriques. Rappelez-leur les processus associés à la résolution d'équations, comme le fait d'effectuer une même opération sur les deux membres d'une équation, ce qui crée une équation équivalente. Tenez compte de ce fait pour démontrer que le point qui satisfait un système d'équations satisfait également la somme ou la différence d'un système d'équations. Cette étude explique la raison de l'efficacité de l'algorithme de l'addition et soustraction.

Enseignez aux élèves une méthode qui leur permettra de retracer les équations et les opérations exécutées sur celles-ci. La méthode suivante est suggérée :

$3x + 4y = 29$ ①
$2x - 5y = -19$ ②

① × 5 $15x + 20y = 145$
② × 4 $8x - 20y = -76$

Substitution : Rappelez aux élèves que le but de la résolution d'un système d'équations consiste à déterminer les coordonnées du point qui satisfait les deux équations. À ce stade, les valeurs de x et y pour les deux équations sont égales. Pour cette raison, il est logique de trouver la valeur d'une des variables puis de la remplacer par cette expression dans la seconde équation.

Insistez sur le fait que l'apprentissage de diverses méthodes de résolution permet d'obtenir une plus grande efficacité. Il n'y a pas lieu d'obliger les élèves à appliquer une méthode plutôt qu'une autre, à moins qu'ils n'y voient un avantage.

Donnez aux élèves plusieurs exercices dans lesquels ils doivent écrire des équations pour représenter diverses situations. N'essayez pas de regrouper les problèmes par type.

Plusieurs stratégies peuvent être utilisées et devraient être examinées par les enseignants et les élèves lors de l'établissement des systèmes d'équations. Les élèves doivent être incités à tracer des diagrammes, à construire des tables et des tableaux, à estimer, à vérifier puis à réviser leurs estimations, etc. Toutefois, il est important qu'au cours du processus de résolution, les variables soient clairement définies et que les élèves se souviennent qu'ils doivent vérifier la vraisemblance de la solution obtenue en fonction des variables définies et s'assurer que le problème est entièrement résolu.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité 1.1 : Demandez aux élèves de tracer les graphiques des deux équations d'un système indépendant. Discuter de l'importance du point d'intersection, puis vérifier que ce point satisfait les deux équations du système.

Activité 1.2 : Demandez aux élèves de tracer, dans un même plan de coordonnées, les graphiques des équations d'un système. Ils doivent ensuite additionner et soustraire les systèmes, puis représenter graphiquement les équations résultantes. Demandez-leur de multiplier l'une ou les deux équations, d'additionner ou de soustraire les équations modifiées puis d'en tracer les graphiques. Pourquoi toutes les équations passent-elles par un même point ? Y a-t-il des restrictions quelconques quant aux opérations qui peuvent

être exécutées sur les équations d'un système si le graphique doit toujours passer par le même point ? Comment est-il possible de créer un système équivalent qui n'aurait que des droites parallèles aux axes des x et des y ?

Problème 1.2 : Chez Location d'autos Hurtubise, le tarif pour la location d'une nouvelle Presto est de 20 $ par jour plus 0,15 $ du kilomètre. Chez Location d'autos Bonne route, le tarif est de 15 $ par jour plus 0,20 $ du kilomètre. De quels facteurs faut-il tenir compte pour choisir entre ces deux agences de location ? Dans quelles conditions chacune de ces agences serait-elle choisie ?

Problème : Calculer l'aire du triangle déterminé par l'axe des x, la droite dont l'équation est $y = x$ et la droite dont l'équation est $x + 3y = 12$.

Réponse : Les sommets de ce triangle sont (0, 0), (3, 3) et (12, 0). La base du triangle mesure 12 unités et sa hauteur 3 unités. L'aire est de 18 unités carrées.

Pour une idée intéressante qui aidera les élèves à développer leurs aptitudes de représentation graphique et de résolution algébrique de systèmes d'équations linéaires, et qui peut éventuellement être développée pour impliquer les élèves dans la résolution de problèmes, reportez-vous à « Secret Codes and Systems of Equations » dans Mathematics Teacher, avril 1986.

Pour un choix de **problèmes**, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, Alberta Education, page 67, n^{os} 15 et 22; page 68, n° 8.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

L'ordinateur et la calculatrice graphique peuvent être utilisés pour tracer les graphiques des équations linéaires.

De courts programmes informatiques en langage BASIC, conçus pour résoudre deux équations à deux inconnues, sont fournis dans MS4 (pages 318 et 319), M10 (page 297), MPP10 (pages 234 et 235) et HM10 (page 224). Demandez aux élèves de travailler en équipe de deux et d'exécuter un programme pour résoudre les problèmes, ou encore demandez-leur d'étudier ces programmes et d'en identifier les similitudes et les différences. Ces programmes comportent-ils des différences pouvant produire des différences significatives dans les solutions ?

Pour un exemple de l'utilisation des logiciels tableurs dans le but d'aider les élèves à comprendre les systèmes d'équations linéaires, reportez-vous à « Integrating Spreadsheets into the Mathematics Classroom » dans Mathematics Teacher, novembre 1988.

Logiciels :

- Master Grapher (Addison-Wesley), option « Function Grapher ».
- Algebra Drill and Practice II (Conduit), option « Linear Systems in Two Variables ».
- Computer Graphing Experiments I (Addison-Wesley), option « Linear Equations - Simultaneous Equations ».
- Equation Math (MECC), option « Exploring Equations ».
- Green Globs and Graphing Equations (Sunburst), option « Equation Plotter ».

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : Supposons que le gouvernement étudie les deux régimes d'assurance-chômage qui suivent.

Régime A : verser 50 % du salaire hebdomadaire moyen, jusqu'à concurrence d'une prime de 160 $ par semaine.

Régime B : verser un montant de base de 75 $ plus 20 % du salaire hebdomadaire moyen, jusqu'à concurrence d'une prime de 160 $ par semaine.

Demandez aux élèves d'examiner ce qui suit : quelles questions viennent à l'esprit lorsqu'on compare les deux régimes ?

Décrire un modèle mathématique (de deux équations à deux inconnues) servant à comparer les deux régimes. Utiliser ce modèle pour répondre à certaines des questions formulées.

Adapté, avec permission, de « Wildlife, Unemployment and Insects: Mathematical Modeling in Elementary Algebra », dans Applications in School Mathematics, copyright 1979, National Council of Teachers of Mathematics.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 51 à 65 et 77 à 106
BMS, 4A : pages 145 à 180

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que des droites sur un plan peuvent être associées les unes aux autres de diverses façons.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 reconnaître les caractéristiques de systèmes d'équations linéaires dont les graphiques sont parallèles, sont coïncidents ou se coupent;

2.1.1 vérifier les conditions présentes dans un système d'équations qui déterminent les relations entre les graphiques.

REMARQUES

Dans un **système parallèle**, les droites sont parallèles. Par conséquent, ce système n'admet aucune solution.

Dans un **système dont les équations se coupent**, les droites se coupent en un seul point. Ainsi, ce système admet une seule solution.

Dans un **système coïncident**, les droites sont équivalentes. Ce système admet donc une infinité de solutions.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de représenter graphiquement des systèmes d'équations linéaires parallèles, coïncidents, et qui se coupent. Demandez-leur de reconnaître et de décrire les similitudes et les différences entre les équations qui décrivent ces graphiques. Quelles sont les caractéristiques des équations qui indiquent le type de système de chacune d'elles, sans qu'il soit nécessaire de tracer le graphique ou de résoudre les équations ?

Problème : La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 67, n° 16.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciels :
L'ordinateur et la calculatrice peuvent être utilisés pour représenter graphiquement des équations linéaires.

- Master Grapher (Addison-Wesley), option « Function Grapher ».
- Computer Graphing Experiments I (Addison-Wesley), option « Linear Equations-Simultaneous Equations ».
- Equation Math (MECC), option « Exploring Equations ».
- Green Globs and Graphing Equations (Sunburst), option « Equation Plotter ».

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES	MS4	: pages 57 à 60 et 84 à 88
	BMS, 4A	: pages 151 et 152

REMARQUES GÉNÉRALES

Les lignes directrices suivantes, élaborées par l'ASA/NCTM Joint Committee on Statistics and Probability, indiquent les principes dont il faut tenir compte au cours de l'enseignement des statistiques.

1. L'apprentissage doit se faire d'une façon active, et non passive, l'accent devant être mis sur des questions portant sur un sujet quelconque qui fait partie de la réalité des élèves et sur la recherche de méthodes quantitatives pour répondre à ces questions.
2. Les problèmes à résoudre doivent être abordés de plus d'une façon, et une attention particulière doit être portée à la discussion et à l'évaluation de ces diverses méthodes.
3. Lorsque cela s'avère possible, l'étude des statistiques doit porter sur des données réelles.
4. Il faut souligner l'importance, au cours de l'enseignement des statistiques, de l'utilisation d'exemples adéquats ainsi que de l'intuition.
5. Les sujets choisis seront présentés de façon à permettre aux élèves d'acquérir une certaine expérience du travail avec les données.
6. Les projets doivent faire partie intégrante de l'étude des statistiques.
7. Dans tout travail portant sur les statistiques, l'accent doit être mis sur l'analyse et non sur une réponse unique.
8. L'apprentissage doit se faire progressivement à partir du concret, puis à l'aide d'une représentation visuelle et enfin vers l'abstrait.

Les problèmes présentés doivent être des véhicules permettant d'atteindre les objectifs de l'unité d'apprentissage. L'approfondissement de la matière doit se faire en fonction du coefficient de difficulté des problèmes choisis et de la capacité des élèves. Ceux-ci doivent s'impliquer activement dans l'étude des problèmes; des techniques d'analyse doivent également être présentées, le cas échéant. Il faut inciter les élèves à travailler en équipe et la discussion des interprétations possibles et des conclusions doit jouer un rôle de premier plan dans l'atteinte des objectifs. Il faudrait envisager des méthodes d'évaluation autres qu'un examen écrit.

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que des populations sont représentées par certaines caractéristiques pouvant être déterminées par l'analyse des caractéristiques d'un échantillon représentatif de cette population.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 déterminer un échantillon qui représente adéquatement et avec exactitude une population;

1.2 évaluer des échantillons pour déterminer le gauchissement, la pertinence du type d'échantillon, la quantité de données et le caractère aléatoire;

1.3 faire des inférences au sujet de la population dont un échantillon a été extrait et les exprimer à l'aide du langage des probabilités;

- 1.3.1 déterminer un échantillon valide, concevoir et mener un sondage simple, ainsi que faire une inférence valide par rapport à la population et d'après les résultats obtenus;
- 1.3.2 appuyer ou réfuter une généralisation appliquée à une population, d'après un échantillon.

REMARQUES

Un échantillon est un ensemble de données extraites d'une population et que l'on croit, de ce fait, représentatives de cette population. Il est extrêmement important d'avoir un échantillonnage approprié lors de la cueillette des données, un échantillonnage non représentatif modifiant les statistiques et, de là, toute inférence effectuée d'après l'échantillon pour cette population.

La liste suivante présente les différents types d'échantillonnage. Il importe peu de retenir chacun des types d'échantillonnage, mais l'enseignant doit prendre le temps de les discuter avec les élèves, en fonction des forces et des faiblesses de chacun des types. Lorsque les élèves mènent leurs propres sondages, ils doivent connaître les types d'échantillonnage qu'ils utilisent et être au courant des avantages et des désavantages qui peuvent en découler.

L'échantillonnage de commodité consiste à recueillir des données auprès d'un groupe facilement accessible.

L'échantillonnage automatique porte sur des personnes qui répondent volontairement aux questions d'un sondage.

Dans le cas d'un échantillonnage dirigé, un expert sélectionne un échantillon qu'il ou elle considère représentatif.

L'échantillonnage probabiliste comprend un mécanisme permettant d'assurer le caractère aléatoire.

L'échantillonnage par grappes permet de recueillir des données d'un groupe de sujets choisis au hasard à l'intérieur d'une région particulière.

Dans l'échantillonnage stratifié, la population est divisée en groupes identifiables dans lesquels les échantillons sont extraits au hasard.

L'échantillonnage systématique consiste à choisir chaque $n^{ième}$ membre d'une population pour former l'échantillon.

Présentez le concept du gauchissement et discutez-en. Demandez aux élèves d'évaluer des analyses, de mettre en doute le résultat et d'apporter des suggestions en vue d'obtenir des résultats plus probants. Incitez-les à être sceptiques et à se préparer à douter des résultats ainsi que des méthodes utilisées pour obtenir ces résultats.

Dans le cas des problèmes dans lesquels un échantillon est examiné, énoncez la probabilité des résultats puis essayez de vérifier l'exactitude de cette probabilité. Si un élève réalise un sondage sur la popularité d'un film, par exemple, et qu'il découvre que 60 % des élèves de l'échantillon choisissent « Rambo 8 » comme le meilleur film des deux derniers mois, ceci pourrait être énoncé de la façon suivante : « La probabilité qu'un élève en particulier estime que « Rambo 8 » représente le meilleur film présenté au cours des deux derniers mois est de 60 % ».

Discutez de la signification de cet énoncé, ainsi que du fait que la probabilité est la possibilité de la réalisation d'un événement. Si les élèves avaient été choisis au hasard, il aurait été alors raisonnable de penser que 60 % d'entre eux choisiraient ce film. Abordez le fait qu'il aurait été invraisemblable de s'attendre à ce que 6 élèves dans chaque groupe de dix choisissent le même film, de même que le fait que le pourcentage constitue une moyenne calculée d'après la population totale des élèves.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves d'étudier et de critiquer diverses techniques d'échantillonnage, plus particulièrement celles qui sont employées par les médias, le gouvernement et les maisons de sondage. Donnez-leur des problèmes à résoudre et demandez-leur de concevoir des procédures d'échantillonnage qui, selon eux, donneront des résultats acceptables, ainsi que des procédures qui, croient-ils, gauchiront les résultats obtenus d'une façon quelconque.

Exemple : Afin de déterminer combien de personnes croient réellement qu'un certain médicament contre le mal de tête est plus efficace qu'un autre, quelle structure donneriez-vous à l'échantillon ? Comment procéderiez-vous pour démontrer que ce médicament est plus efficace hors de tout doute ?

Activité : Demandez aux élèves de trouver des articles de journaux traitant de statistiques d'une façon quelconque et discutez de la mesure dans laquelle on peut se fier aux résultats obtenus. Discutez aussi des facteurs qui peuvent influencer de façon défavorable la conclusion de l'auteur, ainsi que des facteurs qui risquent de l'influencer positivement.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Vidéo :
Math Wise (ACCESS) : « Predicting 02: Choosing a Sample ».

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Pour vous aider à souligner l'importance d'une sélection au hasard, reportez-vous à HM10, TRM, Lesson Notes, page 109, Introductory Activity n° 1.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 501 à 507
BMS3 : pages 87 à 90

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les données recueillies auprès d'un échantillon doivent être organisées, présentées et analysées, de façon à pouvoir en arriver à des inférences valides.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 identifier une situation, formuler une hypothèse et planifier la cueillette des données;

2.2 organiser les données à l'aide de diagrammes en tiges et feuilles et diagrammes à boîte et à moustache ;

2.3 choisir et calculer les mesures de tendance centrale appropriées aux séries de données;

2.4 représenter des données à l'aide de graphiques appropriés;

2.5 analyser sommairement et visuellement des séries de données présentées à l'aide de diagrammes en tiges et feuilles, de diagrammes à boîte et à moustache et de graphiques;

2.5.1 tirer des conclusions basées sur les analyses visuelles de séries de données, et les soutenir;

2.6 évaluer intuitivement dans quelle mesure on peut se fier aux résultats obtenus par l'analyse des données.

REMARQUES

Les élèves ont eu une certaine expérience des statistiques au secondaire premier cycle. Plus précisément, ils ont étudié le bon et le mauvais usage des statistiques, le gauchissement dans les sondages, la représentation des données sous forme de pictogrammes, de diagrammes à barres, de diagrammes linéaires et circulaires, de même que la moyenne, la médiane, le mode et l'étendue, ainsi que l'interprétation et l'analyse d'arguments ou de conclusions basés sur l'information statistique; ils ont également réalisé un petit sondage et ont exposé les résultats, et le terme « probabilité » a été introduit.

Ce concept ne doit pas être enseigné en six parties distinctes. Dans la mesure du possible, il faut associer chaque objectif à une série de données.

Données univariées

- Le prix des pizzas (cornets de crème glacée) dans votre région.
- Le poids (taille) des joueurs de ligne de l'équipe de football de l'école.
- Le nombre de buts marqués par les défenseurs de la LNH.
- La taille des édifices les plus élevés à Calgary/Edmonton.

- Le nombre de semaines au palmarès des chansons (vidéos, films) à succès.
- Le nombre annuel de jours de pluie (sans gel) dans la région.
- Les populations urbaine et rurale du comté (district municipal).

Les livres annuels et les almanachs qui se trouvent à la bibliothèque de l'école constituent les sources d'information pour les problèmes de ce type, tout comme Exploring Data, publié par Dale Seymour, les livres des records sportifs, les ouvrages portant sur le cinéma, les disques et les spectacles, de même que les journaux et les magazines. Les élèves peuvent aussi rencontrer des problèmes dans d'autres cours, la sociologie par exemple, qui se prêtent à un examen dans le cadre de cette unité d'apprentissage.

La liste ci-dessous comprend certaines caractéristiques humaines pouvant faire l'objet d'une recherche.

I	Caractéristiques génétiques	II	Caractéristiques acquises
1.	La couleur des yeux (préciser)	1.	Les préférences
2.	La couleur des cheveux (préciser)	2.	La propriété (d'une guitare par exemple)
3.	Le sexe	3.	Le nombre de biens en particulier qu'on possède
4.	Le type de la langue (enroulée)	4.	Le nombre d'heures de sommeil
5.	Les cheveux	5.	Le nom (les initiales ou le nombre de lettres)
6.	Le type du pouce (« le pouce de l'auto-stoppeur »)	6.	La taille des vêtements (les chaussures par exemple)
7.	Le type d'oreille (lobe)	7.	L'anniversaire (à l'aide d'un calendrier perpétuel, déterminer la journée de la naissance, l'heure de la journée)
8.	Les fossettes (menton/joues)	8.	L'âge (année et mois, 15,6 ans, par exemple)
9.	Taches de rousseur (pas du tout, un peu, beaucoup)		
10.	La manualité (droitier ou gaucher)		
11.	Dominance oculaire (oeil droit ou oeil gauche)		
12.	La relation entre les doigts (longueurs relatives de l'annulaire et de l'auriculaire)		
13.	Poignée de main (mains repliées, doigts palmés, le pouce qui se trouve sur le dessus)		

Reproduit, avec permission, de « Applications in School Mathematics: Human Variability », dans Applications in School Mathematics, copyright 1979, National Council of Teachers of Mathematics.

Pour de courtes descriptions de projets scolaires, reportez-vous également à « Projects », dans Teaching Statistics and Probability.

Cueillette : La cueillette des données peut s'accomplir à l'aide d'un sondage auprès d'un groupe particulier, d'une recherche sur un sujet à l'aide des ressources de la bibliothèque, ou de l'obtention de données sous une forme quelconque. Dans le cas d'un sondage, vous pouvez discuter de la façon avec laquelle les données sont recueillies, c'est-à-dire en personne ou par téléphone. La méthode employée peut-elle influencer d'une façon quelconque les résultats obtenus ?

Organisation et présentation : Les diagrammes tiges et feuilles servent à organiser des données d'une façon qui permet d'éviter la perte de données. La façon la plus simple de construire un diagramme tiges et feuilles consiste à écrire les tiges, ce qui représente tous les chiffres à l'exception des unités, puis tous les chiffres sont des feuilles. Pour les données suivantes, par exemple : 328, 335, 341, 326, 345, 365, 329, 357, 361, 345, 339, 367, les tiges sont les nombres 32, 33, 34, 35 et 36. Ces nombres sont écrits sous forme de colonne à gauche d'une ligne verticale. À l'examen des données, le dernier chiffre (la feuille) est placé à côté de la tige appropriée à droite de la verticale.

Le diagramme en tiges et feuilles représentant les données ci-dessus serait comme suit :

32	8 6 9
33	5 9
34	1 5 5
35	7
36	5 1 7

Il s'avère plus utile de placer les feuilles dans un ordre ascendant. Ceci facilitera la détermination de la médiane par exemple. Le diagramme en tiges et feuilles ci-dessus deviendrait le suivant :

32	6 8 9
33	5 9
34	1 5 5
35	7
36	1 5 7

Les diagrammes tiges et feuilles indiquent certaines caractéristiques d'une série de données, y compris les valeurs maximum et minimum, tout en donnant une idée générale de la distribution. Il est aussi possible d'apercevoir les regroupements de données et de voir instantanément la position relative d'un élément important.

Il est parfois utile de comparer deux séries de données sur un diagramme unique. Ce qui suit, par exemple, représente les notes obtenues à un même examen par les élèves de deux classes différentes :

Classe A
65, 56, 78, 98, 78, 67, 77, 75, 74, 64, 60, 51, 82, 80.

Classe B
54, 76, 65, 87, 63, 62, 50, 58, 46, 69, 76, 79, 81, 72.

Le diagramme en tiges et feuilles dos-à-dos est le suivant :

6	4	
8 4 0	5	1 6
9 5 2 3	6	0 4 5 7
9 6 6 2	7	4 5 7 8 8
7 1	8	0 2
	9	8

À partir de ce diagramme, il est possible de comparer instantanément les résultats obtenus par les élèves des deux classes.

Pour un aperçu plus détaillé des diagrammes en tiges et feuilles, reportez-vous à Exploring Data, de la Quantitative Literacy Series, publié par Dale Seymour. Reportez-vous également à « Stem-and-Leaf Plots », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action ».

Les diagrammes à boîte et à moustache sont utiles, puisqu'en renfermant la plus grande partie des données, ils les font ainsi ressortir. Ils indiquent également les valeurs extrêmes par des lignes menées jusqu'à celles-ci. Les diagrammes à boîte et à moustache seront utilisés plus tard pour examiner les intervalles de confiance, mais ils peuvent dès maintenant servir à organiser les données et à comparer deux séries de données ou plus.

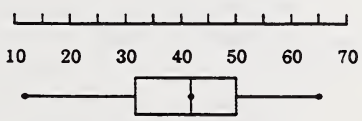
La méthode de construction d'un diagramme à boîte et à moustache est la suivante :

1. Déterminer la médiane des données.
2. Déterminer la médiane de la moitié supérieure des données, ou quartile supérieur.
3. Déterminer la médiane de la moitié inférieure des données, ou quartile inférieur.
4. Déterminer les valeurs extrêmes des données.

5. Sur ou au-dessous d'une droite numérique, indiquer la médiane, les quartiles et les extrêmes.
6. Tracer une boîte entre les deux quartiles. Indiquer la médiane à l'intérieur de cette boîte. À partir des quartiles, tracer les « moustaches » jusqu'aux valeurs extrêmes.

Exemple :

Il a été établi, d'après une série de données, que la médiane est 42, le quartile inférieur 31, le quartile supérieur 50, et les extrêmes 11 et 65. Tracer un diagramme à boîte et à moustache illustrant ceci.



Les diagrammes à boîte et à moustache peuvent représenter adéquatement les différences entre certaines séries de données et, à l'encontre des diagrammes en tiges et feuilles, ils ne sont pas limités à une comparaison de deux séries. En plaçant les boîtes d'un certain nombre de séries de données l'une au-dessus de l'autre, il est possible de comparer les plus grandes parties des données, ainsi que de comparer les médianes et les extrêmes.

Pour de plus amples informations, reportez-vous à Exploring Data, de la Quantitative Literacy Series, publié par Dale Seymour. Reportez-vous également à « Exploring Baseball Data », dans Mathematics Teacher, octobre 1987, et à « Exploring Data with Box Plots », dans Mathematics Teacher, novembre 1988.

Les élèves ont une certaine expérience des pictogrammes, des diagrammes à barres, ainsi que des diagrammes linéaires et circulaires. On peut dessiner un histogramme en plaçant un diagramme en tiges et feuilles de côté.

Analyse : Les élèves ont passé un certain temps à calculer les mesures de tendance centrale. Par conséquent, l'accent doit être mis sur l'utilisation de ces mesures en tant que forme d'analyse.

Parmi les suggestions faites pour chaque méthode organisationnelle déjà mentionnée, certaines ont trait à l'analyse. Incitez les élèves à étudier la représentation des données et à formuler des conclusions. Demandez-leur de justifier leur analyse et de l'examiner d'un oeil critique.

Discutez avec les élèves de l'utilisation de la moyenne en tant que nombre unique servant à décrire une série complète de données. Ceux-ci sauront comment déterminer les « moyennes » (arithmétiques). L'accent devrait être mis sur la détermination et l'utilisation des médianes. Celles-ci peuvent être déterminées directement d'après des diagrammes en tiges et feuilles et utilisées dans des diagrammes à boîte et à moustache.

L'utilisation de l'étendue en tant que mesure de dispersion est particulièrement importante lorsque les extrêmes sont indiquées sur un diagramme à boîte et à moustache. À ce stade, la présentation des autres mesures de dispersion importe peu. Toutefois, le concept peut être discuté lorsque les élèves étudieront les données représentées sous forme de diagrammes en tiges et feuilles et de diagrammes à boîte et à moustache.

Donnez un exemple comme celui qui suit, afin de discuter de la signification des diverses « moyennes » et de leur application respective, ce qui aidera les élèves à comprendre.

Le président d'une entreprise comprenant 10 personnes a déclaré au syndicat qu'il n'y a pas lieu d'augmenter les salaires, la moyenne salariale de cette compagnie se situant à 38 400 $ par an. Le directeur est en désaccord et il a affirmé que la moyenne salariale n'est en réalité que de 30 000 $ par an. Le chef du syndicat des secrétaires a pour sa part déclaré que cette moyenne n'est que de 20 000 $ par an. Lequel des trois a raison ? La liste des salaires est donnée ci-dessous. De quelle façon croyez-vous que chaque personne a calculé sa « moyenne » ? Dans ce cas particulier, quelle est la moyenne appropriée ? Pourquoi ?

Président	150 000	$
Directeur	50 000	
2 représentants des ventes	40 000	chacun(e)
4 secrétaires	20 000	chacun(e)
2 commis	12 000	chacun

Les inférences : L'inférence statistique est le processus qui consiste à tirer une conclusion ou à faire des affirmations au sujet d'une population, d'après les résultats obtenus à partir d'un échantillon.

L'évaluation de la certitude : Présentez le terme « certitude » comme une mesure en fonction de laquelle on peut considérer les résultats obtenus comme vrais. À ce propos, il faut tenir compte de l'intuition.

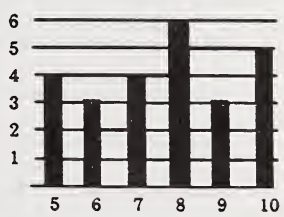
PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Problèmes 2.3 : Ces problèmes offrent l'occasion de réviser les mesures de tendance centrale et l'interprétation graphique, lorsque cela s'avère nécessaire.

(a) Cinq copies d'examen sur lesquelles les notes étaient inscrites ont été égarées. Par ailleurs, un sommaire des cinq copies égarées indique que le mode était 90, la médiane 85 et la moyenne, 83. Si ces notes étaient sous forme de nombres entiers de 0 à 100, quelle est la plus basse note possible sur les copies d'examens égarées ?

Réponse : 50.

(b) Déterminer la moyenne (arithmétique) des notes obtenues à cet examen, au nombre entier près.



Réponse : $\frac{191}{25} \approx 8$

Pour un choix de **problèmes**, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 74, n^{os} 3 et 7.

Activité : Voici une suite possible aux activités de cueillette et d'analyse des données, dans laquelle les élèves utilisent encore une fois des données associées à un examen.

Exemple de résultats scolaires

Les données suivantes représentent les notes obtenues à un examen par les élèves de deux classes différentes. Chaque classe compte 20 élèves.

Classe A :

82, 78, 57, 91, 29, 80, 85, 49, 82, 67,
99, 68, 83, 12, 87, 86, 38, 81, 58, 79

Classe B :

72, 82, 74, 84, 81, 84, 76, 12, 72, 71,
70, 93, 13, 90, 80, 73, 91, 70, 99, 88

En premier lieu, demandez aux élèves d'examiner les données. À première vue, ils peuvent penser qu'il n'existe aucune différence évidente entre ces deux classes. Dans les deux cas, par exemple, les notes minimum et maximum sont 12 et 99. La note moyenne de la classe A est de 69,55 et celle de la classe B, 73,75. Toutefois, la médiane de la classe A est 79,5, tandis qu'elle se situe à 78,0 pour la classe B. L'une de ces deux mesures est-elle plus représentative ?

Demandez aux élèves de construire un diagramme en tiges et feuilles dos à dos.

Diagramme en tiges et feuilles dos à dos
représentant les notes des classes A et B

Classe A		Classe B
2	1	23
9	2	
8	3	
9	4	
87	5	
87	6	
98	7	00122346
76532210	8	012448
91	9	0139

Un modèle quelconque commence-t-il à émerger de ces deux représentations ? Discutez-en.

Adapté, avec permission, de « Realistic Examples in Elementary Statistics », dans Mathematics Teacher, copyright décembre 1987, National Council of Teachers of Mathematics.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Vidéo :
Math Wise (ACCESS) : « Locating/Interpreting 01 - Organizing Information ».

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES	MS3 : pages 507 à 547 BMS3 : pages 106 à 150

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les angles des triangles semblables sont égaux et que leurs côtés correspondants sont proportionnels.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 reconnaître et écrire la relation de similitude entre des triangles semblables;

1.2 se servir de la relation qui existe entre les côtés des triangles semblables pour calculer les longueurs des côtés inconnus;

1.2.1 généraliser les propriétés des triangles semblables à l'aide de processus inductifs;

1.2.2 résoudre des problèmes impliquant l'application des propriétés des triangles semblables.

REMARQUES

Les élèves ont abordé le concept de « similitude » en septième année. Cette étude comprenait la reconnaissance des figures semblables et congruentes. Il est peut être préférable de faire une légère révision avant d'aborder les triangles semblables. Le concept de triangles semblables peut être associé à la vie de tous les jours. Le principe des triangles semblables, par exemple, permet à une planche à repasser de demeurer au niveau lorsqu'on l'élève. Ceci peut servir d'introduction à un projet hors classe.

Définissez les triangles semblables comme des triangles dont les angles correspondants sont égaux.

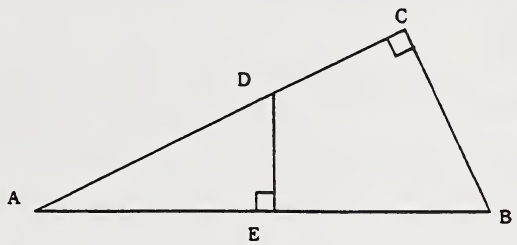
PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Pour présenter les triangles semblables, donnez aux élèves les mesures de trois angles et demandez-leur de tracer un triangle en se servant de ces trois mesures. Indiquez-leur de nommer les éléments de ce triangle, puis de mesurer les côtés de leurs triangles : ceux-ci devraient être proportionnels. Demandez ensuite aux élèves de construire deux triangles semblables de leur choix, tout en s'assurant que les angles sont égaux et que les côtés sont proportionnels. Ceci peut mener à une discussion sur la façon avec laquelle la relation de similitude est exprimée.

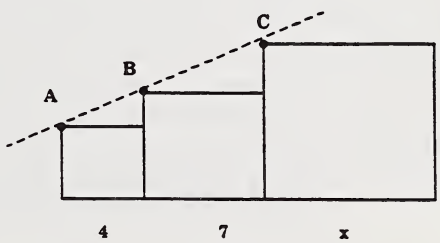
Activité : Tracez des paires de triangles semblables, puis mesurez les côtés. Déterminez les trois rapports entre les côtés de chaque triangle et comparez. Discutez de la raison de l'égalité de ces rapports. Mentionnez que la similitude peut être définie comme « une transformation de similitude, c'est-à-dire qu'une figure est un grossissement ou une réduction de l'autre ». Discutez du fait de savoir si les relations entre les rapports des côtés correspondants existeront ou non pour les autres couples de polygones semblables.

Problème : Dans la figure ci-dessous, $\measuredangle$ C est un angle droit, DE $\perp$ AB, AE = 6, EB = 7 et BC = 5. Quelle est l'aire de EBCD ?

Réponse : 22,5 unités carrées



Problème : Si les trois sommets A, B et C des trois carrés adjacents sont colinéaires, calculer la valeur de x.



Réponse : $x = \frac{49}{4}$

Problème : Reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 59, « Le problème des poteaux de téléphone », solution n° 2; page 72, n° 1.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciels :
The Geometric preSupposer: Points and Lines et The Geometric Supposer: Triangles (Sunburst) peuvent tous deux être utilisés ici comme outils d'exploration.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Approfondissement du problème de l'aire de la figure EBCD (page précédente).

Soit le théorème suivant : si deux figures sont semblables selon un rapport de similitude r, alors le rapport entre deux aires correspondantes est de r^2.

De quelle façon ce théorème aurait-il pu être appliqué afin de déterminer l'aire de la figure EBCD ?

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 494 à 501 et 508 à 515
BMS, 4A : pages 81 à 98

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les angles des triangles semblables sont égaux et que leurs côtés correspondants sont proportionnels.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.2 se servir de la relation qui existe entre les côtés des triangles semblables pour calculer les longueurs des côtés inconnus;

1.2.3 déterminer les rapports du sinus, du cosinus et de la tangente dans des triangles rectangles semblables, par l'application des propriétés des triangles semblables.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de construire minutieusement un ou deux des 9 triangles rectangles suivants : 5°-85°, 10°-80°, 15°-75° ... 45°-45°. Mesurer les côtés et déterminer le sinus, le cosinus et la tangente. Calculer ces rapports à deux décimales près, à l'aide d'une calculatrice. Construire un tableau indiquant les rapports de chacun des angles tracés. Discuter de certaines des caractéristiques de la liste (les rapports du sinus et de la tangente, par exemple, croissent au fur et à mesure que les angles croissent, tandis que les rapports du cosinus décroissent, tg 45° = 1, sin 45° = cos 45°, l'étendue de sin, cos, tg pour $\theta \measuredangle 90°$.)

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciels :
The Geometric preSupposer: Points and Lines et The Geometric Supposer: Triangles (Sunburst) peuvent tous deux être utilisés ici comme outils d'exploration.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 533 à 543, 545 à 547, 549 à 552, 556 et 557
BMS, 4A : pages 99 à 105 et 113 à 118

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les rapports du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle sont des rapports particuliers entre des paires de côtés correspondants de triangles rectangles semblables qui comprennent l'angle donné.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 déterminer les rapports du sinus, du cosinus et de la tangente, ainsi que les mesures des angles aigus dans des triangles rectangles, d'après les mesures de deux côtés;

- 2.1.1 calculer le sinus, le cosinus et la tangente d'un angle aigu, à l'aide d'une calculatrice;
- 2.1.2 calculer la mesure d'un angle aigu, à l'aide de la calculatrice, d'après la valeur de l'un des rapports trigonométriques de cet angle;
- 2.1.3 résoudre des problèmes portant sur le calcul de la mesure d'un angle d'un triangle rectangle.

REMARQUES

Il faut enseigner aux élèves à se servir d'une calculatrice scientifique pour déterminer les rapports du sinus, du cosinus et de la tangente. Les mesures des angles ne doivent être exprimées qu'en degrés entiers.

Exemple :

tg 56 $\doteq$ 1,4826 ou tg 56 $\approx$ 1,4826

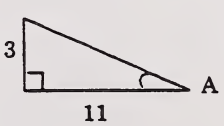
Il faut enseigner aux élèves à se servir d'une calculatrice scientifique. Les mesures des angles doivent être arrondies au degré près. Les élèves doivent être familiers avec les questions du type suivant.

Exemple :

sin θ $\doteq$ 0,4567 ou sin $\theta \approx$ 0,4567

$\theta \doteq 27°$ $\theta \approx 27°$

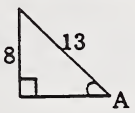
Les élèves doivent se servir d'une calculatrice et on doit leur rappeler qu'il s'agit de déterminer un rapport spécifique. Ils doivent toujours écrire le nom du rapport à déterminer. Écrire le rapport à un maximum de quatre décimales près.



tg $\sphericalangle A = 3/11$

$\doteq$ 0,2727

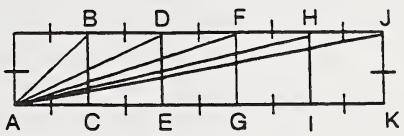
Exemples :



Calculez la mesure de ∢A, au degré près.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Problème :



Déterminer les mesures des trois rapports trigonométriques de ∢A, de même que la mesure de ∢A dans les triangles ABC, ADE, AFG, AHI et AJK. Est-il possible de généraliser ces rapports et de prédire la mesure de ∢A dans le dixième triangle ?

Problème : Lorsque tg θ croît, cos θ décroît. Quelle est la mesure de l'angle lorsque ces rapports sont égaux ? Quelles sont les mesures des côtés d'un triangle dans lequel tg θ = cos θ ?

Activité : Demandez aux élèves d'élaborer des processus qui permettent, pour tout triangle rectangle, de déterminer toutes les autres mesures de ce triangle si on connaît deux des côtés ou un côté et un angle non droit. Rappelez-leur qu'ils ont étudié le théorème de Pythagore. Demandez-leur de développer des façons rapides de vérifier la vraisemblance de leurs réponses, autrement dit, quelle doit être la somme des angles ? Qu'est-ce qui doit toujours être vrai au sujet de la somme des deux plus petits côtés du triangle ?

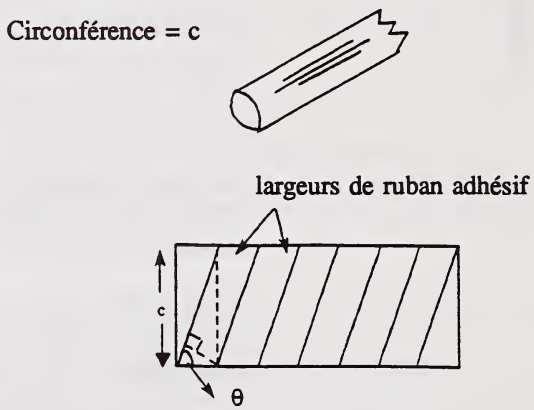
Activité : Demandez aux élèves de tracer des triangles rectangles quelconques, puis de mesurer deux côtés ou un angle et un côté et enfin de calculer les mesures inconnues. Vérifier les calculs en mesurant.

Activité : Demandez aux élèves de mettre au point un test à l'aide duquel ils peuvent déterminer si un angle est droit, sans utiliser de rapporteur.

Problème : Un terrain de stationnement situé sur le côté d'un aréna de curling a une capacité de 20 voitures stationnées perpendiculairement à l'édifice. Afin d'augmenter la largeur de

l'allée pour les voitures, la décision a été prise de stationner les voitures à un angle de 75° par rapport à l'édifice. Si on présume que chaque place de stationnement mesure 3 m × 7 m, combien de voitures le stationnement peut-il maintenant contenir ?
Réponse : 19

Problème : Le manche d'un bâton de baseball a été légèrement modifié, de façon à ce qu'il soit cylindrique. On désire le recouvrir de ruban gommé de sorte qu'il n'y ait ni superposition de ruban, ni d'espace, c'est-à-dire qu'aucune partie de bois n'est apparente. Si la circonférence du manche est de 8 cm et la largeur du ruban gommé de 2,5 cm, trouver l'angle, par rapport à la ligne du manche, selon lequel le ruban doit être enroulé pour qu'il n'y ait ni superposition ni espace (voir la figure qui suit).



Déterminer θ.

Réponse : 72°, au degré près.

Approfondissement : Si c = la circonférence du manche et l = la largeur du ruban, exprimer cos θ et θ en fonction de l et c.

Adapté, avec permission, de Imaginative Ideas for the Teacher of Mathematics Grades 11-12: Ranucci's Reservoir, copyright 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : (La mesure de l'angle doit être exprimée à une décimale près). Un câble mesurant 8 cm de longueur doit être coupé en trois sections qui formeront les côtés d'un triangle. Si les mesures des longueurs des trois sections sont des nombres entiers, quelle est la longueur du plus petit côté ? Quelles sont les mesures des angles ?

Réponse : 2 cm; 39°; 70,5°; 70,5°.

Servez-vous de ce problème tout d'abord pour rappeler aux élèves les conditions associées aux longueurs des côtés des triangles.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 544, 545, 548, 552 à 555, 558 et 559
BMS, 4A : pages 106 à 112

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les rapports du sinus, du cosinus et de la tangente d'un angle sont des rapports particuliers entre des paires de côtés correspondants de triangles rectangles semblables qui comprennent l'angle donné.

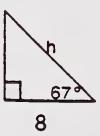
Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.2 calculer la mesure d'un côté d'un triangle rectangle à partir de la mesure d'un second angle et de la longueur d'un côté;

2.2.1 résoudre des problèmes portant sur le calcul de la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.

REMARQUES

Dans le $\triangle ABC$, $\sphericalangle C = 90°$, $a = 5$ et $b = 8$. Calculer la mesure de $\sphericalangle B$, au degré près.



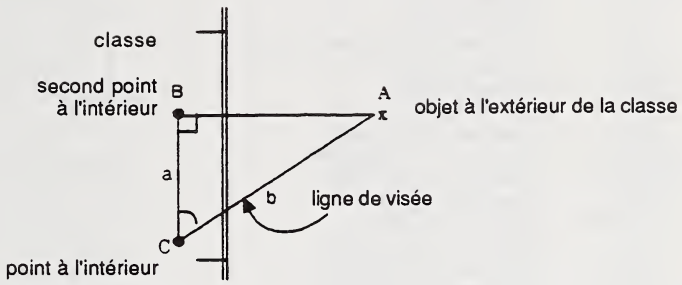
Calculer la longueur de h, à une décimale près.

Dans $\triangle XYZ$, $\sphericalangle X = 90°$, $\sphericalangle Y = 43°$ et $x = 20$. Calculer la longueur de z.

Les élèves doivent apprendre à résoudre des problèmes pouvant être représentés à l'aide de triangles rectangles. Ils doivent comprendre et employer des termes comme inclinaison, angle de dépression et angle d'élévation. Il faut leur enseigner la valeur des diagrammes pour représenter des situations, de même que le niveau de précision requis.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : S'il y a des fenêtres dans la classe, demandez aux élèves de résoudre le problème suivant :



Déterminer la longueur a et la mesure de ∢BCA, puis calculer la distance de C à A à l'aide de ces valeurs.
(Adapté de M10, TRB, Teaching Notes, page 45).

Problème : Dans un triangle rectangle 5-12-13, quelle est la longueur de la bissectrice du plus grand angle aigu ?
Réponse : $\frac{5\sqrt{13}}{3} \approx 6{,}0$

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Les logiciels tableurs peuvent être utilisés pour déterminer les relations qui existent entre les angles, les longueurs des côtés et les rapports trigonométriques d'un triangle rectangle. Apple Works et Microsoft Works sont deux ressources de base d'Alberta Education.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 559 à 575
BMS, 4A : pages 118 à 124

TEXTES DE CORRÉLATION
ADDISON-WESLEY PUBLISHERS LIMITED
MATHEMATICS 10

Pages	Unité d'apprentissage	Objectif d'apprentissage	Pages du guide
xiv à xxiii	Number Systems	1-Révision	
2 à 8	Number Systems	1-Révision	
9 et 10	Number Systems	3.2	57 à 60
11	Coordinate Geometry and Graphing	1.1.2	108 et 109
14 à 17	Number Systems	1.1, 1.2, 1.3, 1.4	43 à 48
18 à 29	Number Systems	2.1, 2.2, 2.4, 3	49 à 60
26 et 27	Number Systems	3.1	57 à 60
30 à 41	Operations with Radicals		
46 à 48	Operations on Polynomials	1.1, 1.2	61 à 65
52 à 58	Operations on Polynomials	2.1, 2.2, 2.3	66 à 70
59 à 61	Scientific Notation		
65 à 67	Rational Exponents		
72 à 74	Operations on Polynomials	3.1	71 à 73
76 à 78	Operations on Polynomials	3.4	81 et 82
76 à 81	Operations on Polynomials	3.2	74 à 80
84 à 92	Operations on Polynomials	3.2, 3.3	74 à 80
93 à 96	Factoring Polynomials	1.1, 1.2	83 à 85
98 à 106	Factoring Polynomials	1.3, 1.4, 1.5	86 à 94
108	Factoring Polynomials	1.6	95 et 96
109 à 138	Rational Expressions		
140 à 143	Equations and Inequalities	1.1	100 à 105
144 à 147	Equations involving Rational Expressions		
148 et 149	Equations and Inequalities	2.1	106 et 107
150 à 161	Equations and Inequalities	1.1	100 à 105
156 et 157	Operations on Polynomials	1.2.1	61 à 65
164 à 167	Coordinate Geometry and Graphing	2.1, 2.2	119 et 120
170 à 173	Graphing Linear Inequalities		
174 à 177	Graphing Non-Linear Relations		
180 à 184	Factoring Polynomials	2.1, 2.2	97 à 99
190 à 193	Coordinate Geometry and Graphing	1.1	108 et 109
196 à 199	Coordinate Geometry and Graphing	1.2	108 et 109
200 à 211	Coordinate Geometry and Graphing	1.3	110 et 111
212 et 213	Coordinate Geometry and Graphing	2.1, 2.2	119 et 120
218 à 222	Coordinate Geometry and Graphing	1.4	117 et 118
223 à 231	Coordinate Geometry and Graphing	2.1, 2.2	119 et 120
233 à 237	Coordinate Geometry and Graphing	2.5, 2.6	123 à 125
234 à 237	Coordinate Geometry and Graphing	3.1	128 à 130
240 à 244	Coordinate Geometry and Graphing	3.1	128 à 130
245 à 249	Coordinate Geometry and Graphing	2.3, 2.4	121 et 122
246 à 249	Coordinate Geometry and Graphing	2.5, 2.6	123 à 125
247 à 249	Coordinate Geometry and Graphing	2.7	126 et 127
250 à 252	Coordinate Geometry and Graphing	3.1	128 à 130
258 à 270	Systems of Linear Equations	1.1, 1.2	131 à 134
271 à 273	Systems of Linear Equations	2.1	135 et 136
276 à 296	Systems of Linear Equations	1.2	131 à 134
301 à 340	Coordinates and Transformations		
341 à 432	Geometry and Reasoning		
434 à 447	Statistics	2	141 à 149
448 à 455	Statistics: Bivariate Data Analysis		
456 à 465	Statistics	1	137 à 140
466 à 475	Probability		
480 à 486	Trigonometry	1.1, 1.2, 1.2.2	150 à 152
487 et 494	Trigonometry	1.2.3	153
487 à 507	Trigonometry	2.1	154 à 157
487 à 507	Trigonometry	2.2	158 et 159

TEXTES DE CORRÉLATION
HOLT, RINEHART AND WINSTON OF CANADA, LIMITED
HOLTMATH 10

Pages	Unité d'apprentissage	Objectif d'apprentissage	Pages du guide
1 à 7	Number Systems	1	43 à 48
9 à 11	Number Systems	1.1, 1.2, 1.3, 1.4	43 à 48
12 et 13	Rational Number Properties		
14 à 16	Number Systems	2.1, 2.2	49 à 56
14 à 16	Number Systems	3.1	57 à 60
17 à 19	Equations and Inequalities	1.1, 1.2	100 à 105
20 à 23	Percent and Proportion		
24 et 25	Number Systems	3.1	57 à 60
24 et 25	Equations and Inequalities	2.1	106 et 107
29 à 52	Problem Solving		
54 à 57	Operations on Polynomials	2.1, 2.2, 2.3	66 à 70
58 et 59	Scientific Notation		
60 à 67	Operations with Radicals		
68 à 69	Rational Exponents		
70 et 71	Equations and Inequalities	1.2	100 à 105
71	Number Systems	2.2	49 à 56
80 à 83	Operations on Polynomials	1.1, 1.2	61 à 65
84 et 85	Operations on Polynomials	3.1	71 à 73
86 à 92	Operations on Polynomials	3.2, 3.3	74 à 80
93	Operations on Polynomials	3.4	81 et 82
93 à 95	Factoring Polynomials	1.1, 1.2	83 à 85
96 à 102	Factoring Polynomials	1.3, 1.4, 1.5	86 à 94
103	Factoring Polynomials	1.6	95 et 96
103 à 105	Operations on Polynomials	3.4, 3.5	81 et 82
106 à 110	Factoring Polynomials	2.1, 2.2	97 à 99
113 à 128	Rational Expressions		
129 à 152	Geometry		
160 et 161	Coordinate Geometry and Graphing	1.4	117 et 118
160 à 163	Coordinate Geometry and Graphing	1.3	112 à 116
164 et 165	Coordinate Geometry and Graphing	1.1	108 et 109
166 et 167	Coordinate Geometry and Graphing	1.2	110 et 111
175 à 183	Coordinate Geometry and Graphing	2.1, 2.2	119 et 120
184 à 185	Inverse Variation		
187	Interpolation and Extrapolation		
196 et 197	Coordinate Geometry and Graphing	2.1, 2.2	119 et 120
198 et 199	Coordinate Geometry and Graphing	1.4	117 et 118
198 et 199	Coordinate Geometry and Graphing	2.3, 2.4	121 et 122
200 et 201	Coordinate Geometry and Graphing	2.5, 2.6	123 à 125
202 et 203	Coordinate Geometry and Graphing	3.1	128 à 130
204 et 205	Families of Lines		
206 à 208	Coordinate Geometry and Graphing	3.1	128 a 130
209 à 217	Systems of Linear Equations	1.1, 2.2	131 à 134
218 et 219	Systems of Linear Equations	2.1	135 et 136
220 à 223	Graphing Inequalities/Linear Programming		
231 à 262	Deductive Geometry		
263 à 288	Transformations		
290 et 291	Statistics	2.1, 2.4, 2.5	141 à 149
292 à 295	Statistics	1.1, 1.2, 1.3	137 à 140
296 à 299	Frequency Tables and Histograms		
300 à 305	Statistics	2.2, 2.3, 2.5, 2.6	141 à 149
306 à 309	Grouped Data/Data Distribution		
310 à 314	Statistics	2.2, 2.3, 2.5, 2.6	141 à 149
314 et 315	Statistics	1.1, 1.2, 1.3	138 à 140
316 à 322	Probability		
330 et 331	Trigonometry	1.1, 1.2.1, 1.2.2	150 à 152
332 et 335	Trigonometry	1.2.3	153
332 à 340	Trigonometry	2.1	154 à 157
341 à 350	Matrices		
351 à 357	Volume and Surface Area		
358 et 359	Sketching in Three Dimensions		
360 et 361	Symetry in Three Dimensions		
362 à 371	Vectors		
372	Computer Application in Trigonometry		
373 à 382	Statistics-Bivariate Data		

TEXTES DE CORRÉLATION
NELSON CANADA MATHEMATICS PRINCIPLES AND PROCESS 10
(ADVANCED LEVEL MATHEMATICS 10)

Pages	Unité d'apprentissage	Objectif d'apprentissage	Pages du guide
10 à 16	Number Systems	1-Révision	
17	Number Systems	1.1, 1.2	43 à 48
10 à 21	Radicals		
22	Number Systems	2.1, 2.2, 2.4	49 à 56
22 à 25	Number Systems	3.1	57 à 60
22 à 25	Equations and Inequalities	2.1	100 à 105
26 à 33	Operations on Polynomials	2.1, 2.2, 2.3	66 à 70
34	Rational Expressions		
35 à 42	Operations on Radicals		
43 à 45	Number Systems	2.2	49 à 56
46 à 55	Problem Solving		
58 à 61	Operations on Polynomials	3.2	74 à 80
61	Operations on Polynomials	1.2	61 à 65
62 à 65	Operations on Polynomials	3.4	81 et 82
66 à 69	Operations on Polynomials	3.1	71 à 73
70 et 71	Equations and Inequalities	1.1	100 à 105
72 à 75	Operations on Polynomials	3.2, 3.3	74 à 80
76 à 80	Factoring Polynomials	1.1, 1.2	83 à 85
81 à 91	Factoring Polynomials	1.3, 1.4, 1.5	86 à 94
92	Factoring Polynomials	1.6	95 et 96
93 à 96	Factoring Polynomials	2.1, 2.2	97 à 99
99 à 120	Rational Expressions		
121 à 123	Inequalities		
126 à 130	Coordinate Plane/Plotting		
131 à 136	Coordinate Geometry and Graphing	2.1, 2.2	119 et 120
137 à 143	Graphing: Domain & Range/Linear & Non-Linear		
144 à 146	Graphing Inequalities		
147 à 152	Coordinate Geometry and Graphing	1.1	108 et 109
153 à 155	Coordinate Geometry and Graphing	1.2	110 et 111
156 à 159	Coordinate Geometry and Graphing	1.3	112 à 116
160 à 163	Coordinate Geometry and Graphing	1.4	117 et 118
165 à 174	Functions		
175	Coordinate Geometry and Graphing	1.3.1	112 à 116
176 et 177	Coordinate Geometry and Graphing	2.3, 2.4	121 et 122
179 à 185	Coordinate Geometry and Graphing	2.5, 2.6	123 à 125
186 à 189	Parallel and Perpendicular Lines		
190 à 196	Coordinate Geometry and Graphing	3.1	128 à 130
197 à 201	Families of Lines		
202	Coordinate Geometry and Graphing	3.1	128 à 130
206 à 209	Systems of Linear Equations	1.1	131 àf 134
212	Systems of Linear Equations	2.1	135 et 136
213 à 229	Systems of Linear Equations	1.1, 1.2	131 à 134
230 à 233	More Complex Systems/Literal Coefficients		
236 et 237	Operations on Polynomials	1.2.1	60 à 65
236 à 252	Systems of Linear Equations	1.2.1	131 à 134
254 à 265	Systems of Linear Inequalities/Linear Programming		
266 à 273	Coordinate Geometry and Graphing	2.1, 2.2	119 et 120
274 à 279	Inverse Variation		
283 à 287	Coordinate Geometry and Graphing	2.1, 2.2	119 et 120
289 à 330	Geometry I		
331 à 360	Geometry II		
361 à 384	Three Dimensional Geometry		
385 à 392	Statistics	1.1, 1.2, 1.3	137 à 140
393 à 397	Frequency Distribution/Histograms		
398 à 402	Statistics	2.2, 2.3, 2.5	141 à 149
403 à 405	Grouped Data		
406 à 410	Dispersion/Deviation		
411 à 413	Statistics	2.2, 2.5	141 à 149
414 à 417	Bivariate Data		
418 à 420	Statistics	2	141 à 149
421 à 435	Probability		
438 à 444	Trigonometry	1.1, 1.2.1, 1.2.2	150 à 152
445 à 447	Trigonometry	1.2.3	153
448 à 464	Trigonometry	2.1	154 à 157
448 à 464	Trigonometry	2.2	158 et 159
467 à 510	Vector and Matrices		
511 à 541	Transformations		

TEXTES DE CORRÉLATION
ÉDITIONS BEAUCHEMIN LTÉE
MATHÉMATIQUES 10 (10e année)

Pages	Unité d'apprentissage	Objectif d'apprentissage	Pages du guide
10 à 16	Ensembles de nombres	1-Révision	
17	Ensembles de nombres	1.1, 1.2	43 à 48
10 à 21	Les radicaux		
22	Ensembles de nombres	2.1, 2.2, 2.4	49 à 56
22 à 25	Ensembles de nombres	3.1	57 à 60
22 à 25	Les équations et les inéquations	2.1	100 à 105
26 à 33	Les opérations des polynômes	2.1, 2.2, 2.3	66 à 70
34	Les exposants et les nombres rationnels		
35 à 42	Les opérations sur les radicaux		
43 à 45	Ensembles de nombres	2.2	49 à 56
46 à 55	La résolution de problèmes		
58 à 61	Les opérations des polynômes	3.2	74 à 80
61	Les opérations des polynômes	1.2	61 à 65
62 à 65	Les opérations des polynômes	3.5	81 et 82
66 à 69	Les opérations des polynômes	3.1	71 à 73
70 et 71	Les équations et les inéquations	1.1	100 à 105
72 à 75	Les opérations des polynômes	3.2. 3.3	74 à 80
76 à 80	La factorisation des polynômes	1.1, 1.2	83 à 85
81 à 91	La factorisation des polynômes	1.3, 1.4, 1.5	86 à 94
92	La factorisation des polynômes	1.6	95 et 96
93 à 96	La factorisation des polynômes	2.1, 2.2	97 à 99
99 à 120	Les expressions rationnelles		
121 à 123	Les inéquations		
126 à 140	Les coordonnées cartésiennes		
131 à 136	Les coordonnées géométriques	2.1, 2.2	119 et 120
137 à 143	Les graphiques : le domaine et la région linéaire et non-linéaire		
144 à 146	Les graphiques : les inéquations et les régions		
147 à 152	Les coordonnées géométriques	1.1	108 et 109
153 à 155	Les coordonnées géométriques	1.2	110 et 111
156 à 159	Les coordonnées géométriques	1.3	112 à 116
160 à 163	Les coordonnées géométriques	1.4	117 et 118
165 à 174	Les fonctions		
175	Les coordonnées géométriques	1.3.1	112 à 116
176 et 177	Les coordonnées géométriques	2.3, 2.4	121 et 122
179 à 185	Les coordonnées géométriques	2.5, 2.6	123 à 125
186 à 189	Les lignes parallèles et perpendiculaires		
190 à 196	Les coordonnées géométriques	3.1	128 à 130
197 à 201	Les familles de droite		
202	Les coordonnées géométriques	3.1	128 à 130
206 à 209	Les systèmes d'équations linéaires	1.1	131 à 134
212	Les systèmes d'équations linéaires	2.1	135 et 136
213 àf 229	Les systèmes d'équations linéaires	1.1, 1.2	131 à 134
230 à 233	Des systèmes plus complex des coefficients littéraux		
236 et 237	Les opérations des polynômes	1.2.1	60 à 65
236 à 252	Les systèmes d'équations linéaires	1.2.1	131 à 134
254 à 265	Les systèmes d'inéquations : la programmation linéaire		
266 à 273	Les coordonnées géométriques	2.1, 2.2	119 et 120
274 à 279	Les variations inverses sur graphique		
283 à 287	Les coordonnées géométriques	2.1, 2.2	119 et 120
289 à 330	Géométrie I		
331 à 360	Géométrie II		
361 à 384	La géométrie et trois dimensions		
385 à 392	Notions de statistiques	1.1, 1.2, 1.3	137 à 140
393 à 397	La distribution, les fréquences et les histogrammes		
398 à 402	Notions de statistiques	2.2, 2.3, 2.5	141 à 149
403 à 405	Les données bivariées		
406 à 410	Les mesures de dispersion et de variation		
411 à 413	Notions de statistiques	2.2. 2.5	141 à 149
414 à 417	Les données bivariées		
418 à 420	Notions de statistiques	2	141 à 149
421 à 435	La probabilité		
438 à 444	La trigonométrie	1.1, 1.2.1, 1.2.2	150 à 152
445 à 447	La trigonométrie	1.2.3	153
448 à 464	La trigonométrie	2.1	154 à 157
448 à 464	La trigonométrie	2.2	158 et 159
467 à 510	Les vecteurs et les matrices		
511 à 541	Les transformations		

MATHÉMATIQUES 13

DEGRÉS D'IMPORTANCE DES COMPOSANTES DU PROGRAMME

Matière obligatoire

La majeure partie du contenu des cours de mathématiques de niveau secondaire est composée de sujets qui sont obligatoires pour tous les élèves. La **matière obligatoire** représente 80 % du cours et comprend les concepts, les habiletés et les attitudes que tous les élèves doivent posséder et apprendre. De plus, la matière obligatoire comprend la maîtrise de certaines méthodes particulières de résolution de problèmes et d'utilisation de la technologie.

Matière facultative

Chaque cours comprend également une partie qui constitue 20 % du contenu total et qui est composée de **matière facultative** compatible avec le contenu et les exigences de la partie obligatoire. La raison d'être de cette matière facultative consiste à permettre d'introduire des notions théoriques ou des activités expérimentales d'enrichissement, de rattrapage ou d'innovation. Il ne s'agit pas de fournir aux élèves une accélération ni des équivalences de cours. L'approfondissement horizontal et l'enrichissement sont toutefois indiqués et des ouvrages facultatifs répondant aux exigences et aux intérêts des élèves doivent être mis à leur disposition.

Degré d'importance suggéré (en %) pour la matière obligatoire de Mathématiques 13

Unité d'apprentissage	Degré d'importance suggéré (en %)
Ensembles de nombres	10
Polynômes et factorisation	28
Géométrie analytique et graphiques	18
Relations	12
Statistiques	14
Géométrie	18

ENSEMBLES DE NOMBRES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 10 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent les quatre opérations arithmétiques exécutées sur les nombres rationnels conjointement avec les techniques d'arrondissement et d'estimation.	Les élèves devront être en mesure d'effectuer, mentalement, à l'aide d'une calculatrice, et par écrit, des calculs portant sur des nombres rationnels, y compris des opérations multiples faisant appel aux règles de l'ordre des opérations.	Les élèves devront utiliser une calculatrice pour effectuer des calculs portant sur des nombres rationnels. Les élèves devront résoudre des problèmes comportant des calculs sur des nombres rationnels.	177 à 182
	Les élèves devront être en mesure d'effectuer des calculs portant sur des pourcentages.	Les élèves devront se servir d'une calculatrice pour effectuer des calculs portant sur des pourcentages. Les élèves devront résoudre des problèmes comportant des calculs portant sur des pourcentages.	183 à 188
	Les élèves devront être en mesure de calculer les carrés et les racines carrées de nombres.	Les élèves devront se servir d'une calculatrice pour trouver les carrés et les racines carrées de nombres.	189 et 190
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent les lois et les propriétés associées aux calculs portant sur des expressions comprenant des exposants.	Les élèves devront être en mesure d'effectuer des calculs comportant des puissances dont la base et l'exposant sont des entiers relatifs.	Les élèves devront vérifier les propriétés des exposants zéro et négatifs à l'aide d'exemples numériques. Les élèves devront évaluer, à l'aide d'une calculatrice, des puissances dont la base et l'exposant sont des entiers relatifs.	191 à 193

POLYNÔMES ET FACTORISATION
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 28 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les polynômes peuvent servir à décrire certaines situations mathématiques dans lesquelles les valeurs varient.	Les élèves devront être en mesure d'identifier les termes suivants au cours de l'étude des polynômes : terme, variable, facteur, monôme, binôme, trinôme, polynôme, coefficient numérique, degré, exposant, base et puissance. Les élèves devront être en mesure d'évaluer un polynôme en fonction des valeurs précisées pour les variables. Les élèves devront être en mesure de décrire des situations mathématiques à l'aide de polynômes.		194 à 199
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent les lois et les propriétés inhérentes aux calculs impliquant des expressions avec des exposants.	Les élèves devront être en mesure d'appliquer la loi des exposants pour le produit des puissances dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier naturel, $a^m \times a^n = a^{m+n}$. Les élèves devront être en mesure d'appliquer la loi des exposants pour la puissance d'une puissance, $(a^m)^n = a^{mn}$. Les élèves devront être en mesure d'appliquer la loi des exposants pour le quotient de puissances dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier naturel, $a^m/a^n = a^{m-n}$. Les élèves devront être en mesure utiliser des exposants zéro et négatifs.	Les élèves devront vérifier, à l'aide d'exemples, la loi des exposants pour la multiplication des puissances. Les élèves devront vérifier, à l'aide d'exemples, la loi des exposants pour la puissance d'une puissance. Les élèves devront vérifier, à l'aide d'exemples, la loi des exposants pour la division des puissances. Les élèves devront vérifier, à l'aide d'exemples, la loi des exposants zéro et négatifs.	200 à 202
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs et les opérations sur des polynômes sont tributaires de l'application des lois des opérations associées aux nombres et aux puissances.	Les élèves devront être en mesure d'additionner et de soustraire des polynômes. Les élèves devront être en mesure de multiplier des polynômes par des monômes. Les élèves devront être en mesure de multiplier des binômes par des binômes. Les élèves devront être en mesure de reconnaître le développement du carré d'un binôme, de même que le produit de binômes conjugués, comme étant des cas particuliers. Les élèves devront être en mesure de diviser des polynômes par des monômes.		203 à 206 207 à 213 214 et 215

POLYNÔMES ET FACTORISATION (suite)
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 28 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'on peut écrire les polynômes sous la forme d'un produit de leurs facteurs.	Les élèves devront être en mesure de factoriser des polynômes possédant un monôme comme facteur commun. Les élèves devront être en mesure de factoriser des trinômes sous la forme $ax^2 + bx + c$, pour $a = 1$ ou a étant un facteur commun. Les élèves devront être en mesure de factoriser des trinômes carrés parfaits, après avoir identifié ceux-ci comme des cas particuliers. Les élèves devront être en mesure de factoriser des polynômes comportant une différence de binômes carrés, après avoir identifié ceux-ci comme des cas particuliers. Les élèves devront être en mesure de factoriser des polynômes exigeant une combinaison de méthodes pour que cette factorisation soit complète.	Les élèves devront résoudre des problèmes comportant la factorisation de polynômes.	216 à 220

GÉOMÉTRIE ANALYTIQUE ET GRAPHIQUES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 18 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les points et les droites peuvent être représentés sur un plan cartésien et que ces points et ces droites possèdent des caractéristiques pouvant être définies et mesurées.	Les élèves devront être en mesure d'appliquer la formule pour la pente d'une droite qui passe par deux points donnés.	Les élèves devront résoudre des problèmes impliquant l'application de la formule pour la pente. Les élèves devront vérifier les relations qui existent entre les pentes de droites parallèles et perpendiculaires en traçant des paires de droites sur un plan cartésien. Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur les relations qui existent entre les pentes de droites parallèles et perpendiculaires.	221 à 226
	Les élèves devront être en mesure d'identifier les caractéristiques de droite dont la pente est positive, négative, zéro et indéterminée.		
	Les élèves devront être en mesure de déterminer la distance entre deux points sur le plan cartésien, à l'aide du théorème de Pythagore.	Les élèves devront résoudre des problèmes comportant le calcul de la distance entre deux points sur le plan cartésien.	227 et 228
	Les élèves devront être en mesure de déterminer le point central d'une droite.	Les élèves devront résoudre des problèmes comportant le calcul du point central d'une droite.	229 et 230
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont aux équations linéaires correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.	Les élèves devront être en mesure de déterminer des couples qui satisfont à une équation linéaire et de tracer le graphique de l'équation à l'aide de ces points.		231 et 232
	Les élèves devront être en mesure de déterminer les abscisses et les ordonnées à l'origine des graphiques d'équations linéaires. Les élèves devront être en mesure de représenter graphiquement des équations linéaires à l'aide d'un graphique passant par les abscisses et les ordonnées à l'origine.		233 et 234
	Les élèves devront être en mesure d'écrire des équations linéaires sous la forme pente-ordonnée à l'origine, $y = mx + b$.		235 à 238
	Les élèves devront être en mesure de représenter graphiquement des équations linéaires à l'aide de la pente, ainsi que de l'ordonnée à l'origine.	Les élèves devront étudier les effets des paramètres m et b dans l'équation $y = mx + b$. Les élèves devront tracer le graphique d'une équation linéaire à l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur.	
	Les élèves devront être en mesure de reconnaître et de représenter graphiquement les équations de droites qui sont parallèles aux axes des x et des y.		239

RELATIONS
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 12 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il peut y avoir une relation entre des phénomènes et que ces relations peuvent être représentées à l'aide de graphiques et de tables de valeurs.	Les élèves devront être en mesure de tracer des graphiques décrivant des phénomènes physiques ou des situations courantes, de même que d'identifier les variables dépendantes et indépendantes et nommer correctement les axes. Les élèves devront être en mesure de lire et d'interpréter des graphiques servant à décrire les relations qui existent entre les variables qu'on retrouve dans la vie courante. Les élèves devront être en mesure d'interpoler et d'extrapoler afin d'obtenir des informations à partir de graphiques et de tables de valeurs.	Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur des phénomènes physiques et des situations courantes en les modélisant graphiquement.	240 à 246
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il existe une relation directe ou inverse entre certaines paires de variables et que cette relation peut être écrite sous forme d'équation.	Les élèves devront être en mesure d'identifier les relations dans lesquelles les variables varient directement. Les élèves devront être en mesure d'identifier les relations dans lesquelles les variables varient inversement.	Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur la variation directe. Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur la variation partielle. Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur la variation inverse.	247 à 249

STATISTIQUES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 14 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que des populations sont représentées par certaines caractéristiques pouvant être déterminées par l'analyse des caractéristiques d'un échantillon représentatif de cette population.	Les élèves devront être en mesure de déterminer un échantillon qui représente adéquatement et avec exactitude une population. Les élèves devront être en mesure d'évaluer des échantillons pour déterminer le gauchissement, la pertinence du type d'échantillon, la quantité de données et le caractère aléatoire. Les élèves devront être en mesure de faire des inférences au sujet de la population dont un échantillon a été extrait et de les exprimer à l'aide du langage des probabilités.	Les élèves devront déterminer un échantillon valide, concevoir et mener un sondage simple, ainsi que faire une inférence valide par rapport à la population et d'après les résultats obtenus. Les élèves devront appuyer ou réfuter une généralisation appliquée à une population, d'après un échantillon.	250 à 253
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les données recueillies auprès d'un échantillon doivent être organisées, présentées et analysées, de façon à pouvoir en arriver à des inférences valides.	Les élèves devront être en mesure d'identifier une situation, de formuler une hypothèse et de planifier la cueillette des données. Les élèves devront être en mesure d'organiser les données à l'aide de diagrammes en tiges et feuilles et de diagrammes à boîte et à moustache. Les élèves devront être en mesure de choisir et de calculer les mesures de tendance centrale appropriées aux séries de données. Les élèves devront être en mesure de représenter des données à l'aide de graphiques appropriés. Les élèves devront être en mesure d'analyser sommairement et visuellement des séries de données présentées à l'aide de diagrammes en tiges et feuilles, de diagrammes à boîte et à moustache et de graphiques. Les élèves devront être en mesure d'évaluer intuitivement dans quelle mesure on peut se fier aux résultats obtenus par l'analyse des données.	Les élèves devront tirer des conclusions basées sur les analyses visuelles de séries de données, et les soutenir.	254 à 262

GÉOMÉTRIE
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 18 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il peut y avoir des relations entre certains angles et qu'il est possible de déterminer ces relations en identifiant les caractéristiques particulières des segments qui les forment.	Les élèves devront être en mesure d'employer les termes suivants : parallèle, perpendiculaire, sécante, angles correspondants, angles alternes et angles intérieurs. Les élèves devront être en mesure de calculer les mesures des angles à l'aide des relations entre des angles opposés par le sommet. Les élèves devront être en mesure de se servir des relations entre des angles formés par des droites parallèles et une sécante.	Les élèves devront vérifier que des angles opposés par le sommet sont égaux. Les élèves devront vérifier les relations entre les angles formés par l'intersection de droites parallèles et d'une sécante.	263 à 265
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'on peut identifier les triangles de façon unique à l'aide des combinaisons appropriées de côtés et d'angles.	Les élèves devront être en mesure de construire un triangle, étant donné deux côtés et l'angle compris (CAC), ou trois côtés (CCC), ou encore deux angles et un côté (ACA).	Les élèves devront vérifier que n'importe laquelle de ces trois conditions (CAC, CCC et ACA), détermine un triangle de façon unique.	266 et 267
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les triangles semblables possèdent la même forme mais qu'ils peuvent être de taille différente, que leurs angles sont égaux et que les rapports entre leurs côtés correspondants sont égaux, et que les triangles congruents sont des triangles semblables de même grandeur.	Les élèves devront être en mesure de calculer les longueurs des côtés inconnus à l'aide de la relation entre les longueurs des côtés des triangles semblables. Les élèves devront être en mesure d'identifier le postulat permettant de démontrer la congruence de deux triangles.	Les élèves devront vérifier que les rapports entre les côtés correspondants de triangles semblables sont égaux. Les élèves devront résoudre des problèmes à l'aide des relations qui existent entre les côtés des triangles semblables.	268 à 270

Attitudes

Dans le cadre de ce cours, les *élèves devront être encouragés à* :

- avoir confiance en leurs connaissances mathématiques et en leur capacité d'acquérir de nouvelles connaissances;
- faire preuve de persévérance, de détermination, de souplesse et d'ingéniosité dans la résolution de problèmes;
- développer une curiosité intellectuelle et une ouverture d'esprit face aux nouvelles idées et aux changements dans l'apprentissage des mathématiques;
- faire preuve de curiosité et de spontanéité et reconnaître la créativité et l'innovation dans la représentation mathématique de situations;
- connaître l'importance des capacités de communiquer en mathématiques;
- reconnaître l'utilité de l'aptitude au calcul, des processus mathématiques et des habiletés de résolution de problèmes utilisés dans le cadre des processus décisionnels et de modélisation dans notre société;
- être au courant de l'apport des mathématiques à notre culture et notre civilisation.

Résolution de problèmes

La résolution de problèmes doit faire partie intégrante de toutes les parties du programme de mathématiques du secondaire, car un des principaux buts de l'étude des mathématiques consiste à apprendre à résoudre des problèmes. L'élève qui réussit ce cours comprendra que les habiletés de raisonnement et de résolution de problèmes sont nécessaires pour expliquer le monde qui nous entoure, et que les mathématiques offrent certains outils servant à résoudre les problèmes.

Les élèves comprendront qu'un problème peut être résolu de différentes façons et que les problèmes peuvent être routiniers, c'est-à-dire ne nécessiter que l'application d'une procédure ou d'un algorithme connu, ou non routiniers, c'est-à-dire exiger le développement d'un processus ou la réalisation d'une recherche.

Les élèves devront utiliser différentes méthodes leur permettant de comprendre les problèmes mathématiques. De façon plus précise, ils devront :

- lire attentivement le problème;
- identifier et préciser les composantes-clés;
- énoncer de nouveau le problème en utilisant des termes courants;
- évaluer les renseignements fournis afin de déterminer s'ils sont suffisants ou s'ils contiennent des éléments superflus;
- interpréter des illustrations, des diagrammes et des graphiques;
- découvrir les hypothèses cachées, le cas échéant;
- poser des questions pertinentes;
- identifier les renseignements fournis, requis et désirés;
- représenter le problème à l'aide d'un diagramme ou d'un modèle;
- employer la notation adéquate;
- déterminer les inférences valables.

Les élèves devront développer différentes stratégies servant à résoudre des problèmes mathématiques. De façon plus précise, ils devront :

- mener une enquête;
- se servir des techniques d'estimation et d'approximation;
- développer des équations ou employer des formules;
- utiliser des organigrammes;
- dresser des listes et réaliser des diagrammes;
- rechercher des modèles;
- procéder à rebours;
- subdiviser le problème;
- rechercher un problème plus simple ou associé;
- réaliser des diagrammes ou des modèles;
- se servir du matériel de manipulation;
- choisir et ordonner une suite d'opérations mathématiques;
- tracer le graphique illustrant un problème;
- mettre au point une méthode pour la cueillette et l'organisation des données.

Les élèves devront développer différentes techniques permettant de mettre à exécution le plan de résolution d'un problème. De façon plus précise, ils devront :

- appliquer des stratégies choisies;
- présenter les idées de façon claire;
- noter par écrit le processus de résolution;
- faire preuve des comportements de groupe appropriés;
- se servir de calculatrices ou d'ordinateurs;
- évaluer l'efficacité des stratégies de résolution de problèmes;
- rechercher des informations supplémentaires;
- poser des questions;
- demeurer réceptifs à l'inspiration, aux intuitions et aux « idées géniales ».

Les élèves devront employer différentes techniques leur permettant d'examiner la solution d'un problème. De façon plus précise, ils devront :

- déterminer si une réponse est valable;
- expliquer la solution oralement ou par écrit;
- considérer la possibilité de l'existence d'autres solutions;
- rechercher d'autres stratégies et processus de résolution;
- concevoir et résoudre des problèmes similaires;
- remarquer les caractéristiques qu'il sera possible d'identifier dans des problèmes similaires;
- effectuer une généralisation.

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent les quatre opérations arithmétiques exécutées sur les nombres rationnels conjointement avec les techniques d'arrondissement et d'estimation.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 effectuer, mentalement, à l'aide d'une calculatrice et par écrit, des calculs portant sur des nombres rationnels, y compris des opérations multiples faisant appel aux règles de l'ordre des opérations;

- 1.1.1 utiliser une calculatrice pour effectuer des calculs portant sur des nombres rationnels;
- 1.1.2 résoudre des problèmes comportant des calculs sur des nombres rationnels.

REMARQUES

Les élèves ont déjà une certaine expérience des nombres rationnels. Au secondaire premier cycle, ils ont additionné, soustrait, multiplié et divisé des nombres rationnels positifs et négatifs; ils ont également appliqué les règles de l'ordre des opérations pour évaluer des expressions comportant des nombres rationnels et converti des nombres rationnels de la forme a/b à la forme décimale (pour $b < 10$ ou b étant une puissance de 10). Les élèves doivent donc connaître les nombres entiers relatifs et rationnels; ils doivent également comprendre assez bien les méthodes employées pour calculer ces nombres. L'accent doit être mis sur l'utilisation de techniques de calcul appropriées, c'est-à-dire le calcul mental, par écrit ou à l'aide d'une calculatrice. Il est important de faire la distinction entre calcul exact et calcul approximatif lorsque chacun est approprié. L'addition de 2/3 + 5/8 par écrit, par exemple, constitue un calcul exact, tandis que la même addition effectuée à l'aide d'une calculatrice ordinaire donnera un résultat approximatif. Incitez les élèves à se servir de leur calculatrice et apprenez-leur comment entrer et utiliser correctement les expressions arithmétiques.

Insistez sur l'importance de l'ordre des opérations effectuées avec la calculatrice, comme :
évaluer $0,2 \times 0,5 + 6,4 \div 0,2$.

Note : Les ensembles et la notation des ensembles ne font pas partie du programme de mathématiques du secondaire premier cycle. Assurez-vous que les élèves connaissent la terminologie associée à la théorie des ensembles.

Estimation et calcul mental :

Pour plus de détails concernant ces sujets, reportez-vous au « 1986 NCTM Yearbook » Estimation and Mental Computation.

Plusieurs des articles de cet ouvrage conviennent aux élèves de mathématiques de la 10e année. Ceux qui sont cités ci-dessous sont particulièrement appropriés en tant que ressources pédagogiques.

Les articles « Reasons for Estimating » et « Mental Calculation : Anachronism or Basic Skill ? » apportent d'excellents arguments à l'appui d'un encouragement au développement de techniques d'estimation et de calcul mental.

Les deux références qui suivent discutent de la nécessité i) de sensibiliser l'élève à la nature et à l'importance de l'estimation, ii) de développer un sens des nombres, iii) de développer des concepts associés au nombre et iv) de mettre au point des stratégies d'estimation. Des suggestions pédagogiques sont également fournies.

« Teaching Computational Estimation : Establishing an Estimation Mind-set » et
« Teaching Computational Estimation : Concepts and Strategies ».

L'article « Evaluating Computational Estimation » discute d'une méthode d'évaluation de la capacité des élèves à estimer. Des lignes directrices pour l'évaluation y sont présentées.

Le livre Activities for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action » du National Council of Teachers of Mathematics contient une variété d'activités associées à l'estimation. Certaines d'entre elles, énumérées à la page 225, comprennent l'estimation de pourcentages.

L'article « Calculators and Estimation » comprend des activités visant à développer des techniques d'estimation des facteurs et des diviseurs.

Pour obtenir des activités destinées à améliorer les capacités en matière d'estimation relative aux fractions, reportez-vous également à « Estimating with "Nice" Fractions », dans Mathematics Teacher, novembre 1986.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Problèmes :

1. Trouver, à l'aide d'une calculatrice, la somme approximative (à 1 décimale près) de 1 3/7 + 2 11/15.

2. Est-ce que 6 3/4 - 3 5/6 + 2 5/9 est supérieur à 5 ?

3. Écrire les nombres suivants dans un ordre croissant, du plus petit au plus grand : 5/8, 0,6, 2/3, 0,67.

4. Demandez aux élèves de mettre au point une procédure permettant de calculer des fractions à l'aide d'une calculatrice.

   Exemple : pour additionner 5/27 + 25/36, procéder de la façon suivante :

   a) Multiplier les dénominateurs l'un par l'autre et utiliser le résultat comme dénominateur de la réponse. (Quelle en est la raison ?)

   b) Multiplier les numérateurs de chacune des fractions par le dénominateur de l'autre et additionner les deux produits. Quel sera le résultat ?
   $5 \times 36 + 25 \times 27$

   c) Les deux dénominateurs originaux se divisent par 9. En tenant compte de ce fait, comment peut-on réduire la somme à sa plus simple expression ?

Problème : David a obtenu 22,5 comme réponse. Cependant, à la dernière étape de son calcul, il a multiplié par 0,3 au lieu de diviser par ce nombre. Quelle est la bonne réponse ?

Réponse : 250.

Ce problème permet aux élèves de mettre en pratique la méthode de résolution de problèmes dite « à rebours ».

Problème : Si $200 \leq a \leq 400$ et $600 \leq b \leq 1\ 200$, alors la plus grande valeur pour le quotient de b/a est :

A) 3/2 B) 3 C) 6 D) 300 E) 600

Réponse : 6

Problème : Reportez-vous à Problem Solving Challenge for Mathematics, pages 10 et 11, « Problem Two ».

Activités et problèmes portant sur l'estimation et le calcul mental :

1) L'importance du contexte, lors de l'estimation, a été établie. Présentez des cas d'estimation semblables aux suivants.
   a) Calcul (estimation seulement) : 1 1/2 × 1,67
   b) Application (estimation seulement) : J'ai besoin de 1 1/2 mètre de tissu coûtant 1,67 $ le mètre. Quel sera le coût approximatif de mon achat ?

2) Incitez les élèves à calculer mentalement et à estimer en leur donnant des problèmes comme celui-ci :
   Estimer le coût de 603 revues dont le prix est de 1,98 $ chacune.

3) « Quel sera le nombre approximatif de vos battements cardiaques ce mois-ci ? »
   Réponse : 3 200 000 battements.
   Si les élèves ne savent pas ce qu'est un rythme cardiaque normal, demandez-leur de faire des recherches.

Note : Ce genre d'estimation est parfois considéré comme un problème de type « Fermi ».

4) Décrire la méthode employée pour résoudre le problème suivant mentalement :
   (1 986 + 1 986) × 50

   Une solution : (1 986 + 1 986) × 50 = 1 986 × 100 = 198 600. « Le nombre 1 986 figure deux fois; deux fois 50 est égal à 100; il faut alors ajouter deux zéros à 1 986. La réponse est 198 600 ».
   Insistez sur la « démonstration de la méthode » en demandant aux élèves d'expliquer, oralement ou par écrit, de quelle façon ils ont procédé.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Afin d'obtenir un programme informatique conçu pour additionner des fractions et qui peut être adapté à l'exécution d'autres opérations, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 40.

Pour une gamme d'activités faisant usage de la calculatrice dans le but d'explorer des modèles de produits de nombres particuliers, reportez-vous à « More Calculators Capers », dans Mathematics Teacher, septembre 1983. Un des modèles étudiés, par exemple, est celui créé par les facteurs :

$aa \times ab$
$aaa \times aab$
$aaaa \times aaab...$

a et b étant des chiffres différents de zéro et b = a - 1. Un autre modèle présenté, et qui sert à prédire des produits lorsque c'est possible, est le suivant :

$ab \times cd$
$aab \times ccd...$

a et c étant des chiffres différents de zéro et des multiples de 3, et b et d des chiffres quelconques différents de zéro.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : Compléter le modèle.

$1^3 = 1^2 - 0^2$
$2^3 = 3^2 - 1^2$
$3^3 = 6^2 - 3^2$
$4^3 =$ _____
$5^3 =$ _____

Réponse : $4^3 = 10^2 - 6^2$
$5^3 = 15^2 - 10^2$

Discutez de diverses approches visant à déterminer un modèle général.

Problème : Votre père donne la moitié de l'argent qu'il a en poche à votre mère, puis il donne le quart de ce qui reste à votre frère et le tiers du montant restant à votre soeur. Il partage ensuite le restant moitié-moitié avec vous. Si vous recevez 2 $, combien d'argent votre père avait-il en poche au départ ?

Réponse : 16 $.

Encouragez les élèves à résoudre des problèmes en employant la méthode dite à rebours.

Problème : Pour quels nombres entiers relatifs positifs a, b et c l'équation suivante sera-t-elle vraie ?
$1/a + 1/b + 1/c = 1$

Réponse : 2, 3, 6.

Activité : Envisagez l'activité suivante, exécutée en classe, comme un moyen pour développer les habiletés des élèves en ce qui concerne les nombres écrits.

Constituez un paquet de fiches, à raison d'au moins une fiche par élève de la classe. Inscrivez un nombre au recto de chaque fiche. Au verso de la fiche, écrivez des instructions concernant des calculs à effectuer sur le nombre inscrit au recto et dont le résultat est un nombre inscrit sur une autre fiche du paquet.

On peut par exemple avoir les trois fiches consécutives suivantes :

7 - qui a deux fois ce nombre moins trois ?
11 - qui a ce nombre au carré moins 100 ?
21 - qui a la racine carrée de la somme de ce nombre et 15 ?

Distribuez toutes les fiches. Désignez l'élève qui lira son nombre et les instructions figurant au verso. Un deuxième élève, celui qui a la bonne réponse aux instructions du premier, devra enchaîner. La dernière fiche doit contenir une instruction qui ramène au premier numéro lu, complétant ainsi la chaîne.

En plus d'encourager le développement des aptitudes de transposition de mots en expressions mathématiques, cette activité encourage également le calcul mental et le calcul à l'aide de la calculatrice.

Comme approfondissement à cette activité, vous pouvez demander aux élèves de créer une autre série de fiches. (Inclure des nombres rationnels sous la forme a/b ou sous forme décimale).

Adapté, avec permission, de « I Have a Number... », dans Mathematics Teacher, octobre 1988, copyright National Council of Teachers of Mathematics.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 12 à 29 et 46 à 58
BMS3 : pages 13 à 18 et 66 à 69
MS2 : pages 37 à 47
BMS2 : pages 59 à 79

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent les quatre opérations arithmétiques exécutées sur les nombres rationnels conjointement avec les techniques d'arrondissement et d'estimation.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.2 effectuer des calculs portant sur des pourcentages;
- 1.2.1 se servir d'une calculatrice pour effectuer des calculs portant sur des pourcentages;
- 1.2.2 résoudre des problèmes comportant des calculs portant sur des pourcentages.

REMARQUES

Les élèves ont une certaine expérience des pourcentages. Il est important de leur montrer à nouveau les équivalents décimaux des pourcentages afin qu'ils se sentent à l'aise avec la calculatrice. L'utilisation d'équivalents décimaux dans les calculs permet de renforcer l'importance de l'ordre des opérations et le fait qu'un pourcentage représente en fait une partie d'un tout.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité :

a) Demandez aux élèves de consulter des dépliants publicitaires et de déterminer si le prix de vente qui est proposé est vraiment avantageux. Il est conseillé de procéder de la façon suivante :
   1) identifier un certain nombre d'articles en solde dans le dépliant;
   2) calculer le prix de solde des produits en ce qui concerne
      a) le taux d'escompte;
      b) le montant déduit;
   3) décider si l'article en solde constitue ou non une aubaine;
   4) expliquer pourquoi l'article représente ou non une aubaine.

b) Demandez aux élèves de concevoir des problèmes portant sur des soldes exprimés en pourcentage. Si vous disposez d'ordinateurs et de logiciels de traitement de texte et de logiciels graphiques, demandez aux élèves de former de petits groupes, puis de composer leurs propres dépliants publicitaires. On pourra y glisser quelques erreurs intentionnelles, les faire vérifier ensuite par les autres groupes. Pour obtenir d'autres suggestions, reportez-vous à « Using Percent Problems to Promote Critical Thinking », dans Mathematics Teacher, janvier 1988.

Activité : Demandez aux élèves de tenir un compte rendu de leurs dépenses pendant une période d'une semaine. À l'aide d'une discussion en classe, élaborer la liste générale des dépenses normales. Au début de la semaine, demandez aux élèves d'estimer le pourcentage de leur argent qu'ils dépenseront dans chacune des catégories. À la fin de la semaine, les élèves devront calculer le pourcentage réel de l'argent qu'ils auront dépensé dans chaque catégorie. On pourra ensuite discuter de la façon de réaliser un budget.

Problème : Résoudre le problème suivant à l'aide d'une calculatrice.

On offre un rabais de 37,5 % sur une chaîne stéréo de 750 $. Il faut toutefois ajouter la TPS de 7 %. Quel sera le montant total à débourser pour acheter cette chaîne stéréo ?

Réponse : 501,56 $

Problème : Il y a un premier rabais de 25 % sur un article en solde, un deuxième rabais de 10 % à cause du volume des achats, et un troisième de 3 % si le total est réglé comptant. Le client a payé 195,89 $. Quel était le prix original ?

Réponse : 299,18 $.

Problème : Thomas achète une veste de 30 $ avec un rabais de 20 % et une chemise de 20 $ avec un rabais de 30 %. Quel est l'escompte total en pourcentage sur l'achat au complet ?

Réponse : 24 %.

Problèmes : Reportez-vous à Problem Solving Challenge for Mathematics, page 22, n° 7.15, page 30, n° 8.15, page 40, n° 8 et page 50, n° 15.

Problème : En présumant un salaire de 40 000 $ l'an dernier, est-il préférable de recevoir une augmentation de 15 % cette année, sans aucune augmentation l'an prochain, ou 7,5 % pour chacune des deux années ?

Réponse : La première option est la plus avantageuse.

Première année : augmentation de 7,5 % :
40 000 $ (1,075) = 43 000 $
Seconde année : augmentation de 7,5 % :
43 000 $ (1,075) = 46 225 $

Total : 89 225 $

Première année : augmentation de 15 % :

40 000 $ (1,15) =	46 000 $
Seconde année : augmentation de 0 % :	
46 000 $ (1,00) =	46 000 $
Total :	92 000 $

Une différence de 2 775 $.

Reproduit, avec permission, de « 7,5 + 7,5 ≠ 15 », dans Mathematics Teacher, copyright février 1981, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème : Dans une classe de mathématiques, on compte quatre-vingt-dix-neuf filles et un garçon. Combien de filles doivent quitter la classe pour que le pourcentage des filles soit de 98 % ?

Réponse : 50.

Pour un choix d'activités portant sur l'estimation de pourcentages et l'utilisation de la calculatrice, reportez-vous à « Percent and the Hand Calculator » et à « Developing Estimation Strategies », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the "Agenda for Action". Pour obtenir des stratégies pédagogiques, reportez-vous à « Estimation and Mental Arithmetic with Percent », dans Estimation and Mental Computation.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :

Algebra Drill and Practice I (Conduit), option « Percentages », permet de pratiquer les calculs de pourcentages (sauf ceux qui consistent à déterminer la base), ainsi que la résolution de problèmes portant sur l'augmentation (ou la diminution) de pourcentages. Percents (Media Materials) offre des exercices pratiques et de rattrapage.

SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D (édition révisée), option « Ratio and Percent ». Sélectionnez les leçons se rapportant au pourcentage. Convient à la pratique.

Vidéo :

MathWays : « The Percent » (Kinetic). L'accent est mis sur la compréhension du concept de pourcentage, de même que sur le calcul du pourcentage d'un nombre ou d'une quantité. Comprend aussi la conversion des fractions et des décimales en pourcentages.

MathWise : « Comparing 02 - Percent » (ACCESS) expose l'application des pourcentages dans des situations courantes.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : Un rabais de 25 % est offert sur une bicyclette dont le prix régulier est inférieur à 100 $. Le prix original est un nombre entier, de même que le prix réduit. Quel est le prix original maximum de cette bicyclette ?

Réponse : 96 $.

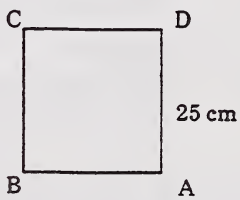
Ce problème aide les élèves à renforcer leurs connaissances sur le pourcentage. Ils doivent également faire appel à d'autres concepts associés aux nombres, le facteur et la relation d'inégalité par exemple.

Problème : La valeur d'une machine se déprécie de 10 % à chaque année d'utilisation. Si la machine coûtait 5 000 $ à l'origine, après un minimum de combien d'années d'usage vaudra-t-elle moins de 50 % de sa valeur originale ?

Réponse : 7 ans. $(0,9)^7 < 0,5$

On peut résoudre ce problème à l'aide d'un processus itératif. Suggérez aux élèves d'établir un tableau adéquat.

Problème : Quelles sont les dimensions du carré EFGH, découpé dans le carré ABCD, qui font en sorte que l'aire de ce dernier est réduite de 25 % ?

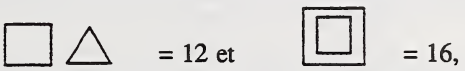


Réponse : 12,5 sur 12,5 cm.

La valeur de ce problème tient à ce qu'il touche à de nombreux concepts mathématiques : pourcentage, révision de l'aire, géométrie, carrés et racine carrée, utilisation de la calculatrice et résolution de problèmes.

Problème :

Si = 30 % = 50 %,

 = 12 et = 16,

alors = ?

Réponse : 10.

Étude du pourcentage à l'aide de matériel de manipulation

Pour résoudre un petit nombre de problèmes de pourcentage, on peut utiliser un outil de manipulation transparent comme modèle. Sur un transparent, divisez un carré de 5 cm sur 5 cm en 100 petits carrés congruents, à l'aide d'un marqueur à encre indélébile : il s'agit de la feuille des « pourcentages ». Sur des feuilles de calcul distinctes, construisez des carrés de 5 cm sur 5 cm. Subdivisez chacun de ces carrés en un nombre de parties qui est égal au « tout » de chacun des problèmes de pourcentage. Dans le cas du problème 12 = ___ % de 20, par exemple, le grand carré doit être subdivisé en 20 parties congruentes (rectangles); pour le problème 80 % de 25 = ____, créez 25 rectangles congruents.

Pour résoudre 12 = ___ % de 20, noircir 12 des 20 rectangles. Le transparent des pourcentages est ensuite superposé et il suffit de compter le nombre de carrés que représente un pour cent de partie ombrée; on voit ainsi que la solution est 60 %.

Pour résoudre 80 % de 25 = ____, noircir 80 des 100 carrés sur le transparent des pourcentages à l'aide d'un marqueur à encre effaçable. Le transparent est alors superposé au carré de 5 cm sur 5 cm qui a été subdivisé en 25 rectangles congruents. On compte ensuite le nombre de rectangles ombrés, ce qui donne une réponse de 20.

Ce modèle ne peut pas être utilisé pour résoudre des problèmes du type 30 % de ___ = 15. Un autre outil de manipulation peut servir de modèle pour résoudre les trois types de problèmes de pourcentage.

Adapté, avec permission, de « Manipulating Percentages », dans Mathematics Teacher, copyright janvier 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

Activité : Pour construire le second modèle, vous avez besoin d'une règle d'un mètre, ainsi que d'un élastique de couture de 2,5 cm de

largeur qui mesure au moins 1 m lorsqu'il est étiré au maximum. Étirez-le à sa longueur maximum, puis divisez-le en unités de 1 cm à l'aide d'un marqueur noir. Mettez en évidence les multiples de 10 pour cent. Enfin, coupez la partie d'élastique en trop.

La marque 100 % sur l'élastique représente le « tout » dans les problèmes du type « % du tout = partie ». La valeur « pourcentage » sur l'élastique sera alignée avec la « partie ». L'élastique, avec ses 100 unités, sert à étalonner un « tout » particulier (représenté sur la règle) en un nombre identique de parties égales (100). Ce modèle convient donc aux concepts inhérents aux problèmes de pourcentage.

a) Problèmes du type 60 % de 50 = ____ .
Alignez 0 cm sur la règle et 0 % sur l'élastique. Étirez l'élastique jusqu'à ce que 100 % soit aligné avec la valeur 50 sur la règle. La marque 30 sur la règle doit correspondre à 60 % sur l'élastique.

b) Problèmes du type ____ % de 80 = 20.
Alignez 0 cm et 0 %, puis 80 et 100 %. Lisez sur l'élastique la valeur du pourcentage (25 %) correspondant à 20 sur la règle.

c) Problèmes du type 30 % de ___ = 24.
Alignez 0 cm et 0 %, puis étirez l'élastique jusqu'à ce que 30 % corresponde à 24 sur la règle. Lisez alors sur la règle la valeur du « tout » qui correspond à 100 %, autrement dit 80.

Remarquez que ce modèle de l'élastique et de la règle d'un mètre se rapproche beaucoup de la méthode plus symbolique (et abstraite) des proportions, utilisée pour résoudre des problèmes de pourcentage. Une fois que les élèves maîtrisent cette approche concrète, demandez-leur de décrire les proportions qui sont représentées.

Il ne fait aucun doute que les deux modèles ont leurs limites. Il est donc préférable d'utiliser chaque modèle en fonction de l'usage pour lequel il a été conçu. De plus, les réponses seront souvent inexactes. Ceci devrait être précisé : incitez les élèves à faire des estimations.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS2 : pages 49 à 67
BMS2 : pages 92 à 102

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent les quatre opérations arithmétiques exécutées sur les nombres rationnels conjointement avec les techniques d'arrondissement et d'estimation.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.3 calculer les carrés et les racines carrées de nombres;

1.3.1 se servir d'une calculatrice pour trouver les carrés et les racines carrées de nombres.

REMARQUES

Les élèves doivent connaître les carrés parfaits jusqu'à 100, de même que leurs racines carrées. Vous devez consacrer un peu de temps à leur faire calculer mentalement les racines de nombres inférieurs à 100 et qui ne sont pas des carrés parfaits. Les élèves doivent utiliser une calculatrice pour trouver la racine carrée de tout nombre supérieur à 100.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de tracer, sur du papier quadrillé, des carrés de 1 sur 1, 2 sur 2, ... , 10 sur 10, puis de calculer l'aire de chacun de ceux-ci. Quelle est l'aire d'un carré dont les dimensions sont de 7,5 sur 7,5 ? Comment tracer un carré dont l'aire est de 75 ? Quelle serait la longueur de chacun de ses côtés ?

Problème : Que peut-être le dernier chiffre d'un carré parfait ? Les deux derniers chiffres ? Le nombre 836 254 121 peut-il être un carré parfait ?

Activité : En premier lieu, estimer mentalement $\sqrt{363}$. Noter cette estimation par écrit.
En second lieu, à l'aide d'une calculatrice et SANS avoir recours à la touche $\sqrt{\ }$, déterminer $\sqrt{363}$ au nombre entier naturel près. Décrire par écrit la méthode employée.

L'estimation des racines carrées n'est pas uniquement une habileté pratique, elle sert également à saisir à tout jamais la signification intrinsèque de « racine carrée ».

Adapté, avec permission, de « A Do-It-Yourself Estimation Workshop », dans Estimation and Mental Computation, copyright 1986 National Council of Teachers of Mathematics.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Les élèves doivent se servir de leur calculatrice pour élever au carré et extraire la racine carrée d'un nombre. Insistez sur la notion de vraisemblance des réponses et sur l'estimation d'un résultat avant d'en faire le calcul.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Estimer $\sqrt{69}$ à une décimale près, puis justifier la réponse obtenue.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 61 à 68, 190 et 191
BMS3 : pages 44 à 54
INF3 : pages 103 à 106

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent les lois et les propriétés associées aux calculs portant sur des expressions comprenant des exposants.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 effectuer des calculs comportant des puissances dont la base et l'exposant sont des entiers relatifs;

2.1.1 vérifier les propriétés des exposants zéro et négatifs à l'aide d'exemples numériques;

2.1.2 évaluer, à l'aide d'une calculatrice, des puissances dont la base et l'exposant sont des entiers relatifs.

REMARQUES

Insistez sur l'utilisation de la calculatrice. Avec les élèves, développez le concept de la relation entre une puissance dont l'exposant est négatif et sa réciproque, dont l'exposant est positif. Apprenez-leur comment utiliser la touche 1/x, de même que la touche y^x, avec des exposants positifs et négatifs.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Soumettez aux élèves un exercice semblable à celui qui suit.

Par développement,

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 32$ et

$2^5 \div 2^5 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{32}{32} = 1$ ①

Par contre, selon la règle de division des puissances,

$2^5 \div 2^5 = 2^{7-7} = 2^7$ ②. Par conséquent, d'après ① et ②, nous pouvons conclure que $2^0 = 1$.

Tester d'autres nombres élevés à une puissance 0 à l'aide de la calculatrice. Compléter la phrase qui suit.

Une puissance dont l'exposant est zéro _____

_____.

Par développement, $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$ et

$2^5 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$

et $\frac{2^3}{2^5} = \frac{2 \times 2 \times 2}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} = \frac{1}{2 \times 2} = \frac{1}{2^2}$ ①

Par contre, selon la règle de division des puissances,

$2^3 \div 2^5 = 2^{3-5} = 2^{-2}$ ②

Par conséquent, d'après ① et ②, $\frac{1}{2^2} = 2^{-2}$

Compléter la phrase qui suit. Une puissance dont l'exposant est négatif _____
_____.

Activité : Une autre façon d'amener les élèves à formuler une généralisation des lois des exposants zéro et négatifs consiste à leur demander de construire la table suivante :

$2^5 = 32$
$2^4 = 16$
$2^3 = 8$
$2^2 = 4$
$2^1 = 2$

Selon ce modèle, à quoi 2^0 est-il égal ? À quoi 2^{-1} est-il égal ?

Construire une table comme celle-ci en utilisant cette fois 3 et 5 comme base. Est-il possible de formuler un généralisation pour les puissances dont l'exposant est 0 ? pour les puissances dont l'exposant est négatif ?

Problème : Comment peut-on utiliser la touche 1/x de la calculatrice pour déterminer le nombre décimal équivalant à 1/8, à 3/8 et à 1/12 ? De quelle façon peut-on employer la touche 1/x pour déterminer le nombre fractionnaire équivalant à 0,125 et à 0,25 ? Peut-on se servir de la touche 1/x pour déterminer le nombre fractionnaire équivalant à 1,25 ? à 0,2 ?
Demandez aux élèves d'explorer ce problème et de donner leurs propres réponses.

Problème : Quelle est la demie de 2^{40} ?

Réponse : Bien que les élèves puissent déterminer la réponse de plusieurs façons, assurez-vous qu'ils comprennent que 2^{39} constitue une façon d'exprimer la solution.

Problème : Quel nombre est le plus grand, 2^{30} ou 3^{20} ?

Réponse : $2^{30} < 3^{20}$.

À l'aide d'une calculatrice, les élèves peuvent facilement trouver la réponse. Suggérez-leur d'appliquer en premier lieu la loi des puissances, puis de vérifier le résultat en utilisant leur calculatrice.

Problème : Reportez-vous à Problem solving Challenge for Mathematics, page 41, n° 20.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Reportez-vous à MMW2, page 65, « Side Trip ».

Activité : Comparer la solution du problème ci-dessus « quelle est la demie de 2^{40} ? » à celle du problème sur le pourcentage « Quatre-vingt-dix-neuf filles et un garçon » (page 140). Noter de quelle façon une diminution d'un facteur de 2 n'a produit que peu de changement (40 à 39) dans le premier cas et a produit un grand changement (50 filles, ou plus de la moitié) dans le second cas. Quelle en est la raison ?

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

BMS3 : pages 22 à 32

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les polynômes peuvent servir à décrire certaines situations mathématiques dans lesquelles les valeurs varient.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 identifier les termes suivants au cours de l'étude des polynômes : terme, variable, facteur, monôme, binôme, trinôme, polynôme, coefficient numérique, degré, exposant, base et puissance;

1.2 évaluer un polynôme en fonction des valeurs précisées pour les variables;

1.3 décrire des situations mathématiques à l'aide de polynômes.

REMARQUES

Les élèves ont peut-être déjà rencontré ces termes associés aux polynômes. Ceci est un approfondissement du programme de la 9e année. Les élèves ont une certaine expérience de la résolution d'équations à une inconnue et de l'évaluation des polynômes en ce qui concerne la « vérification » de la solution après la résolution de l'équation.

Il est important d'insister sur la définition d'un polynôme, soit : une fonction qui décrit une situation en fonction d'une ou de plusieurs variables. Un polynôme est une règle générale pouvant être évaluée en fonction des valeurs des variables à mesure que les conditions et les paramètres changent. La formule du périmètre d'un rectangle, $2L + 2l$, est un exemple de polynôme. La formule $2L + 2l$ décrit le périmètre de n'importe quel rectangle; par une substitution des valeurs de L et l, nous pouvons décrire le périmètre d'un rectangle particulier et illustrer ainsi un cas spécifique.

Il serait judicieux de mentionner aux élèves qu'en fonction de certaines valeurs de la variable, le polynôme sera égal à zéro. Ces valeurs particulières sont appelées zéros. Exemple restrictif : évaluer $2a^2 + 3b$ pour $a = 5$ et $b = -2$.

La présentation de la terminologie associée aux polynômes devrait se faire dans le contexte approprié. Pour des définitions précises, reportez-vous à Mathematics Dictionary 4th Edition, James & James.

Les élèves éprouvent de la difficulté à comprendre le concept de « variable »; il est important de consacrer un peu de temps à clarifier cette notion.

Une discussion de la variable :

La signification du terme variable, varie; l'utilisation de ce terme dans différents contextes peut faire en sorte que les élèves éprouvent de la difficulté à le comprendre. En tant qu'enseignant, vous devez tenir compte de l'usage multiple de ce terme.

Effectuez l'activité suivante, puis demandez aux élèves de faire de même. Discutez ensuite des différentes définitions en classe.

Complétez la phrase suivante :

Une variable est _____.

Employez *le* terme qui, selon vous, rend le mieux la signification du terme *variable*. (Si vous avez un certain nombre de termes possibles, classez-les alors par ordre de préférence).

De simples synonymes ne sont pas acceptables; essayez de vous rendre au cœur même du concept. Certains termes de la liste sont peut-être préférables à d'autres, mais aucun d'entre eux n'est le *mot exact* pour « variable ».

Voici trois suggestions ayant trait à l'enseignement du concept de variable.

1. Les variables sont des outils servant à exprimer des généralisations mathématiques. Donc, il serait bon que les élèves aient l'habitude de verbaliser de telles généralisations avant d'avoir à les exprimer en langage mathématique. Vous devez les habituer, à l'aide de courts exercices, à faire la synthèse de certaines de leurs observations mathématiques dans leurs propres termes. (« Qu'arrive-t-il si vous additionnez trois fois un nombre à deux fois ce nombre ? » ou encore « Pouvez-vous dire si la somme de deux nombres impairs sera nécessairement paire ou impaire ? »). Le fait de demander aux élèves de tenter de trouver des modèles, d'en faire ensuite la synthèse verbalement facilitera peut-être la transition de l'arithmétique à l'algèbre.

2. Les aspects dynamiques du concept de la variable devraient être soulignés toutes les fois que cela est approprié et possible. À titre d'exemple, vous pouvez amener les élèves à se rendre compte que le coût de l'essence (variable) à une station service est une fonction (dynamique, linéaire) de la quantité d'essence provenant de la pompe. D'autres relations

dynamiques impliquent des phénomènes relatifs au temps, la température dans une pièce à un temps t par exemple, ou la distance de chute d'un objet en t secondes, ainsi de suite.

3. Une grande partie du programme d'algèbre porte sur la solution d'équations indépendantes du contexte dont elles ont été tirées. Plusieurs applications algébriques, les énoncés de problèmes standard, par exemple, sont si concis et dispersés dans des unités d'apprentissage distinctes que les élèves passent à côté du sujet, c'est-à-dire que le langage algébrique est un outil puissant qui permet de saisir le sens mathématique d'une vaste gamme de situations et non seulement des cas que les élèves ont appris à résoudre. Nous recommandons que les élèves soient confrontés à une grande variété de problèmes pour lesquels l'algèbre, de par son rôle d'outil de généralisation mathématique, peut s'avérer utile.

Reproduit, avec permission, de « On the Meaning of Variable », dans Mathematics Teacher, copyright septembre 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

Pour une autre discussion du concept de la variable, reportez-vous à « What are these Things called Variables ? », dans Mathematics Teacher, octobre 1983 et à « Children's Difficulties in Begininning Algebra », dans The Ideas of Algebra, K-12.

Pour une discussion (illustrée d'exemples) visant à favoriser l'apprentissage des concepts algébriques par l'utilisation de diagrammes, reportez-vous à « Developing Algebraic Representation Using Diagrams », dans The Ideas of Algebra, K-12.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Les élèves doivent tirer parti de leur propre expérience pour comprendre la « variable ». Ceci mènera à une discussion sur la façon d'utiliser les mathématiques pour décrire des réalités courantes. En se servant de $P = 2L + 2l$, par exemple, vous pouvez entamer une discussion sur le fait que L et l sont des variables car cette formule décrit toujours le périmètre d'un rectangle. Demandez aux élèves d'évaluer ce polynôme en fonction de certains rectangles, d'après les dimensions d'un rectangle.

Activité : Demandez aux élèves d'écrire et d'évaluer des expressions qui décrivent des situations concrètes, comme le nombre de livres d'une bibliothèque, etc., puis d'identifier les éléments qui « varient ».

Problème : L'école secondaire Maple Ridge présente une pièce de théâtre dont les billets pour adultes se vendent 4 $ et les billets pour étudiants, 2 $. Écrire une expression permettant de décrire les revenus générés.

Activité : Une plus ample discussion de la variable - Écrire une expression décrivant le nombre de pneus des véhicules qui sont en contact avec la chaussée, dans votre municipalité :

a) lorsque seuls les véhicules motorisés à 4 roues sont en circulation;
b) lorsque seuls les véhicules motorisés à 2 roues sont en circulation;
c) lorsqu'une combinaison de véhicules à 4 et 2 roues sont en circulation;
d) lorsque seuls les autobus de transport en commun sont en circulation.

Points pouvant être discutés : est-ce que « en circulation » comprend les véhicules arrêtés à une intersection ? Quelles sont les difficultés éprouvées lors de la détermination des variables ? La précision est-elle nécessaire ?

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Demandez aux élèves de se servir de leur calculatrice lors de l'évaluation de polynômes comportant des nombres élevés. Le calcul mental, de même que l'estimation doivent être encouragés. Demandez, par exemple, aux élèves d'estimer leur réponse avant d'en faire le calcul.

Reportez-vous à Problem Solving Challenge for Mathematics, page 46, n° 18.

Reportez-vous également à MMW2, page 21, « Evaluating Expressions ».

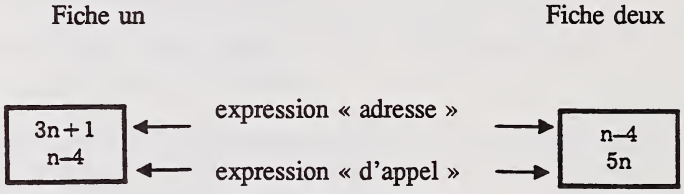
Évaluez des polynômes à l'aide d'un logiciel tableur. Ceci met l'accent sur le concept de la variable. Étant donné que les tableurs calculent rapidement la valeur d'une expression, les valeurs de la variable peuvent être aisément modifiées. Les élèves pourront avoir ainsi l'occasion de prédire ce qui advient de la valeur d'un polynôme, lorsque la variable croît, décroît, etc. Reportez-vous, par exemple, à « Integrating Spreadsheets into the Mathematics Classroom », dans Mathematics Teacher, novembre 1988. Appleworks et Microsoft Works constituent deux ressources de base d'Alberta Education comprenant un tableur.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Reportez-vous à Holtmath 10, pages 156, 157, 276 et 277.

Activité : Cette activité est conçue pour favoriser le développement de techniques algébriques de base, de même que l'aptitude à écouter.

Elle est semblable à l'activité « I have a number... » du concept 1 de « Ensembles de nombres ». Divisez la classe en deux groupes puis, à l'aide d'un ensemble de fiches, créez un jeu « d'expressions algébriques » pour chacun des groupes. Au recto de chaque fiche, écrivez l'expression « adresse » et l'expression « d'appel », comme dans l'exemple ci-dessous.



Chaque jeu de fiches forme un cercle fermé. Autrement dit, la fiche qui suit la fiche un ci-dessus aura « n - 4 » comme expression adresse. L'expression d'appel de cette seconde fiche étant 5n, la fiche suivante aura 5n comme expression adresse. L'expression d'appel de la dernière fiche du jeu est également l'expression adresse de la première fiche.

Un élève commence le jeu en annonçant, en français, ses expressions d'adresse et d'appel. Dans l'exemple ci-dessus, le premier élève dirait : « J'ai trois fois un nombre, plus un. Qui a le nombre, moins quatre ? » L'élève qui détient la seconde fiche ci-dessus poursuivrait le jeu de la même manière. Par conséquent, chaque élève aura à a) traduire la phrase qu'il entend en une expression algébrique, puis b) traduire une expression algébrique en langage parlé.

Voici quelques variantes à cet exercice :

1) vous pouvez utiliser un mélange d'expressions algébriques et de phrases en français pour les expressions adresse et d'appel;
2) sur certaines fiches, inscrivez plusieurs réponses parmi lesquelles l'élève peut choisir; ainsi, certains élèves peuvent être appelés plus d'une fois. Établissez des règlements pour éviter les « petits cercles fermés ».

3) incitez les élèves à créer plusieurs phrases équivalentes pour une même expression algébrique; l'expression d'appel de la fiche deux, par exemple, pourrait être : « Qui a 10 fois un nombre divisé par deux ? ».

4) créez des expressions plus complexes comme $(x - 2)(x + 1)$.

Adapté, avec permission, de « I have...Who has...? », dans Mathematics Teacher, copyright octobre 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 87 à 93
BMS3 : pages 19 à 21 et 171 à 181
INF3 : pages 53 à 68

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent les lois et les propriétés inhérentes aux calculs impliquant des expressions avec des exposants.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 appliquer la loi des exposants pour le produit des puissances dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier naturel, $a^m \times a^n = a^{m+n}$;
- 2.1.1 vérifier, à l'aide d'exemples, la loi des exposants pour la multiplication des puissances;

2.2 appliquer la loi des exposants pour la puissance d'une puissance, $(a^m)^n = a^{mn}$;
- 2.2.1 vérifier, à l'aide d'exemples, la loi des exposants pour la puissance d'une puissance;

2.3 appliquer la loi des exposants pour le quotient de puissances dont la base est une variable et l'exposant un nombre entier naturel, $a^m/a^n = a^{m-n}$;
- 2.3.1 vérifier, à l'aide d'exemples, la loi des exposants pour la division des puissances;

2.4 utiliser des exposants zéro et négatifs;
- 2.4.1 vérifier, à l'aide d'exemples, la loi des exposants zéro et négatifs.

REMARQUES

Au secondaire premier cycle et à l'unité « Ensembles de nombres » de Mathématiques 13, les élèves n'ont étudié les lois des exposants qu'en relation avec des bases numériques. Lors de la discussion des bases variables, vous pouvez peut-être faire une révision de leurs connaissances des bases numériques.

« Vérifier » signifie que l'élève doit justifier la validité d'une opération, d'une solution, d'une formule ou d'un théorème, à l'aide d'exemples pouvant ou non être généralisés.

L'accent doit être mis sur le processus, et non sur des calculs difficiles ou complexes. N'allez pas au-delà du niveau de difficulté des manuels scolaires.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Loi des puissances - Soulignez le fait que $(a^3)^4$ signifie que a^3 est utilisé comme facteur 4 fois. Demandez aux élèves d'expliquer, par écrit, la raison de l'efficacité de la règle de multiplication des exposants. Les exposants zéro et négatifs devraient servir à démontrer que les lois des exposants demeurent inchangées si des exposants de ce type sont utilisés. Les exposants zéro et négatifs jouent un rôle important dans l'évaluation des expressions.

Problème : Loi des puissances

Évaluez $((((2^{-2})^{2})^{-2})^{2})^{-2}$

Réponse : 2^{-32}

Problème : Loi de division
Ce problème soulignera l'importance de respecter l'ordre des opérations.
Simplifier ce qui suit :

$$\frac{\frac{\frac{\frac{x^{16}}{x^{8}}}{x^{4}}}{x^{2}}}{x}$$

Réponse : x.

Activité : Exposants zéro - Ceci s'avère particulièrement utile pour expliquer pourquoi $x^0 = 1$.

Demandez aux élèves de faire l'exercice suivant :
Par développement $x^6 = x \times x \times x \times x \times x \times x$

ainsi $x^6 \div x^6 = \frac{x \times x \times x \times x \times x \times x}{x \times x \times x \times x \times x \times x}$

$=$ _____ ①

Selon la loi de division,
$x^6 \div x^6 = x^{?-?} = x^{?}$ ②

Par conséquent, d'après ① et ②, nous pouvons conclure que
_____ = _____.
Tenter d'appliquer cette loi en utilisant différentes valeurs pour x, puis compléter la phrase qui suit : Y a-t-il des restrictions quelconques ? Une puissance à exposant zéro _____
_____.

Activité : Exposants négatifs
Par développement,

$$x^6 \div x^8 = \frac{x \times x \times x \times x \times x \times x}{x \times x \times x \times x \times x \times x \times x \times x}$$

$=$ _____ ③
Selon la loi de division,
$x^6 \div x^8 = x^{?-?} = x^{?}$ ④

Par conséquent, d'après ③ et ④, nous pouvons conclure que

_____ = _____

Tenter de résoudre ceci avec une calculatrice pour x = 2, 5 et 10 et -1, -2 et -3 comme exposants.

Compléter cette phrase : Une puissance à exposant négatif

_____

_____.

Reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 65.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Algebra Drill and Practice II (Conduit), option « Integral Exponents », permet de s'exercer à simplifier des expressions exponentielles faisant appel aux quatre lois, ainsi qu'aux exposants positifs, zéro et négatifs.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : Évaluez $x^0 - 0^x$ $(x \neq 0)$.

Réponse : 1.

Problème : Disposer ce qui suit en ordre numérique ascendant :

$a = 2^{55}$ $b = 3^{44}$ $c = 5^{33}$ $d = 6^{22}$

Réponse : $a < d < b < c$ $\{(2^5)^{11} < (6^2)^{11} < (3^4)^{11} < (5^3)^{11}\}$

Demandez aux élèves de se servir de leur calculatrice pour déterminer cet ordre. Proposez-leur ensuite de résoudre ce problème en appliquant les lois des exposants plutôt qu'en utilisant la calculatrice. Comment peut-on, par exemple, écrire 2^{55} et 3^{44} à l'aide de ces lois ? Quel est le point « commun » de ces exposants ? Faites en sorte d'en arriver à $a = (2^5)^{11}$, $b = (3^4)^{11}$, $c = (5^3)^{11}$ et $d = (6^2)^{11}$.

Le calcul à l'intérieur de la parenthèse peut se faire mentalement ou par écrit.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 102 et 109 à 113
BMS3 : pages 22 à 29

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs et les opérations sur des polynômes sont tributaires de l'application des lois des opérations associées aux nombres et aux puissances.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.1 additionner et soustraire des polynômes.

REMARQUES

L'addition et la soustraction de polynômes ne font plus partie intégrante du programme du secondaire premier cycle. Plusieurs élèves n'auront d'autre expérience des polynômes que la résolution d'équations. Si ceux-ci ont déjà additionné et soustrait des polynômes, vous pouvez alors consacrer un peu de temps à la représentation d'un polynôme et à démontrer comment l'addition et la soustraction sont une généralisation des propriétés de l'addition et de la soustraction enseignées au cours des années précédentes. Vous devez prendre le temps de faire le lien entre les connaissances acquises antérieurement et la matière actuelle, de sorte que les opérations sur les polynômes ne soient pas perçues comme entièrement différentes des opérations sur les nombres.

L'accent doit être mis sur la compréhension et non sur de longs ou difficiles calculs avec des polynômes complexes. Le degré de difficulté des questions ne devrait pas dépasser les questions comportant 2 trinômes d'un maximum de trois degrés et de 2 inconnues. Incitez les élèves à vérifier leurs calculs par la méthode de substitution.

Exemple restrictif :

$(3x^3 - 2x^2 + 5) + (4x^2 - 3x + 7)$
$2a^2b + 4a^2 - 3b - (a^2b - 3a^2 - 7b)$

Matériel de manipulation : L'étude préliminaire des polynômes constitue l'occasion idéale pour les enseignants d'adapter la matière en fonction du niveau cognitif des élèves. Les élèves de ce cours seront à un stage concret de l'apprentissage des polynômes et pourront bénéficier d'une formation approfondie des concepts à l'aide du matériel de manipulation. Toutefois, le but n'est pas d'acquérir une certaine aisance avec ce matériel, mais plutôt de l'utiliser pour arriver, à partir d'un concept concret et en passant par un stade de transition (illustré), à une compréhension formelle des concepts abstraits et des processus inhérents à l'étude des polynômes.

Le matériel de manipulation permet de concrétiser le concept abstrait de processus. Les manipulations ne remplacent toutefois pas le développement d'un algorithme mathématique, mais le développement de cet algorithme devrait se faire à la suite de la présentation du concept à l'aide du matériel de manipulation. Il est inutile de démontrer ce concept en classe à l'aide de ce matériel ou de permettre aux élèves d'utiliser celui-ci à la suite de la présentation d'un algorithme formel.

À ce stade, les élèves doivent pouvoir assimiler la représentation concrète de ce concept et ils doivent également avoir l'occasion de travailler avec leur propre matériel de manipulation, pour que ces méthodes soient efficaces.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Présentez aux élèves une situation semblable à celle décrite ci-dessous, à titre d'introduction à l'addition et à la soustraction de polynômes.

Pour le premier match de la saison des 88 de Calgary, on a vendu 4 200 billets pour des sièges dans la section bleue, tandis que pour la seconde partie, ce nombre a été de 3 500 billets.

1) Écrire une expression décrivant les revenus générés par la vente de billets de la section bleue pour les deux premières parties.

2) Écrire une expression pour le revenu total généré par la vente de billets de la section bleue pour les deux premières parties.

Supposons que l'on a vendu 1 600 billets pour des sièges de la section rouge lors de la première partie et 2 300 billets de cette même section lors de la deuxième partie.

3) Écrire une expression décrivant les revenus générés lors de la première partie par la vente de billets des sections bleue et rouge.

4) Écrire une expression décrivant les revenus générés lors de la deuxième partie par la vente de billets des sections bleue et rouge.

5) Écrire une expression représentant le revenu total généré lors des deux premières parties.

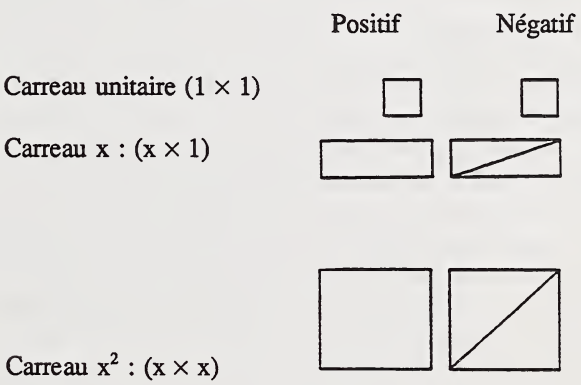
Supposons que les billets pour les sièges de la section bleue coûtent 12 $ et que ceux pour les sièges de la section rouge se vendent 10 $.

6) Quel est le revenu total généré pour ces deux premières parties ?

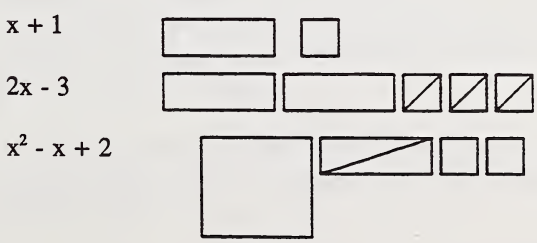
Réponses : Soit b le prix d'un billet de la section bleue et r le prix d'un billet de la section rouge.

1) 4 200b + 3 500b
2) 7 700b
3) 4 200b + 1 600r
4) 3 500b + 2 300r
5) 7 700b + 3 900r
6) 7 700 × 12 + 3 900 × 10 = 131 400 $

Activité : Demandez aux élèves de découper, dans du carton, des carreaux algébriques représentant x^2, x et 1. (Voir le modèle à l'annexe A.) Tracer une diagonale sur l'une des faces pour représenter le signe négatif. Ces carreaux seront comme suit :



On peut représenter des polynômes, à l'aide de ces carreaux, comme suit :



Demandez aux élèves de s'exercer à représenter divers polynômes à l'aide de ces carreaux.

Vous pouvez employer le matériel de manipulation de façon efficace pour enseigner l'addition et la soustraction de polynômes.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 94 à 101
BMS3 : pages 182 à 188

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs et les opérations sur des polynômes sont tributaires de l'application des lois des opérations associées aux nombres et aux puissances.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.2 multiplier des polynômes par des monômes;
3.3 multiplier des binômes par des binômes
3.4 reconnaître le développement du carré d'un binôme, de même que le produit de binômes conjugués, comme des cas particuliers.

REMARQUES

Ce concept ne fait plus partie du programme du secondaire premier cycle. De nombreux élèves n'auront d'autre expérience des polynômes que la résolution d'équations. Si ceux-ci ont déjà multiplié des polynômes, il serait alors judicieux de consacrer un peu de temps à la représentation d'un polynôme et à démontrer comment la multiplication est une généralisation des propriétés de la multiplication enseignées au cours des années précédentes. Vous devez faire le lien entre les connaissances acquises antérieurement et la matière actuelle, de sorte que les opérations sur les polynômes ne soient pas perçues comme entièrement différentes des opérations sur les nombres. Rappelez aux élèves la loi distributive. Mettez l'accent sur le processus et non sur des calculs longs ou complexes. N'allez pas au-delà du niveau de difficulté des exercices figurant dans les manuels scolaires. La reconnaissance du carré d'un binôme [$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$] et de la multiplication de binômes conjugués [$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$] devrait se faire au cours de la multiplication de binômes, et ceux-ci ne devraient être considérés comme des cas particuliers qu'à la suite du développement de la multiplication.

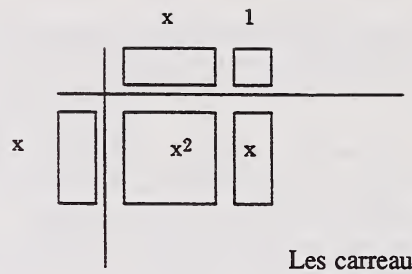
L'utilisation du matériel de manipulation peut s'avérer très utile lors de la multiplication de binômes. Ce matériel permet aux élèves d'exprimer concrètement la multiplication, comme dans le cas du calcul de l'aire d'une figure.

La multiplication doit se limiter à deux binômes. Le produit doit avoir un maximum de deux variables et ne pas dépasser le deuxième degré.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Lors de la multiplication à l'aide du matériel de manipulation, construire un tableau et comparer la multiplication à la détermination de l'aire d'un rectangle. Il ne faut pas oublier de multiplier tous les termes de gauche par les termes du dessus.

1) $(x)(x + 1)$

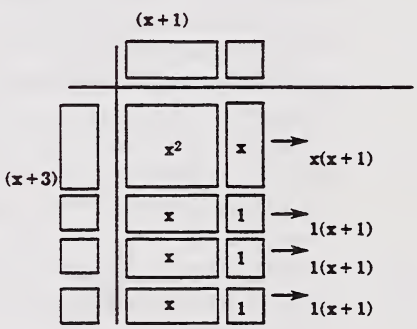


Les carreaux à l'intérieur de la boîte désignent le produit, dans le cas présent $x^2 + x$.

Demandez aux élèves d'expliquer, par écrit, la raison de l'efficacité de la règle des exposants.

Activité :

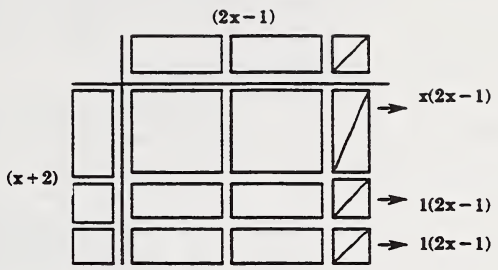
2) $(x + 3)(x + 1)$



Les carreaux à l'intérieur de la boîte démontrent que le produit est $x^2 + 4x + 3$. Remarquer que ce produit représente un rectangle. Il est important de tenir compte de ce fait lors de la mise en facteurs.

Activité :

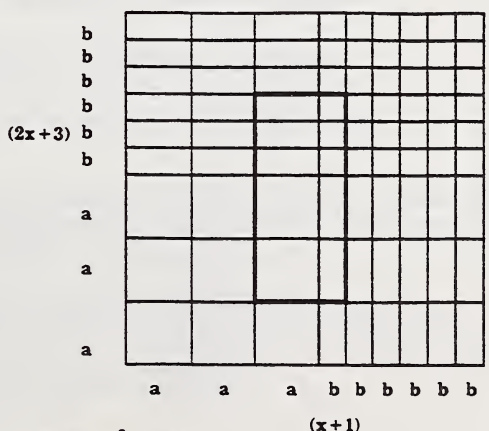
3) $(x + 2)(2x - 1)$



Les carreaux à l'intérieur de la boîte démontrent que le produit est $2x^2 + 4x - x - 2 = 2x^2 + 3x - 2$.

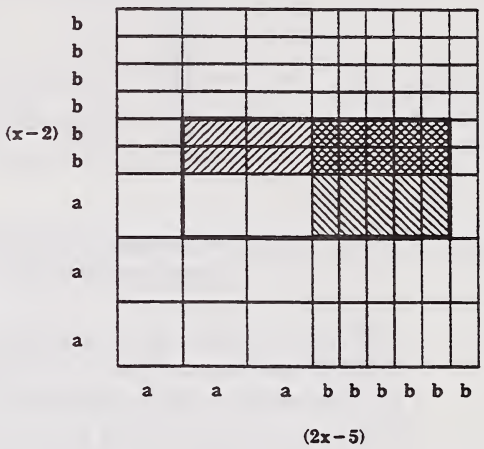
Activité : Une autre approche possible pour l'enseignement de la multiplication des binômes est l'utilisation de grilles de binômes. Le principe consiste à donner aux élèves une feuille sur laquelle se trouve un certain nombre de grilles, formées à partir de l'interprétation géométrique de deux binômes. (Voir le modèle à l'annexe A.) Les multiplications particulières peuvent se faire en délimitant, sur la grille, un rectangle dont les côtés sont de la longueur des binômes donnés. L'aire de ce rectangle sera la multiplication des deux binômes.

Activité:
La multiplication de $(2x + 3)(x + 1)$, par exemple, est effectuée comme suit :



Le produit est $2x^2 + 5x + 3$.

Pour réaliser une multiplication comportant des valeurs négatives, marquer d'une façon quelconque les zones qui représentent ces valeurs. Les zones ainsi marquées une fois seulement seront interprétées comme négatives lors de la dernière multiplication. Les zones doublement marquées seront interprétées comme positives. La multiplication de (x - 2)(2x - 5), par exemple, est effectuée comme suit :



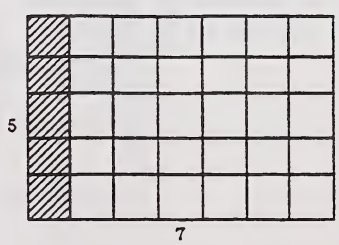
Le produit est $2x^2 - 9x + 10$.

Adapté, avec permission, de « The Binomial Grid », dans Mathematics Teacher, copyright mai 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

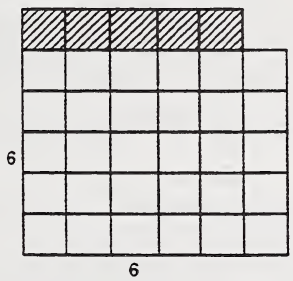
Activité : Cas particuliers

Demandez aux élèves d'effectuer plusieurs multiplications comportant la mise au carré de binômes et la multiplication de binômes conjugués. Discutez des résultats obtenus, puis généralisez.

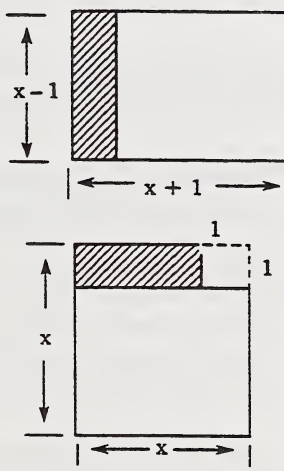
Vous trouverez ci-dessous une autre façon d'illustrer la présentation du cas particulier $(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$. Commencez en prenant, par exemple, 5×7, représenté sous forme de rectangle :



Le rectangle 5 sur 7 comprend 35 carrés. Si les cinq carrés situés à l'extrême gauche sont déplacés au-dessus de la figure, la plus grande figure est alors décrite comme « presque » un carré, puisqu'elle comprend un carré unitaire de moins que les 36 du carré 6 sur 6.



Cette représentation géométrique peut être généralisée au où on peut appliquer ce qui suit à tous les nombres réels $x > 1$:



$$(x - 1)(x + 1) = x^2 - 1$$

Adapté, avec permission, de « Visual Thinking and Number Relationships », dans Mathematics Teacher, copyright avril 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

Activité : Approfondissement de l'objectif 3.4
Demandez aux élèves d'explorer le modèle du produit de deux nombres dont la somme est 20.

Construire un tableau semblable à celui-ci :

9×11	$(10 - 1)(10 + 1)$	$10^2 - 1^2$	$100 - 1$	99
8×12	$(10 - 2)(10 + 2)$		$100 - 4$	
		$10^2 - 3^2$		91
	$(10 - 4)(10 + 4)$			
5×15				
1×19				

Comment peut-on appliquer ces produits au calcul mental de 18×22 et 33×27 par exemple ?

Adapté, avec permission, de « Benchmark : Number Patterns and the Development of Expert Mental Calculation », dans Estimation and Mental Calculation, copyright 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

Problèmes : Reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 64, n° 22.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Activité : On a pu observer que $39 \times 62 = 93 \times 26$. Autrement dit, lorsqu'on inverse l'ordre des chiffres, 39 et 62, le produit des nombres inversés est identique au produit des nombres initiaux. D'autres couples de nombres à deux chiffres peuvent-ils faire preuve de la même propriété ?

Laissez les élèves deviner et tester, puis suggérez-leur de généraliser leurs observations en exprimant chaque nombre à deux chiffres sous forme d'un binôme, faisant ainsi usage de la valeur de la place.

Réponse : Oui, d'autres nombres à deux chiffres peuvent avoir cette propriété. La clé de ce problème réside dans le fait que le produit des dizaines (3×6) est égal au produit des unités (9×2). Ceci peut aussi se faire algébriquement.

Adapté, avec permission, de « On the Meaning of Variable », dans Mathematics Teacher, copyright septembre 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème : Trouver deux nombres consécutifs qui, lorsqu'ils sont élevés au carré, ont une différence de 75.

Réponse : 37 et 38

Ce problème peut être résolu par la méthode expérimentale (essais et vérification) en utilisant divers nombres. Incitez les élèves à tenter de décrire algébriquement deux nombres consécutifs, ainsi que leurs carrés. Si n et n + 1 (ou n et n - 1) représentent la description choisie, de quelle façon peut-on appliquer nos connaissances de la multiplication des binômes pour résoudre ce problème ? Peut-on trouver une expression représentant la différence entre les carrés de ces deux nombres ? Cette expression s'applique-t-elle uniquement dans le cas où la différence est de 75 ?

Une approche légèrement différente consiste à demander aux élèves de construire un tableau illustrant les différences entre les carrés de deux nombres consécutifs, puis de leur demander de déterminer une expression générale pour décrire cette différence. Appliquez cette méthode au problème dans lequel la différence est de 75, puis de 1 379. La différence est-elle toujours un nombre impair ? Justifier la réponse.

Insistez sur la valeur de l'algèbre lors de la généralisation.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 102 à 109
BMS3 : pages 189 à 193

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les calculs et les opérations sur des polynômes sont tributaires de l'application des lois des opérations associées aux nombres et aux puissances.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.5 diviser des polynômes par des monômes.

REMARQUES

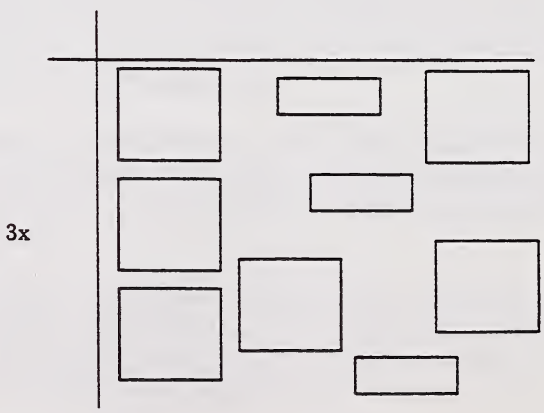
Vous pouvez apprendre aux élèves comment écrire les résultats obtenus sous la forme $P = D \times Q + R$, R étant le reste.

Cet apprentissage devrait se faire en commençant par la division d'un polynôme par un nombre entier (exemple : $(3x^2 + 6x + 9) \div 3$ et $(2x^2 + 4) \div 2$). Cette approche est concrète en ce sens que les élèves peuvent utiliser les carreaux algébriques pour diviser le polynôme en trois groupes. Cela s'avère particulièrement utile, car les élèves n'ont pas encore discuté de la mise en facteurs.

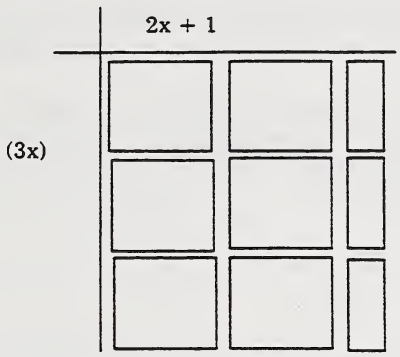
PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Voici une approche concrète (basée sur la multiplication) servant à présenter la division d'un polynôme par un monôme avec les carreaux algébriques, soit : $(6x^2 + 3x) \div 3x$.

Des carreaux 6 - x^2 et 3 - x peuvent être disposés en un rectangle dont 3x est l'une des dimensions.



En disposant le reste des carreaux, le rectangle ressemble à ceci :



$\therefore (6x^2 + 3x) \div (3x) = (2x + 1)$

Pour une description plus détaillée, reportez-vous à Algebra Tiles for the Overhead Projector, pages 25 à 27.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 109 à 114
BMS3 : pages 194 à 197

CONCEPT 4

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'on peut écrire les polynômes sous la forme d'un produit de leurs facteurs.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

4.1 factoriser des polynômes possédant un monôme comme facteur commun;

4.2 factoriser des trinômes sous la forme $ax^2 + bx + c$, pour $a = 1$ ou a étant un facteur commun;

4.3 factoriser des trinômes carrés parfaits, après avoir identifié ceux-ci comme des cas particuliers;

4.4 factoriser des polynômes comportant des différences de binôme carrés, après avoir identifié ceux-ci comme des cas particuliers;

4.5 factoriser des polynômes exigeant une combinaison de méthodes pour que cette factorisation soit complète;

4.5.1 résoudre des problèmes comportant la factorisation de polynômes.

REMARQUES

Ce concept n'étant plus abordé dans le programme du secondaire premier cycle, il sera nouveau pour les élèves.

Rappelez à ces derniers de faire la mise en facteurs de nombres sous forme du produit de facteurs premiers. Appliquez ceci à la mise en facteurs de monômes. Rappelez-leur comment déterminer le PGFC des nombres et présentez la « mise en facteur commun » comme une façon d'écrire un polynôme sous la forme du produit du plus grand facteur commun de ses termes et d'un dividende.

Utilisez des exemples et donnez-leur des problèmes d'un même niveau de difficulté que celui des problèmes auxquels ils sont susceptibles d'être confrontés. Rappelez-leur qu'il est possible de vérifier le travail accompli en inversant la procédure.

Certains élèves désireront peut-être utiliser le matériel de manipulation mis au point précédemment lors de l'apprentissage de ce concept.

Demandez aux élèves d'effectuer plusieurs multiplications comportant des monômes et des polynômes, puis de tenter d'établir une procédure pour faire l'opération en sens inverse, c'est-à-dire pour partir du résultat de la multiplication et obtenir les monômes et les polynômes de départ. Demandez aux élèves d'écrire les règles trouvées dans leurs propres mots.

Rappelez aux élèves que la factorisation constitue une façon d'écrire des polynômes d'une façon plus facile à comprendre ou

plus appropriée. Incitez-les à examiner des polynômes pour trouver des facteurs communs et des formes générales.

Donnez des exercices comprenant des polynômes que les élèves peuvent raisonnablement s'attendre à voir dans un proche avenir.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Le processus de factorisation se résume à « défaire » une multiplication. Il s'agit d'employer les carreaux de manipulation pour former un rectangle. Les dimensions de ce rectangle seront les facteurs du polynôme.

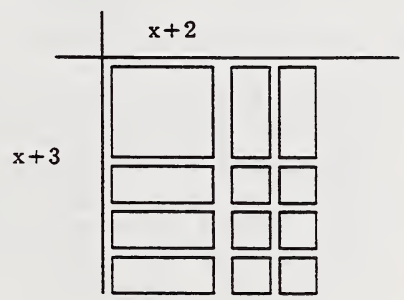
Rappelez aux élèves que $-1 + 1 = 0$ et que

$\square + \boxslash = 0$ également. Ce concept sera utilisé pour factoriser des

trinômes dont le terme constant est négatif.

1) Factoriser $x^2 + 5x + 6$.

Disposez les carreaux en un tableau comme celui utilisé lors de la multiplication. Ces carreaux ne peuvent être disposés en rectangle que d'une seule façon. Reportez-vous à la multiplication des binômes.

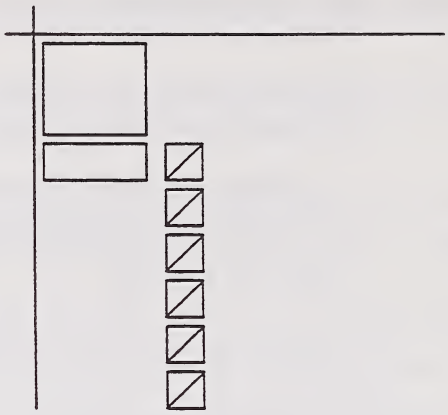


$\therefore x^2 + 5x + 6 = (x + 3)(x + 2)$

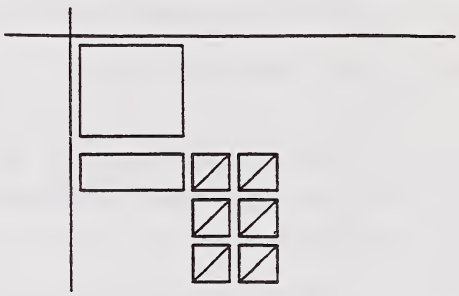
2) Factoriser $x^2 + x - 6$.

On doit former un rectangle avec un carreau x^2, un carreau x et six carreaux unitaires négatifs. Ce rectangle est impossible à former. Toutefois, l'addition du même nombre de carreaux x positifs et négatifs permettra alors de former un rectangle.

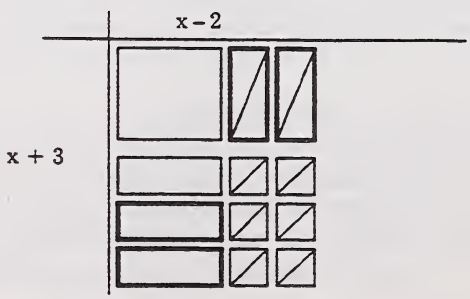
Construire un rectangle dans le coin inférieur droit à l'aide des carreaux unitaires. Pour ce faire, il n'existe que deux possibilités, soit un rectangle 6 sur 1 :



ou un rectangle de 3 sur 2 :



Seul le rectangle 3 sur 2 laissera un nombre identique d'espaces pouvant être comblés par des carreaux « x » à la fois le long du côté et sur le dessus. En plaçant deux carreaux x positifs le long du côté (près du carreau x initial), puis en plaçant deux carreaux x négatifs sur le dessus, le polynôme demeure inchangé et le rectangle est par ailleurs complété.



$\therefore x^2 + x - 6 = (x + 3)(x - 2)$

Pour plus d'informations, reportez-vous à « Finding Factors Physically », dans Mathematics Teacher, mai 1982, ou à Activities for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action ».

Activité : Demandez aux élèves d'effectuer plusieurs multiplications, à l'aide du matériel de manipulation, comportant l'élévation au carré de binômes et le produit de binômes conjugués. Discutez des résultats obtenus puis généralisez. Discutez des produits généralisés, puis approfondissez pour inclure la factorisation de trinômes carrés parfaits et la différence de binômes carrés.

Problème : Prendre un nombre à trois chiffres et l'écrire deux fois pour en faire un nombre à six chiffres. Démontrer que ce nombre se divise exactement par 7, 11 ou 13. Quelle en est la raison ?

Demandez aux élèves de vérifier ceci à l'aide de quelques exemples. Mentionnez qu'un des points forts de l'algèbre réside dans le fait qu'elle permet de généraliser. Rappelez aux élèves la valeur de la place, puis précisez que les nombres à six chiffres comme celui du problème précédent peuvent être écrits sous la forme abcabc. Quelle est la valeur de la place de chacune de ces variables ? Quel est ce nombre général écrit sous la forme développée ?

100 000a + 10 000b + 1 000c + 100a + 10b + c

Y a-t-il des termes semblables ?

100 100a + 10 010b + 1 001c

Y a-t-il un facteur commun ?

(1 001)(100a + 10b + c)

Quelle est la relation entre 7, 9, 11 et 1 001 ?

(7, 9 et 11 sont tous des diviseurs de 1 001)

Problèmes : Reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 64, n^{os} 24 et 25.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Algebra Drill and Practice II (Conduit), option « Factoring Bi- and Trinomials ». La sous-option « Binomial common factor » convient à des activités pratiques et de rattrapage.

Factoring Algebraic Expression (Mindscape), option « Common Factor » et « Trinomials of the form $x^2 + bx + c = 0$ » offrent des exercices pratiques et de rattrapage.

Solving Quadratic Equations (Mindscape), option « Easier (A = 1) » offre des exercices pratiques très structurés portant sur la résolution de trinômes de la forme $x^2 + bx + c = 0$.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : Exprimer, de quatre façons distinctes, le nombre 96 sous la forme d'une différence de deux carrés.

Réponse : $10^2 - 2^2$
$11^2 - 5^2$
$14^2 - 10^2$
$25^2 - 23^2$

On peut résoudre ce problème par une méthode d'essais et de vérifications (tâtonnements). Suggérez aux élèves de rechercher des modèles. Un des modèles à proposer, si les élèves ne le trouvent pas par eux-mêmes, consiste à examiner les paires de facteurs de 96. De quelle façon peut-on associer $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$ à ces paires de facteurs ? Cette méthode est-elle adéquate pour toutes les paires de facteurs de 96 ?

Les paires de facteurs de 96 sont (12, 8), (16, 6), (24, 4), (32, 3) et (48, 2). Quatre de ces paires de nombres peuvent être exprimées comme la somme et la différence de deux autres entiers positifs, par exemple : (12, 8) = (10 + 2, 10 - 2). Existe-t-il une façon de déterminer la valeur de a et de b ? Quelles paires de facteurs ne peuvent pas être traitées de cette façon ($a, b \in Z$) ?

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1 : pages 241 à 244, 246 à 249, 254 et 255
BMS, 4C : pages 149, 150 et 153 à 156
INF, M434 : pages 111 à 114 et 119 à 121
M 064-424 : pages 91 à 104

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les points et les droites peuvent être représentés sur un plan cartésien et que ces points et ces droites possèdent des caractéristiques pouvant être définies et mesurées.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 appliquer la formule pour la pente d'une droite qui passe par deux points donnés;
- 1.1.1 résoudre des problèmes impliquant l'application de la formule de la pente;
- 1.1.2 vérifier les relations qui existent entre les pentes de droites parallèles et perpendiculaires en traçant des paires de droites sur un plan cartésien;
- 1.1.3 résoudre des problèmes portant sur les relations qui existent entre les pentes de droites parallèles et perpendiculaires;

1.2 identifier les caractéristiques de droite dont la pente est positive, négative, zéro et indéterminée.

REMARQUES

Les élèves comprennent intuitivement le concept de pente, car ils ont déjà employé ce terme dans d'autres contextes, dans le cas de la pente d'un toit par exemple, ou d'une pente de ski, ou encore les degrés d'une pente sur la route. Les élèves peuvent ensuite faire la transition entre le monde réel et le plan cartésien. Le concept de pente peut être présenté comme une façon d'établir une comparaison entre l'inclinaison d'objets physiques et celle de phénomènes géométriques.

La formule algébrique du calcul des pentes ne devrait pas être présentée avant que les élèves n'aient assimilé le concept de pente. Autrement dit, l'accent doit être mis sur la compréhension de la pente en tant que rapport entre l'élévation et la distance d'un segment de droite.

D'une façon générale, la pente (m) d'un segment de droite dont les extrémités sont $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$ est :

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{\text{élévation}}{\text{distance}}$$

Les élèves ont déjà une certaine expérience des droites parallèles et perpendiculaires; par contre, ils n'ont jamais discuté des relations entre les pentes de celles-ci. Les pentes des droites parallèles et des segments de droites parallèles sont égales et les pentes des droites perpendiculaires sont des inverses négatifs. Par conséquent, si

$l_1 \parallel l_2$, alors $ml_1 = ml_2$ ou $m_1 = m_2$; et si $l_1 \perp l_2$ alors $ml_1 = -1/ml_2$ ou $m_1 = -1/m_2$. Cela peut également être exprimé sous la forme $(ml_1)(ml_2) = -1$.

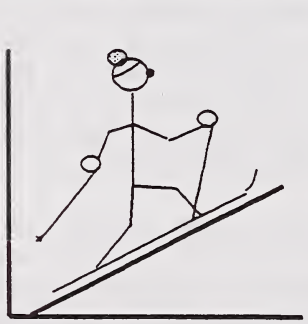
Il est important que les élèves découvrent les relations entre les représentations numérique et graphique de la pente d'un segment de droite. Ils doivent découvrir ces relations et être en mesure de les exprimer dans leurs propres termes. Discutez des pentes positive, négative, zéro et indéterminée.

Les élèves peuvent avoir une certaine expérience des termes employés pour décrire la pente, dont l'inclinaison, le degré, le gradient et l'élévation.

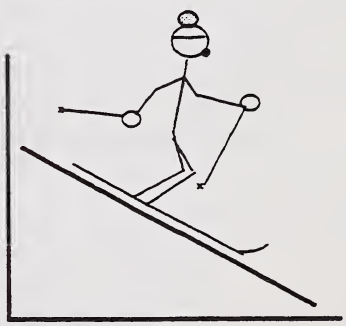
En plus des suggestions qui suivent, un panneau-figure peut servir à déterminer les pentes des segments de droite, de même qu'à illustrer des droites parallèles et perpendiculaires, et des droites dont la pente est de zéro ou est indéterminée.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Le fait d'associer la pente à une situation concrète permet de mieux comprendre la signification intrinsèque de ce concept. Donnez aux élèves des « points de référence intuitifs » pour estimer une pente. On peut, par exemple, examiner les illustrations suivantes représentant des skieurs de randonnée.

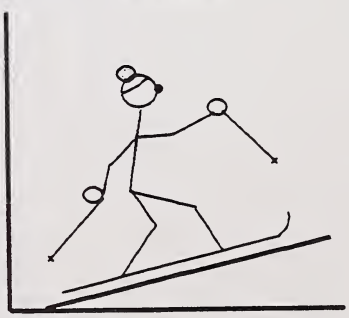


Personne 1



Personne 2

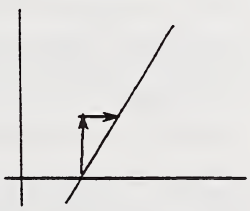
Personne 3



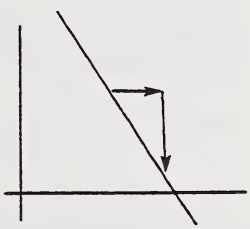
Personne 4

Si on compare la personne 1 et la personne 2, laquelle fait un effort ? Laquelle déploie le plus grand effort, la personne 3 ou la personne 4 ? Plus la pente est abrupte, plus l'effort requis est grand. Si nous associons l'effort à un nombre positif, glisser le long d'une pente est alors l'opposé du travail (personne 2) et cette situation est associée à un nombre négatif. Le nombre positif attribué à la personne 3 est donc supérieur à celui de la personne 4. Par conséquent, la pente est alors intuitivement associée au « degré de la pente ».

Au cours de la discussion définissant la pente comme $\frac{\text{élévation}}{\text{distance}}$, les élèves peuvent associer « élévation » à « accroissement », soit un changement positif. Ils trouveront peut-être aussi utile de tracer des flèches horizontales et verticales indiquant le sens du changement. Voici un exemple :



$$\frac{\text{changement à la verticale}}{\text{changement à l'horizontale}} = \frac{\uparrow}{\rightarrow} = \frac{+}{+}$$



$$\frac{\text{changement à la verticale}}{\text{changement à l'horizontale}} = \frac{\downarrow}{\rightarrow} = \frac{-}{+}$$

Cette approche permet également de faire rapidement des estimations numériques de la pente.

Adapté, avec permission, de « Concrete versus Abstract in Teaching Algebra », dans Mathematics Teacher, copyright mars 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

a) Pour obtenir une gamme d'activités à réaliser en classe et qui commencent par l'étude de la pente du point de vue de

son « degré » de même que du rapport élévation/distance, pour passer à des exercices qui développent et appliquent la formule de la pente d'une droite passant par deux points, reportez-vous à « Skiing the Slopes », dans Mathematics Teacher, décembre 1987.

b) Pour un ensemble d'activités qui font suite à l'étude précédente de la variation directe et qui mettent l'accent sur la pente, tout en exigeant des élèves qu'ils interprètent différentes relations linéaires sur des graphiques distance-durée, reportez-vous à « Slope and Speed », dans Mathematics Teacher, avril 1988.

Activité : Demandez aux élèves d'imaginer des méthodes permettant de mesurer l'inclinaison des routes, des toits, etc., puis demandez-leur d'appliquer leurs « techniques » au calcul de la pente d'un segment de droite. En d'autres mots, il doivent « modéliser » leurs exemples sur du papier quadrillé, puis appliquer leur procédure afin de trouver la pente. Discutez ensuite de la façon avec laquelle ces « processus » peuvent être utilisés pour déterminer la pente de tout segment de droite oblique.

Activité : Demandez aux élèves d'élaborer une méthode permettant de mesurer la pente d'une droite. Pour ce faire, ils peuvent se regrouper et examiner leurs propres définitions de la pente pour les appliquer ensuite mathématiquement. Pourquoi mesure-t-on élévation/distance au lieu de distance/élévation ? (Réponse : la pente est associée au « degré de la pente » c'est-à-dire à la verticale). De quelle façon peut-on associer cette évaluation de la pente (élévation/distance) à la pente d'un toit, à une pente de ski ?

Activité : Demandez aux élèves de tracer des droites et d'indiquer les similitudes et les différences dans le degré de la pente de ces droites; une droite peut, par exemple, être plus inclinée qu'une autre, tandis qu'une autre peut être négative. Demandez ensuite aux élèves de calculer les valeurs de la pente et de discuter de relation entre la représentation numérique et la représentation physique. La droite de pente négative, par exemple, s'élève vers la gauche dans tous les cas, tandis que la droite de pente fractionnaire ne sera pas aussi inclinée que la droite dont la pente est un nombre entier naturel.

Activité : Au cours de la discussion de la pente des droites horizontales et verticales, demandez aux élèves de faire une estimation de la valeur de leurs pentes avant d'en faire le calcul. Demandez-leur également d'identifier les raisons de cette estimation. Puis demandez-leur de calculer cette pente.

Activité : Demandez aux élèves de discuter de la signification de droites parallèles et perpendiculaires, puis de tenter de déterminer les relations probables entre les pentes. Demandez aux élèves de tracer des couples de segments de droites perpendiculaires à l'aide d'un rapporteur ou des techniques de construction, ou encore en traçant les deux côtés opposés d'une règle, les côtés adjacents d'un livre, etc. Calculer la pente de ces droites, puis généraliser les relations.

Problème : Tracer la droite AB, pour A(-1, -5) et B(8, 1). Quelle est la pente de AB ? Il est à noter que C(2, -3) et D(5, -1) sont situés sur AB. Quelle est la pente de CD ? de AC ? de DB ? Quelle généralisation peut-on faire au sujet de la pente d'une droite et de ses composantes ? Tracer une autre droite, calculer sa pente, puis vérifier si la pente de tout segment de cette droite est identique à la pente de cette droite.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

À l'aide d'une calculatrice graphique ou d'un ordinateur, représenter graphiquement des couples de points.

Logiciel :
Algebra Drill and Practice I (Conduit), option « Slopes and Equations of Lines » donne des exercices portant sur le calcul de la pente d'une droite d'après deux points du plan cartésien.

Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst). Permet de mesurer la longueur des segments de droite, de déterminer les rapports entre les longueurs des segments de droite. Permet de construire des droites perpendiculaires et parallèles. La superposition d'un quadrillé est également possible. Est donc adéquat comme logiciel facultatif d'exploration dans les activités associées à la pente.

Examinez des droites de pente positive, négative, zéro et indéterminée. Demandez aux élèves de déterminer la pente de chacune de ces droites, puis de généraliser en complétant l'exercice suivant :

Les droites qui s'élèvent de la gauche vers la droite _____
_____.

Tous les segments dont la pente est négative _____
_____.

La pente du plancher d'une maison est _____
_____.

La pente d'une falaise verticale est _____
_____.

Demandez aux élèves d'identifier des « droites » qui, dans la classe, illustrent les propriétés des pentes zéro et indéterminée. Le plancher étant horizontal, par exemple, sa pente est de zéro; de même, le mur étant vertical, sa pente est indéterminée.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4	: pages 255 à 265
BMS, 4A	: pages 62 à 67, 70 et 71
INF, M434	: pages 212 à 220
M 064-424	: pages 172 à 175

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les points et les droites peuvent être représentés sur un plan cartésien et que ces points et ces droites possèdent des caractéristiques pouvant être définies et mesurées.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.3 déterminer la distance entre deux points sur le plan cartésien, à l'aide du théorème de Pythagore;

1.3.1 résoudre des problèmes comportant le calcul de la distance entre deux points sur le plan cartésien.

REMARQUES

Les élèves ont employé la terminologie associée à la représentation graphique, ils ont représenté graphiquement des points et des droites et ils ont appliqué le théorème de Pythagore. Une révision de ces éléments sera peut-être nécessaire lorsque vous discuterez de la distance.

L'objectif ne consiste pas à faire mémoriser aux élèves la formule de la distance. L'application du théorème de Pythagore pour déterminer la distance entre deux points ou la longueur d'un segment de droite suffira. Déterminer approximativement des distances irrationnelles sous forme de décimales.

De façon générale, la distance entre $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$ est décrite par $D = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ ou $D = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + (y_1 - y_2)^2}$.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de déterminer en premier lieu la longueur de segments parallèles aux axes des x et des y.

Activité : Une fois le travail avec les droites horizontales et verticales terminé, demandez aux élèves de déterminer la longueur d'une droite oblique. Cette droite oblique devient l'hypoténuse d'un triangle rectangle. Demandez-leur de travailler en groupes et « d'élaborer » une méthode pour déterminer la longueur de toute droite oblique. Tester ces processus en demandant à certains élèves de suivre à la lettre les directives de chacune. Ce processus est appelé un algorithme.

Problème : Trouver trois points sur un plan cartésien qui définissent un triangle équilatéral.

Problème : Ce problème donne l'occasion de discuter de l'échelle des graphiques, ainsi que de déterminer la distance entre deux

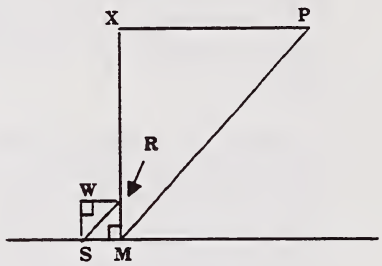
points. Un navire en détresse se trouve à (300, 120). Le bateau de sauvetage « A » est situé à (120, 300) et le bateau de sauvetage « B » à (600, 150). Lequel de ces deux bateaux est le plus près du navire en détresse ? De combien est-il plus près ? Arrondir à la dizaine près.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst). Permet de mesurer la longueur des segments de droite et la distance entre deux points. La superposition d'un quadrillé est également possible. Est donc adéquat comme logiciel facultatif d'exploration.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : Dans la figure ci-dessous, les triangles WRS, MRS et XPM sont des triangles rectangles isocèles dont les côtés mesurent 1, 1 et 7 unités respectivement. À combien d'unités le sommet W se trouve-t-il du sommet P ?



Réponse : 10 unités

Une approche possible : Reproduire ce problème sur le plan cartésien, en situant le point M à l'origine et la droite SM le long de l'axe des x.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T1 : pages 69 à 77
BMS, 4D : pages 58 à 63
INF, M434 : pages 204 à 206
M 064-424 : pages 196 à 198

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les points et les droites peuvent être représentés dans un plan cartésien et que ces points et ces droites possèdent des caractéristiques pouvant être définies et mesurées.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.4 déterminer le point central d'une droite;

1.4.1 résoudre des problèmes comportant le calcul du point central d'une droite.

REMARQUES

Les élèves comprennent intuitivement le concept de point central. Avant de présenter aux élèves la définition algébrique et formelle du point central, demandez-leur d'identifier les points centraux de droites horizontales et verticales. Puis, demandez-leur d'estimer le point central d'une oblique et de généraliser ce qu'ils ont trouvé sous une forme algébrique.

L'objectif de ce concept n'est pas que les élèves mémorisent la formule du point central. De façon générale, le point central de la droite dont les extrémités sont $P_1(x_1, y_1)$ et $P_2(x_2, y_2)$ est

$$\left(\frac{(x_1 + x_2)}{2}, \frac{(y_1 + y_2)}{2} \right).$$

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Pour découvrir la signification algébrique du point central, demandez aux élèves de tracer les points suivants : P(1, 6), Q(5, 2), R(6, 7) et S(12, 9). Trouver le point situé à mi-chemin entre les points P et Q et l'appeler T. Quelles sont les coordonnées du point T ? Quelle est la relation entre les coordonnées du point T et celles des points P et Q ? Trouver ensuite le point se trouvant à mi-chemin entre les points R et S. Est-ce la même relation que celle qui existe entre les coordonnées du point T et les coordonnées des points P et Q ?

Problème : M est le point central d'une droite AB. C et D sont situés sur la droite AB, de sorte que AC = CM et MD = DB. Quel pourcentage de AM le segment AD représente-t-il ?

Réponse : 150 %

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :

Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst). Permet de mesurer la longueur des droites et de construire les bissectrices des droites. La superposition d'un quadrillé est également possible. Est donc adéquat comme logiciel facultatif d'exploration.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES	MS4, 01, T2	: pages 78 à 82
	BMS, 4D	: pages 69 à 71
	INF, M434	: pages 205 et 206
	M 064-424	: pages 196 à 198

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont aux équations linéaires correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 déterminer des couples qui satisfont une à équation linéaire et tracer le graphique de l'équation à l'aide de ces points.

REMARQUES

Les élèves ont déjà une certaine expérience de la représentation graphique des relations linéaires à l'aide de couples. Par conséquent, vous devez mettre l'accent sur la relation entre les équations, des ensembles de couples et leurs graphiques, sur le fait qu'ils constituent différentes façons d'exprimer une même relation. Chaque relation doit être illustrée à l'aide d'une équation, de couples et d'un graphique.

Servez-vous de ces problèmes pour illustrer la représentation graphique et non en tant que type particulier de problèmes à résoudre. Les exemples utilisés ne doivent pas provenir uniquement du domaine de l'algèbre, mais également du monde réel. Donnez aux élèves l'occasion de représenter graphiquement des relations ayant trait à divers domaines. Les équations linéaires de type x et y ne doivent être présentées qu'après la représentation graphique des variations directe et partielle.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Les relations peuvent être représentées graphiquement à l'aide d'ordinateurs et de calculatrices graphiques.

Logiciels :

Equation Math (MECC), option « Polygraph ». Une fois la fonction entrée et représentée graphiquement, il est possible d'obtenir une liste de couples qui satisfont à l'équation.

Graphing Linear Functions (Mindscape), option « Easier Forms ». Permet de mettre en pratique la théorie. Des équations sous la forme $y = mx + b$ sont présentées, puis l'élève doit déterminer trois couples satisfaisant à cette équation. Ils tracent ensuite le graphique de ces couples pour former une ligne droite.

SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D, option « Pre-Algebra ». La leçon 22 convient à des exercices pratiques et de rattrapage : Étant donné une équation linéaire sous la forme

y = mx + b, établir une table de coordonnées, puis tracer le graphique à l'aide du curseur.

Les logiciels tableurs peuvent être utilisés pour déterminer les points qui satisfont à des équations linéaires. On peut ensuite se servir de logiciels munis d'options de représentation graphique pour tracer le graphique de la table de valeurs. Pour obtenir une discussion à ce sujet, reportez-vous à « Mathematical Modeling Using Spreadsheets », dans delta-k, juin 1989. Appleworks et Microsoft Works sont des ressources de base d'Alberta Education.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4	: pages 25 à 51
BMS, 4A	: pages 134 à 142

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont à des équations linéaires correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.2 déterminer les abscisses et les ordonnées à l'origine des graphiques d'équations linéaires;

2.3 représenter graphiquement des équations linéaires à l'aide d'un graphique passant par les abscisses et les ordonnées à l'origine.

REMARQUES

Une abscisse ou une ordonnée à l'origine est la distance orientée depuis l'origine au point où la droite coupe l'axe des x ou l'axe des y. À l'abscisse à l'origine, $y = 0$ et à l'ordonnée à l'origine, $x = 0$. Insistez sur le fait que chaque point sur une droite est une solution de l'équation décrivant cette droite.

Une fois que la discussion des abscisses et des ordonnées à l'origine des droites obliques est terminée, les élèves doivent examiner les abscisses et les ordonnées à l'origine de droites horizontales et verticales.

La représentation graphique à l'aide d'abscisses et d'ordonnées à l'origine permet aux élèves de tracer les graphiques des équations linéaires d'une façon différente. Étant donné que peu d'équations possèdent des coordonnées à l'origine qui sont des nombres entiers relatifs, il faut faire attention aux équations données si les graphiques doivent être exacts. S'il n'est pas nécessaire toutefois que les graphiques soient exacts, cette technique peut s'avérer utile pour toute équation et l'utilisation de nombres fractionnaires comme coordonnées à l'origine renforcera les techniques associées aux nombres.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de tracer les graphiques de plusieurs équations dont les coordonnées à l'origine sont faciles à interpréter. Quel fait semble être toujours vrai au sujet des coordonnées à l'origine ? Ce fait peut-il être généralisé et s'appliquer à toutes les équations linéaires ? Comment ce fait peut-il servir à déterminer les coordonnées à l'origine sans tracer le graphique ? Autrement dit, quelle est la relation entre l'équation de la droite et l'abscisse ou l'ordonnée à l'origine ?

Activité : Demandez aux élèves de tracer plusieurs droites qui passent par le point (2, 1). Identifier et nommer les coordonnées à l'origine. Discuter de ce qui arrive à la valeur de la coordonnée x (ou y) à mesure que ces droites se rapprochent de l'axe des y (ou l'axe des x), puis généraliser.

Activité : Une fois que les élèves connaissent la notion de coordonnée à l'origine, demandez-leur de déterminer l'abscisse ou l'ordonnée à l'origine d'après une équation linéaire, puis de tracer le graphique de l'équation.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

L'ordinateur et la calculatrice peuvent être utilisés pour représenter graphiquement des équations linéaires.

Logiciel :
Master Grapher (Addison-Wesley), option « Function Grapher ». Ce logiciel permet d'entrer des équations linéaires et de les représenter graphiquement. Les élèves peuvent alors utiliser les droites verticale, horizontale, ou les viseurs pour déterminer les abscisses et les ordonnées à l'origine.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4, 01, T2 : pages 98 à 102
BMS, 4D : pages 80 et 81

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont à des équations linéaires correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.4 écrire des équations linéaires sous la forme pente-ordonnée à l'origine, $y = mx + b$;

2.5 représenter graphiquement des équations linéaires à l'aide de la pente, ainsi que de l'ordonnée à l'origine;

- 2.5.1 étudier les effets des paramètres m et b dans l'équation $y = mx + b$;
- 2.5.2 tracer le graphique d'une équation linéaire à l'aide d'une calculatrice ou d'un ordinateur.

REMARQUES

L'objectif 2.4 consiste à amener les élèves à exprimer l'équation d'une droite sous la forme pente-ordonnée à l'origine. Autrement dit, étant donné une équation écrite sous la forme $Ax + By + C = 0$, les élèves doivent la transcrire sous la forme $y = mx + b$. Une fois cette équation écrite sous la forme $y = mx + b$, il s'agit de la représenter graphiquement en commençant par l'ordonnée à l'origine, puis en déterminant le second point à l'aide de la pente. Enfin, les élèves examinent les effets exercés par m et b sur le graphique de cette fonction.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de tracer le graphique de $y = x$. Sur les mêmes axes, tracer les graphiques de $y = 2x$, $y = 1/2x$, $y = x + 1$, $y = x - 3$, $y = -3x$ et $y = -x + 2$. Demandez-leur ensuite de décrire les différences et les similitudes entre chacun des graphiques et $y = x$. Quel est l'effet produit si la valeur de m croît ? Si elle décroît ? Qu'arrive-t-il à la valeur de b ? Que se produit-il si m est négatif ? Étant donné que cette activité fait suite à la discussion de la pente, ces différences et ces similitudes peuvent sembler évidentes aux élèves, mais il importe qu'ils soient en mesure de les communiquer, en préparation au cours de Mathématiques 23.

Activité : Demandez aux élèves de discuter de la pente des segments compris entre deux points sur une droite. Demandez-leur de suggérer et de tester une méthode de représentation graphique à partir d'un point sur la droite et de la pente.

Activité : Discutez avec les élèves des critères nécessaires pour définir une droite de façon unique. Demandez-leur de développer un

système permettant de tracer le graphique d'une droite d'après un point et la pente de cette droite. Demandez-leur aussi d'appliquer cette méthode à la représentation graphique d'une équation écrite sous la forme pente-ordonnée à l'origine, afin de la tester.

Problème : Le point A est (2, 0) et la pente de AB est de -1/2. Déterminer une coordonnée possible pour le point B.

Note : Pour une discussion du raisonnement proportionnel, de la représentation algébrique de la proportionnalité (y = mx), ainsi que de l'interprétation graphique de la proportionnalité, reportez-vous à « Proportionality and the Development of Prealgebra Understandings », dans The Ideas of Algebra, K-12.

Pour un ensemble d'activités permettant a) de pratiquer la représentation graphique des points sur le plan cartésien, b) de développer des capacités inductives comme la reconnaissance d'un modèle et c) le développement de techniques de traduction du français dans une forme symbolique (expression de la forme y = mx + b), reportez-vous à « Finding Patterns in Linear Relations », dans Mathematics Teacher, mai 1983.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

L'ordinateur et la calculatrice graphique peuvent être utilisés pour la représentation graphique des équations linéaires. Les élèves peuvent entrer le programme suivant et l'utiliser pour tracer les graphiques de lignes droites. Ce programme est écrit en langage BASIC pour l'ordinateur Apple II.

```
10  TEXT: HOME
20  VTAB 12
30  PRINT "CE PROGRAMME TRACE LE GRAPHIQUE DE LIGNES DROITES"
40  PRINT: PRINT "SOUS LA FORME GENERALE Y = M*X + B."
50  FOR N=1 TO 5000: NEXT: REM BOUCLE DE PAUSE
60  HGR
65  HCOLOR=3
70  PRINT: POKE 37, 20: PRINT
80  PRINT: PRINT "ETANT DONNE LA FORME GENERALE Y = M*X + B"
90  PRINT: PRINT "ENTRER M,B";
100 INPUT M,B
110 PRINT: PRINT: PRINT
120 REM TRAÇAGE DES AXES
130 HPLOT 140,0 TO 140,159
150 HPLOT 0,80 TO 279,80
170 FOR H = 0 TO 270 STEP 10
180 HPLOT H,77 TO H,83
190 NEXT H
210 FOR K = 0 TO 160 STEP 10
220 HPLOT 137,K TO 143,K
230 NEXT K
240 HPLOT 271,65 TO 277,71
250 HPLOT 277,65 TO 271,71
260 HPLOT 147,0 TO 151,6
```

```
270  HPLOT 155,0 TO 147,12
280  REM TRACAGE DE LA LIGNE DROITE
290  FOR X = -14 TO 13.9 STEP .1
300  LET Y = M*X + B
310  IF Y > 8 THEN 340
320  IF Y < -7.9 THEN 340
330  HPLOT 140 + 10*X,80-10*Y
340  NEXT X
345  REM IMPRESSION DE L'EQUATION LINEAIRE
350  PRINT: POKE 37, 20: PRINT
360  PRINT "CECI EST LE GRAPHIQUE DE Y = "M"*X + "B
370  PRINT
380  PRINT "1 = UN AUTRE GRAPHIQUE, 0 = SORTIE";
390  INPUT Z
400  PRINT: PRINT
410  IF Z = 1 THEN 60
420  TEXT: HOME
```

Pour un ensemble d'activités associées à ce programme et qui permettent d'étudier les effets de m et b dans y = mx + b, reportez-vous à l'article-source.

Reproduit, avec permission, de « Microcomputer Unit : Graphing Straight Lines », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action », copyright 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

Logiciel :
Master Grapher (Addison-Wesley), option « Function Grapher ». Logiciel utilitaire convenant à l'exploration des effets de m et b. Il fait usage de la notation fonctionnelle.

Algebra Drill and Practice I (Conduit), option « Slopes and Equations of Lines ». Des équations sous la forme Ax + By + C = 0 sont fournies et l'élève doit les retranscrire sous la forme y = mx + b. L'élève entre m, puis le programme trace le graphique et identifie l'ordonnée à l'origine. L'élève peut ensuite comparer son propre graphique de l'équation à celui affiché à l'écran.

Computer Graphing Experiments I (Addison-Wesley), option « Linear Equations », de même que sous-options « Graphs of the form y = mx » et « Graphs of the form y = mx + b ». Convient à l'exploration des effets de m et b. Des feuilles de calcul guidées et destinées aux élèves accompagnent ce logiciel.

Equation Math (MECC), option « Exploring Equations - Linear ». Convient à l'exploration des effets de m et b. Comprend des feuilles de calcul pour l'élève et servant à étudier la pente.

Une copie sur papier est également offerte. Il est possible d'incrémenter et de décrémenter rapidement les différents paramètres à l'aide du curseur.

Graphic Linear Equations (Mindscape), option « Easier Forms ». Étant donné une équation sous la forme y = mx + b, l'élève doit déterminer et tracer le graphique de trois points qui satisfont à l'équation.

Green Globs and Graphing Equations (Sunburst), option « Equation Plotter ». Logiciel souple de représentation graphique convenant à l'exploration des effets de m et b.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4	: pages 262, 263, 268 et 269
MS4, 01, T2	: pages 122 à 125
BMS, 4A	: pages 142 et 143
BMS, 4D	: pages 79 à 84

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les couples qui satisfont à des équations linéaires correspondent à des coordonnées sur le plan cartésien et qu'ils peuvent être utilisés pour représenter graphiquement cette équation sur le plan cartésien.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.6 reconnaître et représenter graphiquement les équations de droites qui sont parallèles aux axes des x et des y.

REMARQUES

Cet objectif peut être intégré à n'importe quel moment au cours de l'étude de la géométrie analytique et de la représentation graphique. Tout au long de l'étude de la géométrie analytique, on retrouve des questions dans les manuels scolaires. Rappelez aux élèves la signification des pentes zéro et indéterminée.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves d'émettre leur opinion sur l'apparence des graphiques de $y = 2$ et $x = 3$. Lequel aurait une pente de zéro (élévation 0 pour toute distance) ? Lequel aurait une pente indéterminée (ou infinie, c'est-à-dire n'importe quelle élévation pour une distance de 0). Quelle serait la forme générale des équations des droites parallèles aux axes des x et des y ?

Activité : Demandez aux élèves de se regrouper afin de représenter graphiquement une droite qui ne peut pas être définie par une équation de la forme $y = mx + b$.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Les équations linéaires peuvent être représentées graphiquement à l'aide d'un ordinateur et d'une calculatrice graphique.

Logiciel :
Equation Math (MECC), option « Exploring Equations - Linear ». Accepte des équations sous la forme $x = b$, $y = b$.

Green Globs and Graphing Equations (Sunburst), option « Equation Plotter ». Logiciel convenant à la représentation graphique de droites parallèles à l'axe des x et des y.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 44 à 46
BMS, 4D : pages 78 et 79
INF, M434 : pages 221 et 222

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il peut y avoir une relation entre des phénomènes et que ces relations peuvent être représentées à l'aide de graphiques et de tables de valeurs.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 tracer des graphiques décrivant des phénomènes physiques ou des situations courantes, de même qu'identifier les variables dépendantes et indépendantes et nommer correctement les axes;

1.1.1 résoudre des problèmes portant sur des phénomènes physiques et des situations courantes en les modélisant graphiquement;

1.2 lire et interpréter des graphiques servant à décrire les relations qui existent entre les variables qu'on retrouve dans la vie courante;

1.3 interpoler et extrapoler afin d'obtenir des informations à partir de graphiques et de tables de valeurs.

REMARQUES

Septième année :

En 7e année, l'accent doit être mis sur le choix d'échelles appropriées et sur l'étude de l'effet produit par l'utilisation de différentes échelles (la déformation observée lorsque des échelles distinctes sont utilisées sur chacun des axes, par exemple, ou la précision des représentations graphiques lorsque de grandes échelles ou de petites échelles sont utilisées). En plus de constituer une activité intéressante, le traçage d'une image ou d'un croquis dans les quatre quadrants permet également de démontrer de façon claire l'effet produit par le changement d'échelle. Il est important de continuer de mettre l'accent sur la notion de paires de nombres et sur la relation qui existe entre eux. (Dans le cas présent, les paires de nombres n'auront pas une relation fonctionnelle, mais serviront plutôt à décrire un emplacement dans un plan.)

Huitième année :

Révisez les concepts associés à la relation mathématique. Indiquez les similitudes et les différences de plusieurs relations distinctes (la taille des élèves et leur âge, par exemple, ou leurs aptitudes sportives, musicales, etc., et le nombre d'heures de pratique, ou le coût total de l'achat de nombreux exemplaires d'un même article, comme des paires de bas, ou encore le coût d'une course en taxi et la distance parcourue). Le concept de fonction devrait commencer à émerger : certaines relations, par exemple, peuvent être décrites à l'aide d'une règle lorsqu'une des valeurs est connue, de même qu'une seule valeur est possible pour le second élément lorsque le premier est connu. Dans d'autres relations, quoique la valeur d'un élément dépende de l'autre, aucune règle stricte ou d'application

rapide ne peut servir à les décrire (l'habileté dépend de la pratique par exemple).

Utilisez plusieurs exemples pratiques de relations (linéaires). Demandez aux élèves de déterminer la règle fonctionnelle qui détermine la relation (le périmètre d'un cercle dépend de son rayon par exemple; dans ce cas, la fonction est une formule; l'achat de nombreux exemplaires d'un même article), puis de produire le couple qui décrit cette relation pour n'importe quelle valeur.

Neuvième année :
La capacité d'interprétation doit être développée au niveau intuitif. Les concepts d'augmentation, de diminution, de coordonnées à l'origine, de maximum, de minimum, de taux de changement et de pente doivent faire partie de la discussion des graphiques, en raison de leur pertinence.

À l'exception du terme « fonction », ne mettez pas l'accent sur la terminologie. Les élèves doivent être incités à tracer ou à interpréter des graphiques décrivant de nombreux types différents de situations distinctes. (Certaines peuvent ne pas receler, ou ne pas avoir besoin, de données numériques.)

Exemples :

1) Tracez un graphique décrivant (en fonction du temps), la température de l'eau dans un verre immédiatement après y avoir ajouté un cube de glace.
2) Tracez un graphique décrivant la vitesse d'une voiture de course sur une piste. (Tracez la piste au tableau ou à l'aide d'un rétroprojecteur en incluant plusieurs courbes, etc.)

Tiré de Les mathématiques au secondaire premier cycle, Guide d'enseignement, Alberta Education, 1988.

Rappelez aux élèves que les variables sont des symboles servant à représenter des nombres qui peuvent varier selon l'interprétation.

Vous ne devez pas mettre l'accent sur le calcul de la valeur de la variable ou des graphiques, à moins qu'un tel calcul aide à la compréhension. Il s'agit plutôt de souligner la relation entre les variables, et les élèves doivent être en mesure de décrire ce qui se produit dans leurs graphiques.

Il est possible de représenter plusieurs phénomènes graphiquement. Les élèves doivent avoir l'occasion d'examiner plusieurs de ces exemples, de façon à discuter de ceux-ci. Vous devez également

leur enseigner à les analyser pour être ainsi en mesure de conceptualiser une situation. Les exemples doivent inclure des graphiques avec ou sans valeurs numériques.

Les techniques d'interpolation et d'extrapolation précises sont extrêmement utiles. Assurez-vous que les élèves vérifient la pertinence de leurs réponses. Une fois de plus, soulignez le fait que le graphique représente toutes les solutions d'un problème et que les points représentent des situations particulières.

Il n'est pas nécessaire que les exemples soient tous linéaires; par contre, il faut porter une attention particulière lors de la représentation d'exemples non linéaires.

Note : Les termes « domaine » et « image » ne doivent pas être enseignés. Il est toutefois conseillé de discuter de leur signification.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de suggérer des situations dans lesquelles il existe une relation entre deux phénomènes, l'âge d'une voiture et sa valeur par exemple, ou le mois de l'année et la température maximale, etc. Discutez du degré de ces relations. Dans ces exemples, peut-on utiliser des expressions comme « causé par », « dépend de », etc. ? Demandez aux élèves de tracer le graphique des valeurs afin de déterminer s'ils peuvent tirer des conclusions au sujet de ces relations.

Problèmes :

- Dans un verre, l'eau est à la température ambiante. On lui ajoute un cube de glace. Tracer un graphique pour décrire le changement de la température de l'eau en fonction du temps.

- Une nageuse participe à une compétition dans laquelle il s'agit de parcourir deux fois la longueur de la piscine à la nage. Tracer un graphique pour décrire sa vitesse en fonction du temps.

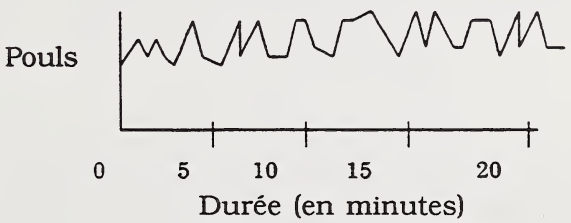
- Tracer un graphique représentant l'appétit par rapport à la période de la journée.

- Tracer un graphique pour décrire le niveau de bruit à la septième partie des finales de la Coupe Stanley, de l'hymne national à la fin de la partie.

- On remplit une bouilloire électrique d'eau froide et on la branche. Tracer le graphique de la température de l'eau en fonction du temps pendant lequel la bouilloire est branchée.

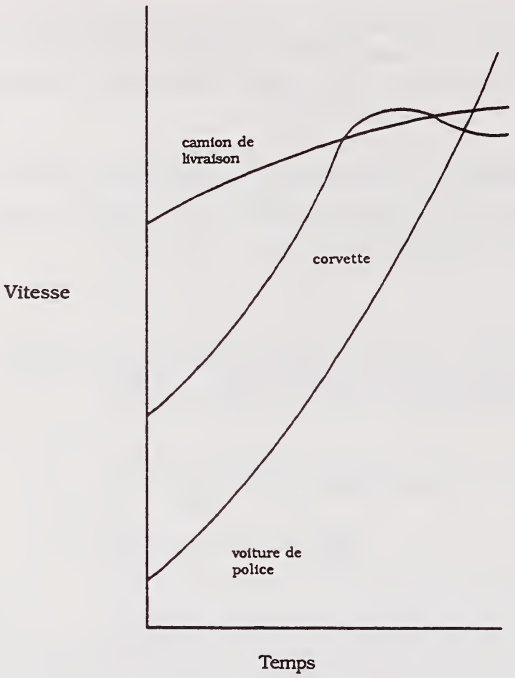
- Au cours d'une journée ensoleillée, la taille de l'ombre d'un poteau de téléphone dépend du moment de la journée. Tracer un graphique de la taille de l'ombre par rapport au moment de la journée.

Problème : Le graphique suivant décrit le pouls d'un joueur de hockey au cours de la troisième période de la dernière partie des séries éliminatoires.



Pouvez-vous dire ce qu'a fait ce joueur au cours de cette période ? Quelle a été la durée de son temps de présence sur glace ? Était-il en forme ? Qu'aurait-il pu se produire autour de la 3e minute de jeu ? de la 12e minute ? Croyez-vous que ce joueur faisait partie de l'équipe gagnante ? Justifiez la réponse.

Activité : Étudier le graphique suivant. Il décrit les déplacements de trois véhicules, à une intersection achalandée. Décrire ce qui se produit. Lequel accélère ? Lequel ralentit ? À quel moment ?



Pour plus d'informations, reportez-vous à The Language of Graphs, de Malcolm Swan, pages 19 à 47.

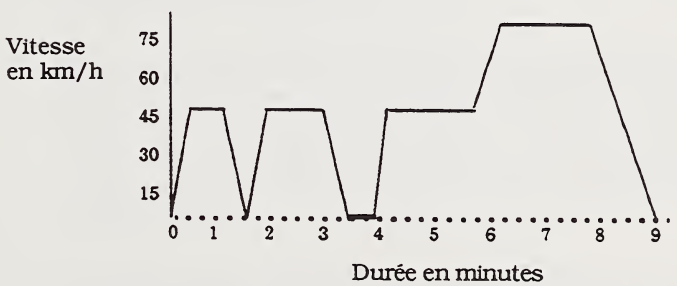
Activité : Inventer des histoires pour expliquer les graphiques.

Le graphique suivant illustre le poids d'une personne, de la naissance à l'âge de 50 ans. Inventer une histoire pour expliquer ce graphique. Dans votre histoire indiquez :

1. si cette personne est un homme ou une femme;
2. quel était son poids approximatif à la naissance;
3. quel a été le poids maximum de cette personne;
4. si cette personne s'est mise au régime à un moment quelconque et, le cas échéant, quand.

Un homme prend sa voiture pour se rendre à son travail. Le graphique suivant montre sa vitesse pendant le parcours de neuf minutes. Imaginer une histoire au sujet de son parcours pour expliquer ce graphique. Dans cette histoire, préciser :

1. à quelle distance approximative sa maison se trouve de son lieu de travail;
2. ce qui s'est passé une minute et demie après son départ;
3. ce qui s'est passé entre trois minutes et demie et quatre minutes après son départ;
4. ce qui a été observé à propos des limites de vitesse.



Discutez en détail des observations que les élèves ont notées par écrit. Ont-ils mal interprété certains faits qui ont ainsi besoin d'être clarifiés ?

Reproduit, avec permission, de « Make up a Story to Explain the Graph », dans Mathematics Teacher, copyright janvier 1984, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème : Au Peace River Trust, pour un prêt de 1 000 $, les versements mensuels sont de 46,49 $ s'échelonnant sur deux ans.

Les versements mensuels pour des prêts de 3 000 $ et de 4 500 $ sont de 139,47 $ et de 209,21 $ respectivement. Si Thomas emprunte 7 500 $ pour acheter une Firebird d'occasion et que Barbara a besoin de 2 800 $ pour faire l'acquisition d'une moto, quels seront leurs versements respectifs ?

Les versements mensuels pour un prêt de 1 000 $ varient en fonction du terme du prêt. Ainsi, les versements mensuels pour un prêt de 5 000 $ sur un an sont de 441,35 $. Sur deux ans, ces versements sont de 232,45 $ et sur cinq ans, de 108,10 $.

Quel serait le montant approximatif de ces versements sur une période de quatre ans ? de 30 mois ?

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

BMS, 4A : pages 1 à 12

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il existe une relation directe ou inverse entre certaines paires de variables et que cette relation peut être écrite sous forme d'équation.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 identifier les relations dans lesquelles les variables varient directement;
- 2.1.1 résoudre des problèmes portant sur la variation directe;
- 2.1.2 résoudre des problèmes portant sur la variation partielle;

2.2 identifier les relations dans lesquelles les variables varient inversement;
- 2.2.1 résoudre des problèmes portant sur la variation inverse.

REMARQUES

Ce sujet sera nouveau pour les élèves; aucune étude de ce concept n'est faite au secondaire premier cycle.

Les élèves comprennent intuitivement les problèmes qui portent sur la variation. Au tout début, l'accent doit être mis sur l'examen des relations entre les variables, la représentation graphique de ces problèmes et l'application de techniques d'interpolation et d'extrapolation, plutôt que sur le développement formel de processus algébriques permettant de résoudre ces problèmes. Une fois que les élèves ont vraiment assimilé la notion de variation et l'idée que les variations sont des relations pouvant être représentées graphiquement et interprétées d'après leurs graphiques, le développement d'équations qui représentent des problèmes sur la variation devrait s'ensuivre.

Ne consacrez que très peu de temps aux exercices qui ne portent que sur des nombres (x et y varient directement, par exemple; lorsque $x = 5$, $y = 3$; trouver x pour $y = 9$). De même, il est conseillé d'éviter les questions ayant trait à des types particuliers de variation directe et inverse, à moins qu'elles ne soient étudiées graphiquement.

Il est préférable d'étudier les graphiques de situations comportant une variation en établissant des tables, en réalisant des dessins et en interprétant des graphiques, avant de présenter de façon formelle les différents types de variation.

Note : Lors de la discussion de la variation partielle, **n'incluez pas** de résolution d'un système d'équations à deux inconnues.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Pour présenter les relations directe, partielle et inverse, nous suggérons de fournir aux élèves une série de graphiques illustrant ces trois relations, puis de leur demander de former de petits groupes et de discuter des similitudes et des différences qui existent entre ces graphiques.

Pour des suggestions de problèmes, reportez-vous à :
Mathematics 10 (Addison-Wesley), pages 228 à 231;
Holtmath 10 (Holt), pages 182 à 185;
Mathematics Principles and Process (Nelson), pages 274 à 279 et 283 à 287.
Pour une gamme d'activités visant à améliorer la compréhension de la variation partielle à l'aide de graphiques et de leur interprétation, dans un contexte de la « vie de tous les jours », reportez-vous à « Using Linear Functions », dans Mathematics Teacher, octobre 1988.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Pour un exemple sur la façon d'utiliser les logiciels tableurs en vue de faciliter le développement de l'interprétation des relations entre deux variables, reportez-vous à « Integrating Spreadsheets into the Mathematics Classroom », dans Mathematics Teacher, novembre 1988. Appleworks et Microsoft Works sont deux ressources de base d'Alberta Education.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : L'exemple qui suit peut faire l'objet d'un projet pour des groupes de deux ou trois élèves.

Supposons que vous soyez devenu le gérant d'un motel, et que vous désirez examiner la possibilité d'augmenter les tarifs des chambres. Il s'agit de déterminer le prix demandé par les concurrents et de présenter ces données à l'aide d'un tableau mettant en relation le tarif par nuit et le nombre moyen de chambres occupées chaque nuit.

T : Tarif par nuit	37	45	53
N : Nombre de chambres occupées	50	40	30

Quel type de relation décrit le mieux cette situation ? Quel tarif est approprié si 45 chambres étaient occupées ? 80 chambres ? 55 chambres ? 10 chambres ? Est-il correct d'interpoler et d'extrapoler de cette façon ? Identifier les facteurs qui sont le plus susceptibles de contribuer au changement du tarif des chambres.

Adapté, avec permission, Computing and Mathematics : The Impact on Secondary School Curricular, copyright 1984, University of Maryland.

Problème : Si on accroît la vitesse moyenne de 25 %, de quelle façon la durée d'un trajet d'une distance donnée sera-t-elle affectée ?

Réponse : Elle sera réduite de 20 %.

Suggérez aux élèves de tracer le graphique de la situation représentée par ce problème en se servant de leurs connaissances de la pente.

Problème : a) Un train voyageant à 100 km/heure met 3 secondes pour entrer dans un tunnel et 30 secondes supplémentaires pour le traverser complètement. Quelle est la longueur de ce train ?

b) Quelle est la longueur du tunnel ?

Réponses : a) 1/12 km b) 5/6 km

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 306 à 309
BMS, 4A : pages 34 à 36 et 97 à 105

REMARQUES

Lors de la présentation de nouvelle matière, la révision des habiletés acquises antérieurement doit se faire lorsque cela s'avère nécessaire. Cette révision ne doit pas constituer une section distincte figurant au début de l'unité.

Les lignes directrices suivantes, élaborées par « l'ASA/SCTM Joint Committee on Statistics and Probability », indiquent les principes dont il faut tenir compte au cours de l'enseignement des statistiques.

1. L'apprentissage doit se faire d'une façon active, et non passive, l'accent devant être mis sur des questions portant sur un sujet quelconque qui fait partie de la réalité des élèves et sur la recherche de méthodes quantitatives pour répondre à ces questions.
2. Les problèmes à résoudre doivent être abordés de plus d'une façon, et une attention particulière doit être portée à la discussion et à l'évaluation de ces diverses méthodes.
3. Lorsque cela s'avère possible, l'étude des statistiques doit porter sur des données réelles.
4. Il faut souligner l'importance, au cours de l'enseignement des statistiques, de l'utilisation d'exemples adéquats, ainsi que de l'intuition.
5. Les sujets choisis seront présentés de façon à permettre aux élèves d'acquérir une certaine expérience du travail avec les données.
6. Les projets doivent faire partie intégrante de l'étude des statistiques.
7. Dans tout travail portant sur les statistiques, l'accent doit être mis sur l'analyse et non sur une réponse unique.
8. L'apprentissage doit se faire progressivement à partir du concret, puis à l'aide d'une représentation visuelle, et enfin, vers l'abstrait.

Les problèmes présentés doivent être des véhicules permettant d'atteindre les objectifs de l'unité d'apprentissage.
L'approfondissement de la matière doit se faire en fonction du coefficient de difficulté des problèmes choisis et de la capacité des élèves. Ceux-ci doivent prendre une part active à l'étude des problèmes; des techniques d'analyse doivent également être présentées, le cas échéant. Il faut inciter les élèves à travailler en équipes et la discussion des interprétations possibles et des conclusions doit jouer un rôle de premier plan dans l'atteinte des objectifs. Il faudrait envisager des méthodes d'évaluation autres qu'un examen écrit.

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que des populations sont représentées par certaines caractéristiques pouvant être déterminées par l'analyse des caractéristiques d'un échantillon représentatif de cette population.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 déterminer un échantillon qui représente adéquatement et avec exactitude une population;

1.2 évaluer des échantillons pour déterminer le gauchissement, la pertinence du type d'échantillon, la quantité de données et le caractère aléatoire;

1.3 faire des inférences au sujet de la population dont un échantillon a été extrait et les exprimer à l'aide du langage des probabilités;

- 1.3.1 déterminer un échantillon valide, concevoir et mener un sondage simple, ainsi que faire une inférence valide par rapport à la population et d'après les résultats obtenus;
- 1.3.2 appuyer ou réfuter une généralisation appliquée à une population, d'après un échantillon.

REMARQUES

Un échantillon est un ensemble de données extraites d'une population et que l'on croit, de ce fait, représentatives de cette population. Il est extrêmement important d'avoir un échantillonnage approprié lors de la cueillette des données, un échantillonnage non représentatif modifiant les statistiques et, de là, toute inférence effectuée d'après l'échantillon pour cette population.

La liste suivante présente les différents types d'échantillonnage. Il importe peu de retenir chacun des types d'échantillonnage, mais l'enseignant doit prendre le temps de les discuter avec les élèves, en fonction des forces et des faiblesses de chacun des types. Lorsque les élèves mènent leurs propres sondages, ils doivent connaître les types d'échantillonnage qu'ils utilisent et être au courant des avantages et des inconvénients qui peuvent en découler.

L'échantillonnage de commodité consiste à recueillir des données auprès d'un groupe facilement accessible.

L'échantillonnage automatique porte sur des personnes qui répondent volontairement aux questions d'un sondage.

Dans le cas d'un échantillonnage dirigé, un expert sélectionne un échantillon qu'il considère comme représentatif.

L'échantillonnage probabiliste comprend un mécanisme permettant d'assurer le caractère aléatoire.

L'échantillonnage par grappes permet de recueillir des données d'un groupe de sujets choisis au hasard à l'intérieur d'une région particulière.

Dans l'échantillonnage stratifié, la population est divisée en groupes identifiables dans lesquels les échantillons sont extraits au hasard.

L'échantillonnage systématique consiste à choisir chaque $n^{ième}$ membre d'une population pour former l'échantillon.

Présentez le concept du gauchissement et discutez-en. Demandez aux élèves d'évaluer des analyses, de mettre en doute le résultat et d'apporter des suggestions en vue d'obtenir des résultats plus probants. Incitez-les à être sceptiques et à se préparer à douter des résultats, ainsi que des méthodes utilisées pour obtenir ces résultats.

Dans le cas des problèmes dans lesquels un échantillon est examiné, énoncez la probabilité des résultats, puis essayez de vérifier l'exactitude de cette probabilité. Si un élève réalise un sondage sur la popularité d'un film, par exemple, et qu'il découvre que 60 % des élèves de l'échantillon choisissent « Rambo 8 » comme le meilleur film des deux derniers mois, ceci pourrait être énoncé de la façon suivante : « La probabilité qu'un élève en particulier estime que « Rambo 8 » représente le meilleur film présenté au cours des deux derniers mois est de 60 % ».

Discutez de la signification de cet énoncé, ainsi que du fait que la probabilité est la possibilité de la réalisation d'un événement. Si les élèves avaient été choisis au hasard, il aurait été alors raisonnable de penser que 60 % d'entre eux choisiraient ce film. Abordez le fait qu'il aurait été invraisemblable de s'attendre à ce que 6 élèves de chaque groupe de dix choisissent le même film, de même que le fait que le pourcentage constitue une moyenne calculée d'après la population totale des élèves.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves d'étudier et de critiquer diverses techniques d'échantillonnage, plus particulièrement celles qui sont employées par les médias, le gouvernement et les maisons de sondage. Donnez-leur des problèmes à résoudre et demandez-leur de concevoir des méthodes d'échantillonnage qui, selon eux, donneront des résultats acceptables, ainsi que des méthodes qui, croient-ils, gauchiront les résultats obtenus d'une façon quelconque.

Exemple :

Afin de déterminer combien de personnes croient réellement qu'un certain médicament contre le mal de tête est plus efficace qu'un autre, quelle structure donneriez-vous à l'échantillon ? Comment

procéderiez-vous pour démontrer que ce médicament est plus efficace hors de tout doute ?

Déterminer si les énoncés suivants font preuve d'un gauchissement possible :
« De toutes les personnes décédées du cancer du poumon en 1977, 70 % avaient fumé la cigarette au cours de leur vie. »

« Quatre dentistes sur les cinq qui ont été interrogés ont recommandé la gomme sans sucre à leurs patients qui aiment la gomme à mâcher. »

Activité : Demandez aux élèves de trouver des articles de journaux traitant de statistiques d'une façon quelconque et discutez de la mesure dans laquelle on peut se fier aux résultats obtenus. Discutez aussi des facteurs qui peuvent influencer de façon défavorable la conclusion de l'auteur, ainsi que des facteurs qui risquent de l'influencer positivement.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Vidéo :
Math Wise (ACCESS) : « Predicting 02 - Choosing a Sample ». Illustre, à l'aide d'exemples, des réalités quotidiennes en fonction desquelles il est important de choisir minutieusement l'échantillon des personnes qui participent à un sondage.

Pour vous aider à souligner l'importance d'une sélection au hasard, reportez-vous à HM10 TRM Lesson Notes, page 109, Introductory Activity N° 1.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 501 à 507
BMS3 : pages 87 à 90

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les données recueillies auprès d'un échantillon doivent être organisées, présentées et analysées, de façon à pouvoir en arriver à des inférences valides.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 identifier une situation, formuler une hypothèse et planifier la cueillette des données;

2.2 organiser les données à l'aide de diagrammes en tiges et feuilles et de diagrammes à boîte et à moustache;

2.3 choisir et calculer les mesures de tendance centrale appropriées aux séries de données;

2.4 représenter des données à l'aide de graphiques appropriés;

2.5 analyser sommairement et visuellement des séries de données présentées à l'aide de diagrammes en tiges et feuilles, de diagrammes à boîte et à moustache et de graphiques;

2.5.1 tirer des conclusions basées sur les analyses visuelles de séries de données, et les soutenir;

2.6 évaluer intuitivement dans quelle mesure on peut se fier aux résultats obtenus par l'analyse des données.

REMARQUES

Les élèves ont eu une certaine expérience des statistiques au premier cycle du secondaire. Plus précisément, ils ont étudié le bon et le mauvais usage des statistiques, le gauchissement dans les sondages, la représentation des données sous forme de pictogrammes, de diagrammes à barres, de diagrammes linéaires et circulaires, de même que la moyenne, la médiane, le mode et l'étendue, ainsi que l'interprétation et l'analyse d'arguments ou de conclusions basés sur l'information statistique; ils ont également réalisé un petit sondage et ont exposé les résultats, et le terme probabilité a été introduit.

Ce concept ne doit pas être enseigné en six parties distinctes. Dans la mesure du possible, il faut associer chaque objectif à une série de données.

Données univariées

Le prix des pizzas (cornets de crème glacée) dans votre région.
Le poids (taille) des joueurs de ligne de l'équipe de football de l'école.
Le nombre de buts marqués par les défenseurs de la LNH.
La taille des immeubles les plus élevés à Calgary/Edmonton.
Le nombre de semaines au palmarès des chansons (vidéos, films) à succès.

Le nombre annuel de jours de pluie (sans gel) dans la région.
Les populations urbaine et rurale du comté (district municipal).
Les livres annuels et les almanachs qui se trouvent à la bibliothèque de l'école constituent les sources d'informations pour les problèmes de ce type, tout comme Exploring Data, publié par Dale Seymour, les livres des records sportifs, les ouvrages portant sur le cinéma, les disques et les spectacles, de même que les journaux et les magazines. Les élèves peuvent aussi rencontrer des problèmes dans d'autres cours, les études sociales par exemple, qui se prêtent à un examen dans le cadre de cette unité d'apprentissage.

Cueillette

La cueillette des données peut s'accomplir à l'aide d'un sondage auprès d'un groupe particulier, d'une recherche sur un sujet à l'aide des ressources de la bibliothèque, ou de l'obtention de données sous une forme quelconque. Dans le cas d'un sondage, vous pouvez discuter de la façon dont les données sont recueillies, c'est-à-dire en personne ou par téléphone. La méthode employée peut-elle influencer d'une façon quelconque les résultats obtenus ?

La liste ci-dessous comprend certaines caractéristiques humaines pouvant faire l'objet d'une recherche.

I	Caractéristiques génétiques	II	Caractéristiques acquises
1.	La couleur des yeux (préciser)	1.	Les préférences
2.	La couleur des cheveux (préciser)	2.	La propriété (d'une guitare par exemple)
3.	Le sexe	3.	Le nombre de biens en particulier qu'on possède
4.	Le type de la langue (enroulée)	4.	Le nombre d'heures de sommeil
5.	Les cheveux	5.	Le nom (les initiales ou le nombre de lettres)
6.	Le type du pouce (« le pouce de l'auto-stoppeur »)	6.	La taille des vêtements (les chaussures par exemple)
7.	Le type d'oreille (lobe)	7.	L'anniversaire (à l'aide d'un calendrier perpétuel, déterminer la journée de la naissance, l'heure de la journée)
8.	Les fossettes (menton/joues)	8.	L'âge (année et mois, 15,6 ans, par exemple)
9.	Taches de rousseur (pas du tout, un peu, beaucoup)		
10.	La manualité (droitier ou gaucher)		
11.	Dominance oculaire (oeil droit ou oeil gauche)		
12.	La relation entre les doigts (longueurs relatives de l'annulaire et de l'auriculaire)		
13.	Poignée de main (mains repliées, doigts palmés, le pouce qui se trouve sur le dessus)		

Tiré, avec permission, de « Applications in School Mathematics : Human Variability », dans Applications in School Mathematics, copyright 1979, National Council of Teachers of Mathematics.

Pour de courtes descriptions de projets scolaires, reportez-vous également à « Projects », dans Teaching Statistics and Probability.

Organisation et présentation : Les diagrammes en tiges et feuilles servent à organiser des données d'une façon qui permet d'éviter la perte des données. La façon la plus simple de construire un diagramme en tiges et feuilles consiste à écrire les tiges, ce qui représente tous les chiffres à l'exception des unités, puis tous les chiffres des unités sont des feuilles. Pour les données suivantes, par exemple : 328, 335, 341, 326, 345, 365, 329, 357, 361, 345, 339, 367, les tiges sont les nombres 32, 33, 34, 35 et 36. Ces nombres sont écrits sous forme de colonne à gauche d'une ligne verticale. À l'examen des données, le dernier chiffre (l'unité) est placé à côté de la tige appropriée à droite de la verticale.

Le diagramme en tiges et feuilles représentant les données ci-dessus serait comme suit :

32	8 6 9
33	5 9
34	1 5 5
35	7
36	5 1 7

Il s'avère plus utile de placer les feuilles dans un ordre ascendant. Ceci facilitera la détermination de la médiane par exemple. Le diagramme en tiges et feuilles ci-dessus deviendrait le suivant :

32	6 8 9
33	5 9
34	1 5 5
35	7
36	1 5 7

Les diagrammes en tiges et feuilles indiquent certaines caractéristiques d'une série de données, y compris les valeurs maximum et minimum, tout en donnant une idée générale de la distribution. Il est aussi possible d'apercevoir les regroupements de données et de voir instantanément la position relative d'un élément important.

Il est parfois utile de comparer deux séries de données sur un diagramme unique. Ce qui suit, par exemple, représente les notes obtenues à un même examen par les élèves de deux classes différentes :

Classe A
65, 56, 78, 98, 78, 67, 77, 75, 74, 64, 60, 51, 82, 80.

Classe B
54, 76, 65, 87, 63, 62, 50, 58, 46, 69, 76, 79, 81, 72.

Le diagramme en tiges et feuilles dos-à-dos est le suivant :

6	4	
8 4 0	5	1 6
9 5 2 3	6	0 4 5 7
9 6 6 2	7	4 5 7 8 8
7 1	8	0 2
	9	8

À partir de ce diagramme, il est possible de comparer instantanément les résultats obtenus par les élèves des deux classes.

Pour un aperçu plus détaillé des diagrammes en tiges et feuilles, reportez-vous à Exploring Data, de la Quantitative Literacy Series publiée par Dale Seymour. Reportez-vous également à « Stem-and-Leaf Plots », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action ».

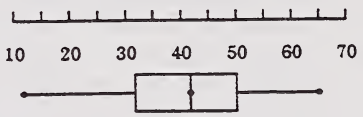
Les diagrammes à boîte et à moustache sont utiles, puisqu'en renfermant la plus grande partie des données, ils les font ainsi ressortir. Ils indiquent également les valeurs extrêmes par des lignes menées jusqu'à celles-ci. Les diagrammes à boîte et à moustache seront utilisés plus tard pour examiner les intervalles de confiance, mais ils peuvent dès maintenant servir à organiser les données et à comparer deux séries de données ou plus.

La méthode de construction d'un diagramme à boîte et à moustache est la suivante :

1. Déterminer la médiane des données.
2. Déterminer la médiane de la moitié supérieure des données, ou quartile supérieur.
3. Déterminer la médiane de la moitié inférieure des données, ou quartile inférieur.
4. Déterminer les valeurs extrêmes des données.
5. Sur ou au-dessous d'une droite numérique, indiquer la médiane, les quartiles et les extrêmes.
6. Tracer une boîte entre les deux quartiles. Indiquer la médiane à l'intérieur de cette boîte. À partir des quartiles, tracer les « moustaches » jusqu'aux valeurs extrêmes.

Exemple :

Il a été établi, d'après une série de données, que la médiane est 42, le quartile inférieur 31, le quartile supérieur 50 et les extrêmes 11 et 65. Tracer un diagramme à boîte et à moustache illustrant ceci.



Les diagrammes à boîte et à moustache peuvent représenter adéquatement les différences entre certaines séries de données et, à l'encontre des diagrammes en tiges et feuilles, ils ne sont pas limités à une comparaison de deux séries. En plaçant les boîtes d'un certain nombre de séries de données l'une au-dessus de l'autre, il est possible de comparer les plus grandes parties des données, ainsi que de comparer les médianes et les extrêmes.

Pour de plus amples informations, reportez-vous à Exploring Data, de la Quantitative Literacy Series publiée par Dale Seymour. Reportez-vous également à « Exploring Baseball Data », dans Mathematics Teacher, octobre 1987 et à « Exploring Data with Box Plots », dans Mathematics Teacher, novembre 1988.

Les élèves ont une certaine expérience des pictogrammes, des diagrammes à barres, ainsi que des diagrammes linéaires et circulaires. On peut dessiner un histogramme en plaçant un diagramme en tiges et feuilles de côté.

Analyse : Les élèves ont passé un certain temps à calculer les mesures de tendance centrale. Par conséquent, l'accent doit être mis sur l'utilisation de ces mesures en tant que forme d'analyse.

Parmi les suggestions faites pour chaque méthode organisationnelle déjà mentionnée, certaines ont trait à l'analyse. Incitez les élèves à étudier la représentation des données et à formuler des conclusions. Demandez-leur de justifier leur analyse et de l'examiner d'un œil critique.

Discutez avec les élèves de l'utilisation de la moyenne en tant que nombre unique servant à décrire une série complète de données. Ceux-ci sauront comment déterminer les « moyennes » (arithmétiques). L'accent devrait être mis sur la détermination et l'utilisation des médianes. Celles-ci peuvent être déterminées directement d'après des diagrammes en tiges et feuilles et utilisées dans des diagrammes à boîte et à moustache.

L'utilisation de l'étendue en tant que mesure de dispersion est particulièrement importante lorsque les extrêmes sont indiqués sur un diagrammes à boîte et à moustache. À ce stade, la présentation des autres mesures de dispersion importe peu. Toutefois, le concept peut être discuté lorsque les élèves étudieront les données représentées sous forme de diagrammes en tiges et feuilles et de diagrammes à boîte et à moustache.

Donnez un exemple comme celui qui suit, afin de discuter de la signification des diverses « moyennes » et de leur application respective, ce qui aidera les élèves à comprendre.

Le président d'une entreprise comprenant 10 personnes a déclaré au syndicat qu'il n'y a pas lieu d'augmenter les salaires, la moyenne salariale de cette compagnie se situant à 38 400 $ par an. Le directeur est en désaccord et il a affirmé que la moyenne salariale n'est en réalité que de 30 000 $ par an. Le chef du syndicat des secrétaires a pour sa part déclaré que cette moyenne n'est que de 20 000 $ par an. Lequel des trois a raison ? La liste des salaires est donnée ci-dessous. De quelle façon croyez-vous que chaque personne a calculé sa « moyenne » ? Dans ce cas particulier, quelle est la moyenne appropriée ? Pourquoi ?

Président	150 000	$
Directeur	50 000	
2 représentants des ventes	40 000	chacun(e)
4 secrétaires	20 000	chacun(e)
2 commis	12 000	chacun

Les inférences : L'inférence statistique est le processus qui consiste à tirer une conclusion ou à faire des affirmations au sujet d'une population, d'après les résultats obtenus à partir d'un échantillon.

L'évaluation de la certitude : Présentez le terme « certitude » comme une mesure en fonction de laquelle on peut considérer les résultats obtenus comme vrais. À ce propos, il faut tenir compte de l'intuition.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Exemple d'une hypothèse : Il y a plus de _____(marque de voiture) dans la ville de _____que de _____, _____ et _____ (trois autres marques de voitures semblables). Élaborez une méthode permettant de déterminer la validité de cette hypothèse.

L'activité suivante peut servir à renforcer les habiletés et la compréhension que les élèves ont pu développer au cours de leur projet en classe.

Activité : Exemple de résultats scolaires. Les données suivantes représentent les notes obtenues à un examen par les élèves de deux classes différentes. Chaque classe compte 20 élèves.

Classe A :

82, 78, 57, 91, 29, 80, 85, 49, 82, 67,
99, 68, 83, 12, 87, 86, 38, 81, 58, 79

Classe B :

72, 82, 74, 84, 81, 84, 76, 12, 72, 71,
70, 93, 13, 90, 80, 73, 91, 70, 99, 88

En premier lieu, demandez aux élèves d'examiner les données. À première vue, ils peuvent penser qu'il n'existe aucune différence évidente entre ces deux classes. Dans les deux cas, par exemple, les notes minimum et maximum sont 99 et 12. La note moyenne de la classe A est de 69,55 et celle de la classe B 73,75. Toutefois, la médiane de la classe A est 79,5, tandis qu'elle se situe à 78,0 pour la classe B. L'une de ces deux mesures est-elle plus représentative ?

Demandez aux élèves de construire un diagramme en tiges et feuilles dos-à-dos.

Diagramme en tiges et feuilles dos à dos représentant les notes des classes A et B

Classe A		Classe B
2	1	23
9	2	
8	3	
9	4	
87	5	
87	6	
98	7	00122346
76532210	8	012448
91	9	0139

Un modèle quelconque commence-t-il à émerger de ces deux représentations ? Discutez-en.

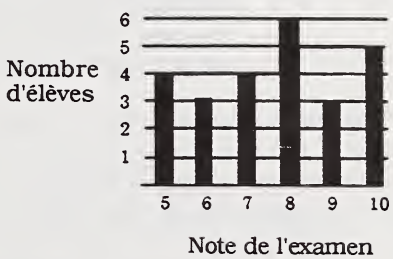
Adapté, avec permission, de « Realistic Examples in Elementary Statistics », dans Mathematics Teacher, copyright décembre 1987, National Council of Teachers of Mathematics.

Problèmes : Les problèmes suivants peuvent servir de révision partielle des mesures de tendance centrale et de l'interprétation graphique.

a) Cinq copies d'examen sur lesquelles les notes étaient inscrites ont été égarées; par ailleurs, un sommaire des cinq copies égarées indique que le mode était 90, la médiane 85 et la moyenne 83. Si ces notes étaient sous la forme de nombres entiers naturels de 0 à 100, quelle est la plus basse note possible sur ces copies d'examens égarées ?

Réponse : 50.

b) Déterminer la moyenne (arithmétique) des notes obtenues à cet examen, au nombre entier naturel près.



Réponse : $\frac{191}{25} \approx 8$

Pour un choix de **problèmes**, reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, pages 72 et 73, n^{os} 3 et 7.

Note : Pour les directives et les applications associées au diagramme en tiges et feuilles, reportez-vous à Exploring Data. Pour des activités visant à faciliter le développement de techniques de création et d'interprétation des diagrammes en tiges et feuilles, reportez-vous à « Stem-and-Leaf Plots », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action ».

Pour une gamme d'activités visant à développer les habiletés des élèves à créer des diagrammes en tiges et feuilles, reportez-vous à « Exploring Data with Box Plots », dans Mathematics Teacher, novembre 1988.

Pour une application du diagramme en tiges et feuilles et des diagrammes à boîte et à moustache, reportez-vous à l'article, « Exploring Baseball Data », dans Mathematics Teacher, octobre 1987.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Vidéo :

- Math Wise (ACCESS) : « Locating/Interpreting 01- Organizing Information ». Comprend des exemples de la vie courante dans lesquels l'organisation des informations disponibles est importante.

- « Locating/Interpreting 02 -Graphs ».
  Comprend des exemples tirés de la vie courante illustrant l'importance d'être en mesure de créer et d'interpréter des graphiques.

- « Predicting 03 - Averages »
  Comprend des exemples de la vie courante illustrant l'importance de comprendre la signification de moyenne, de même que la relation entre celle-ci et les valeurs individuelles d'une série de données dont elle représente la moyenne. Discutez de la moyenne en tant que moyenne arithmétique et mode.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 507 à 547
BMS3 : pages 106 à 150

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il peut y avoir des relations entre certains angles et qu'il est possible de déterminer ces relations en identifiant les caractéristiques particulières des segments qui les forment.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 employer les termes suivants : parallèle, perpendiculaire, sécante, angles correspondants, angles alternes et angles intérieurs;

1.2 calculer les mesures des angles à l'aide des relations entre des angles opposés par le sommet;

1.2.1 vérifier si des angles opposés par le sommet sont égaux;

1.3 se servir des relations entre des angles formés par des droites parallèles et une sécante;

1.3.1 vérifier les relations entre les angles formés par l'intersection de droites parallèles et d'une sécante.

REMARQUES

Lors de la présentation de nouvelle matière, la révision des techniques apprises antérieurement doit se faire lorsque cela s'avère nécessaire. Cette révision ne doit pas constituer une section distincte figurant au début de l'unité. Présentez et utilisez la terminologie adéquate dans le contexte approprié. Pour une définition exacte des termes employés, reportez-vous au Mathematics Dictionary, 4e édition, James & James.

Faites appel aux connaissances des élèves concernant la somme des angles d'un triangle, de même qu'aux concepts récemment étudiés pour élaborer des problèmes comportant des angles opposés par le sommet, des droites parallèles et des triangles.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité 1.2 : Demandez aux élèves de tracer plusieurs ensembles d'angles opposés par le sommet, de les identifier correctement et de mesurer chacun des quatre angles dans chaque diagramme. Généralisez d'après ces mesures.

Activité 1.2 : À titre d'activité intuitive et de présentation du nouveau concept, les élèves peuvent tout simplement tracer deux droites qui se coupent, puis placer leurs crayons le long de l'une de ces droites, en tenant celui-ci au point d'intersection. En ne tenant compte que d'un seul des angles opposés par le sommet, faire ensuite pivoter le crayon jusqu'à ce qu'il se trouve maintenant le long du second rayon de l'angle. Quelle est la relation entre la droite formée par le crayon et le rayon du second angle opposé par le sommet ? Les angles de rotation de chacun des deux côtés du point d'intersection sont-ils identiques ?

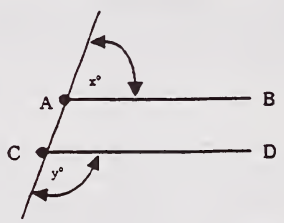
Problème 1.3 : La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 71, n° 29.

Activité 1.2 : Demandez aux élèves de tracer deux droites parallèles et une sécante. Mesurer chacun des huit angles formés et généraliser les relations.

Problème 1.3 : Combinaison de l'algèbre et de la géométrie

Les problèmes suivants approfondissent l'aspect géométrique des situations présentées par l'introduction de l'algèbre. Ils peuvent être résolus par la méthode d'essais et de vérifications (tâtonnements). Incitez les élèves à écrire les équations appropriées, puis à décrire brièvement les relations géométriques servant de base à ces équations.

a)

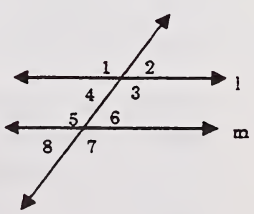


Étant donné AB ∥ CD
y = 3x

Quelle est la mesure de ∠ ACD en degrés ?

Réponse : 45°.

b) l ∥ m, m ∠ 4 = 8x + 4, m ∠ 8 = 5x + 25. Calculer m ∠ 2.



Réponse : 60°.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst) fournit des occasions de construction exploratoire et de mesurage.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Activité 1.3 :
Discutez avec les élèves de la raison pour laquelle la technique de construction de droites parallèles fonctionne efficacement; autrement dit, une méthode de construction possible implique la construction d'angles correspondants congruents.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

PC2 : pages 61 à 66

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'on peut identifier les triangles de façon unique à l'aide des combinaisons appropriées de côtés et d'angles.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 construire un triangle étant donné deux côtés et l'angle compris (CAC), ou trois côtés (CCC), ou encore deux angles et un côté (ACA);

2.1.1. vérifier si n'importe laquelle de ces trois conditions (CAC, CCC et ACA) détermine un triangle de façon unique.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Problème : Le problème suivant peut servir à rappeler aux élèves quelques-unes des conditions relatives aux longueurs des côtés des triangles.

Un câble mesurant 8 cm de longueur doit être coupé en trois parties qui formeront les côtés d'un triangle. Si les longueurs de ces trois parties sont des nombres entiers naturels, quelle est la longueur du plus petit côté ?

Réponse : 2 cm.

De quel type est ce triangle ? N'y a-t-il qu'une seule solution si les mesures des côtés sont des nombres entiers naturels ? L'une des approches possibles consiste à établir une table des longueurs pour les côtés, puis de la compléter systématiquement à l'aide de la méthode d'essais et de vérifications. Demandez aux élèves de tenter, à l'aide d'une règle et d'un compas, de construire ce triangle d'après la table de valeurs.

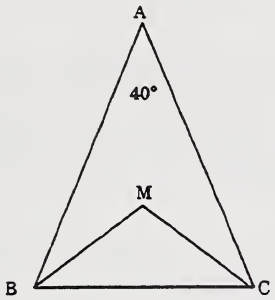
UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciels :
Geometric preSupposer : Points and Lines et Geometric Supposer : Triangles (tous deux de Sunburst) donnent de nombreuses occasions d'exploration. « Triangles » est plus adéquat.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Étant donné un diagramme, une illustration, une photo ou encore la description d'une situation, demandez aux élèves d'indiquer quels aspects de la géométrie (angles, droites parallèles, congruence) y jouent un rôle.

Problème : L'un des angles d'un triangle mesure 40°. Quelle est la mesure de l'angle formé par les bissectrices des deux autres angles ?



Réponse : m ∠ BMC = 110°

Ce problème demande de concevoir certaines des relations qui existent entre les angles. Il peut être résolu à l'aide d'une méthode d'essais et de vérifications, ou encore algébriquement.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 432 à 434
BMS, 4B : pages 52 à 56

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les triangles semblables possèdent la même forme mais qu'ils peuvent être de taille différente, que leurs angles sont égaux et que les rapports entre leurs côtés correspondants sont égaux, et que les triangles congruents sont des triangles semblables de même grandeur.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.1 calculer les longueurs des côtés inconnus à l'aide de la relation entre les longueurs des côtés des triangles semblables;
- 3.1.1 vérifier si les rapports entre les côtés correspondants de triangles semblables sont égaux;
- 3.1.2. résoudre des problèmes à l'aide des relations qui existent entre les côtés des triangles semblables;

3.2 identifier le postulat permettant de démontrer la congruence de deux triangles.

REMARQUES

Les trois conditions nécessaires à la congruence des triangles sont les suivantes :

CCC - les côtés correspondants sont égaux
CAC - deux des côtés correspondants et l'angle qu'ils forment sont égaux
ACA - deux des angles et le côté entre leur sommets sont égaux.

Définissez les triangles semblables comme des triangles dont les angles correspondants sont égaux.

Deux triangles sont dits congruents si l'un de ces triangles peut coïncider avec l'autre lorsqu'on le déplace dans l'espace sans le modifier. Il s'agit de montrer aux élèves que la congruence n'existe que si un triangle coïncide exactement avec un autre.

Présentez aux élèves les abréviations des conditions nécessaires à la congruence, soit CCC, CAC et ACA. À ce stade, vous pouvez également présenter les conventions associées à la notation de la congruence et à la représentation de celle-ci sur des diagrammes.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité 3.1 : Sur une feuille de calcul, donnez aux élèves des « éléments » à partir desquels ils doivent tenter de construire des triangles. Ces éléments sont :

1) trois côtés;
2) deux côtés et un angle compris entre ceux-ci;
3) deux côtés et un angle non compris entre ceux-ci;

4) deux angles et le côté entre les sommets de ceux-ci;
5) deux angles et le côté non compris entre les sommets de ceux-ci;
6) trois angles.

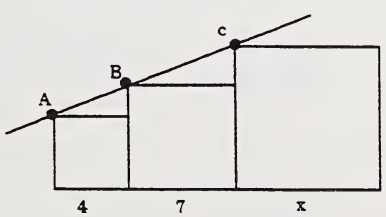
Demandez aux élèves de travailler en groupes et de comparer leurs triangles en fonction de chacune des conditions mentionnées ci-dessus, à la fois à l'intérieur de leurs groupes et avec les autres élèves de la classe. Quelles conditions mènent à une congruence des triangles ? Ces conditions produisent-elles toujours une congruence ? Quelles conditions ne peuvent jamais assurer la congruence ? Pour quelle raison ?

Activité : Créer des paires de triangles semblables. Mesurer les côtés. Déterminer les trois rapports entre les côtés de chaque triangle et comparez. Discuter de la raison de l'égalité de ces rapports.

Activité : Étudiez des cas de la vie courante impliquant la similitude de triangles. Cette similitude, par exemple, est illustrée par une planche à repasser qui demeure à l'horizontale lorsqu'on la relève et l'abaisse.

Activité : Mentionnez que la similitude se produit chaque fois qu'un triangle est un agrandissement ou une réduction d'un autre. Discutez et déterminez si les relations entre les rapports de côtés correspondants s'appliquent ou non à des paires d'autres polygones semblables.

Problème : Si les trois sommets A, B et C des trois carrés adjacents sont colinéaires, calculer la valeur de x.



Réponse : $x = \frac{49}{4}$

Pour résoudre ce problème, nous devons savoir que les triangles sont semblables. Les carrés sont-il semblables eux aussi ? Les carrés sont-ils tous semblables ?

Reportez-vous à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, page 69, n° 15 et page 72, n° 1.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciels :
Geometric preSupposer : Points and Lines et Geometric Supposer : Triangles (tous deux de Sunburst) donnent de nombreuses occasions d'exploration. « Triangles » est plus adéquat.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Activité : Mesurer la hauteur du mât du drapeau de l'école (ou de tout autre objet de grande taille).
Lors d'une journée ensoleillée, demandez à un élève de se tenir debout à côté du mât et à un second élève de mesurer la taille de son ombre. Mesurer également la taille de l'ombre du mât, ainsi que la taille du premier élève. Demandez aux élèves de tracer des diagrammes appropriés illustrant les conditions de similitude, puis de résoudre le problème en déterminant la hauteur du mât. Comparez les résultats obtenus par les différents groupes d'élèves. Comparez la hauteur qui a été calculée avec celle qui est indiquée dans les registres de l'école.

Pour une discussion plus détaillée, reportez-vous à « How High is a Flagpole ? », dans Activities for Junior High School and Middle School Mathematics.

La feuille de papier rectangulaire de format métrique standard a une propriété particulière. Lorsqu'on la plie en deux, les deux nouveaux rectangles (plus petits) ainsi créés ont une forme semblable à celle de la feuille originale. Demandez aux élèves de déterminer le rapport longueur-largeur nécessaire à cette similitude. Demandez-leur également de déterminer si cette similitude peut se produire avec le papier de plus petit format utilisé pour prendre des notes.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 427 à 431 et 508 à 515
BMS, 4B : pages 37 à 51 et 91 à 98

TEXTES DE CORRÉLATION
GAGE EDUCATIONAL PUBLISHING COMPAGNY
MATHEMATICS FOR A MODERN WORLD
(Book Two, Third Edition, Revised)

Pages	Unité d'apprentissage	Objectif d'apprentissage	Pages du guide
2 à 4	Number Skills	1.1	177 à 182
6 et 7	Number Skills	1.1	177 à 182
10 à 13	Number Skills	1.1	177 à 182
14 et 15	Polynomials and Factoring	1.2	194 à 199
16 à 24	Number Skills	1.1	177 à 182
26 à 29	Number Skills	1.1	177 à 182
30 et 31	Number Skills	1.2	183 à 188
32 à 35	Number Skills	2	191 à 193
36 et 37	Scientific Notation		
38 à 40	Number Skills	1	177 à 182
P2 à P5	Polynomials and Factoring	3.1	203 à 206
P6	Polynomials and Factoring	3.2	207 à 213
P7	Polynomials and Factoring	4.1	216 à 220
P8 et P9	Polynomials and Factoring	3.2	207 à 213
P10 et P11	Polynomials and Factoring	4.1	216 à 220
P12 et P13	Solving Equations		
44 et 45	Polynomials and Factoring	3.1	203 à 206
46 et 47	Polynomials and Factoring	2.1, 2.2, 2.3	200 à 202
48 et 49	Polynomials and Factoring	3.2	207 à 213
50 à 52	Solving Equations		
56 à 59	Number Skills	1.3	189 et 190
60 à 65	Square Root: Pythagorean Theorem, Formulae and Newton's Method		
70 et 71	Graphing Ordered Pairs		
72 à 77	Coordinate Geometry and Graphing	1.1, 1.2	221 à 226
74	Coordinate Geometry and Graphing	2.6	239
78 et 79	Coordinate Geometry and Graphing	1.3	227 et 228
82 à 85	Statistics	1.1, 1.2, 1.3	250 à 253
86 à 95	Statistics	2.1, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6	254 à 262
94 et 95	Statistics	1.3	250 à 253
100 à 103	Polynomials and Factoring	3.2, 3.3, 3.4	207 à 213
104 à 108	Polynomials and Factoring	4	216 à 220
112 et 113	Polynomials and Factoring	3.5	214 et 215
114 et 115	Dividing a Polynomial by a Binomial		
116 et 117	Rational Expressions		
119 à 126	Review		
128 à 137	Relations	1	240 à 246
136 et 137	Coordinate Geometry and Graphing	2.1	231 et 232
138 à 141	Graphing Non-Linear Relations		
146 à 149	Coordinate Geometry and Graphing	2.4, 2.5	235 à 238
148 et 149	Coordinate Geometry and Graphing	2.2, 2.3	233 et 234
149	Coordinate Geometry and Graphing	2.6	239
155 et 166	Solving Pairs of Linear Equations		
167 à 182	Solving Word Problems		
168 et 169	Polynomials and Factoring	1.3	194 à 199
184 à 198	Number Skills	1.2	183 à 188
199 à 218	Personal Finance		
219 à 234	Earning Money		
235 à 242	Review		
244 à 251	Ratio, Proportion, Rates		
252 à 255	Relations	2	247 à 249
260 à 262	Basic Geometric Constructions		
263 à 265	Geometry	1.1, 1.2	263 à 265
266 et 267	Triangles (Review)		
268 à 271	Geometry	1.1, 1.3	263 à 265
272 à 275	Quadrilaterals		
282 à 294	Geometry	3	268 à 270
286 à 294	Geometry	2	266 et 267
299 à 312	Circle Geometry		
314 à 317	Geometry	3.1	268 à 270
318 à 332	Trigonometry		
333 à 342	Matrices		
343 à 352	Review		

TEXTES DE CORRÉLATION
NELSON CANADA
MATHMATTERS
(Book Two, Alberta Edition)

Pages	Unité d'apprentissage	Objectif d'apprentissage	Pages du guide
2 à 5	Diagrams and Patterns in Numbers		
6 à 22	Number Skills	1.1	177 à 182
23 à 27	Number Skills	2	191 à 193
28 à 30	Number Skills	1.2	183 à 188
31 à 33	Number Skills	1.1	177 à 182
33 et 34	Number Skills	1.2	183 à 188
35	Number Skills	1.1	177 à 182
41 à 49	Charts - Reading		
50 à 53	Number Skills	1.3	189 et 190
54 à 59	Pythagorean Theorem		
60 à 67	Programming		
64	Number Skills	1.3	189 et 190
74 à 83	Number Skills	1.1	177 à 182
84 à 86	Algebra - Vocabulary		
87 et 88	Polynomials and Factoring	1.2	194 à 199
89 à 91	Polynomials and Factoring	3.1	203 à 206
92 à 94	Polynomials and Factoring	1.2	194 à 199
95 à 100	Polynomials and Factoring	2	200 à 202
98 à 100	Number Skills	2	191 à 193
106 à 111	Polynomials and Factoring	3.2	207 à 213
112 et 113	Polynomials and Factoring	1.2	194 à 199
114 à 116	Polynomials and Factoring	3.5	214 et 215
117	Polynomials and Factoring	1.2	194 à 199
118 à 120	Polynomials and Factoring	3.2	207 à 213
120	Polynomials and Factoring	3.5	214 et 215
121 à 123	Polynomials and Factoring	4.1	216 à 220
124	Number Skills	1.1	177 à 182
125 à 128	Polynomials and Factoring	3.3, 3.4	207 à 213
129 à 134	Polynomials and Factoring	4	216 à 220
140 à 142	Graphing Ordered Pairs		
143 à 156	Relations	1	240 à 246
148 à 150	Coordinate Geometry and Graphing	2.1	231 et 232
158 à 162	Non-Linear Graphing		
163 à 166	Coordinate Geometry and Graphing	1.3	227 et 228
167 à 169	Functions		
175 à 182	Coordinate Geometry and Graphing	1.1, 1.2	221 à 226
183 à 185	Coordinate Geometry and Graphing	2.2, 2.3	233 et 234
186 à 189	Coordinate Geometry and Graphing	1.1	221 à 226
190 à 195	Coordinate Geometry and Graphing	2.4, 2.5	235 à 238
196	Coordinate Geometry and Graphing	2.6	239
199 à 219	Ratio and Proportion		
220 à 224	Relations	2.1	247 à 249
225 à 227	Direct Squared Variation		
228 à 239	Relation	2.1, 2.2	247 à 249
245 à 247	Statistics	1	250 à 253
248 à 266	Statistics	2	254 à 262
267 à 273	Scatter Plots and Line Fitting		
274 à 284	Probability		
290 à 294	Geometry	1.1, 1.2	263 à 265
295 à 302	Geometric Constructions: Angles		
303 à 307	Quadrilaterals		
308 à 312	Geometric Constructions: Perpendiculars		
313 à 315	Geometry	1.3	263 à 265
316 et 317	Geometric Constructions: Congruent Line Segments and Angles		
318 et 319	Geometry	2	266 et 267
320 à 323	Geometry	3	268 à 270

TEXTES DE CORRÉLATION
ÉDITIONS DU TRÉCARRÉ
MATHÉMATIQUES POUR UN MONDE MODERNE
(livre 2)

Pages	Unité d'apprentissage	Objectif d'apprentissage	Pages du guide
2 à 4	Ensembles de nombres	1.1	177 à 182
6 et 7	Ensembles de nombres	1.1	177 à 182
10 à 13	Ensembles de nombres	1.1	177 à 182
14 et 15	Les polynômes : opération et factorisation	1.2	194 à 199
16 à 24	Ensembles de nombres	1.1	177 à 182
26 à 29	Ensembles de nombres	1.1	177 à 182
30 et 31	Ensembles de nombres	1.2	183 à 188
32 à 35	Ensembles de nombres	2	191 à 193
36 et 37	La notation scientifique		
38 à 40	Ensembles de nombres	1	177 à 182
44 et 45	Les polynômes : opération et factorisation	3.1	203 à 206
46 et 47	Les polynômes : opération et factorisation	2.1, 2.2, 2.3	200 à 202
48 et 49	Les polynômes : opération et factorisation	3.2	207 à 213
50 à 52	La résolution d'équations		
56 à 59	Ensembles de nombres	1.3	189 et 190
60 à 65	La racine carrée : le Théorème de Pythagore; les formules et la Méthode de Newton		
70 et 71	La représentation de couples		
72 à 77	Les coordonnées géométriques	1.1, 1.2	221 à 226
74	Les coordonnées géométriques	2.6	239
78 et 79	Les coordonnées géométriques	1.3	227 et 228
82 à 85	Notions de statistiques	1.1, 1.2, 1.3	250 à 253
86 à 95	Notions de statistiques	2.1, 2.3, 2.4, 2.5, 2.6	254 à 262
94 et 95	Notions de statistiques	1.3	250 à 253
100 à 103	Les polynômes : opération et factorisation	3.2, 3.3, 3.4	201 à 213
104 à 108	Les polynômes : opération et factorisation	4	216 à 220
112 et 113	Les polynômes : opération et factorisation	3.5	214 et 215
114 et 115	La division d'un polynôme par un binôme		
116 et 117	Les expressions et les nombres rationnels		
119 à 126	La revision		
128 à 137	Les relations	1	240 à 246
136 et 137	Les coordonnées géométriques	2.1	231 et 232
138 à 141	Traçage des graphiques de relations non linéaires		
146 à 149	Les coordonnées géométriques	2.4, 2.5	235 à 238
148 et 149	Les coordonnées géométriques	2.2, 2.3	233 et 234
149	Les coordonnées géométriques	2.6	239
155 à 166	La résolution des paires d'équations linéaires		
167 à 182	La résolution de problèmes écrits		
168 et 169	Les polynômes : opération et factorisation	1.3	194 à 199
184 à 198	Ensembles de nombres	1.2	183 à 188
199 à 218	Les finances personnelles		
219 à 234	Les salaires et les revenus		
235 à 242	La revision		
244 à 251	Les rapports, les proportions et les taux		
252 à 255	Les relations	2	247 à 249
260 à 262	Les constructions géométriques de base		
263 à 265	La géométrie	1.1, 1.2	263 à 265
266 et 267	Les triangles : revision		
268 à 271	La géométrie	1.1, 1.3	263 à 265
272 à 275	Les quadrilatères		
282 à 294	La géométrie	3	268 à 270
286 à 294	La géométrie	2	266 et 267
299 à 312	La géométrie circulaire		
314 à 317	La géométrie	3.1	268 à 270
318 à 332	La trigonométrie		
333 à 342	Les matrices		
343 à 352	La revision		

MATHÉMATIQUES 14

DEGRÉS D'IMPORTANCE DES COMPOSANTES DU PROGRAMME

Matière obligatoire

La majeure partie du contenu des cours de mathématiques de niveau secondaire est composée de sujets qui sont obligatoires pour tous les élèves. La **matière obligatoire** représente 80 % du cours et comprend les concepts, les habiletés et les attitudes que tous les élèves doivent posséder et apprendre. De plus, la matière obligatoire comprend la maîtrise de certaines méthodes particulières de résolution de problèmes et d'utilisation de la technologie.

Matière facultative

Chaque cours comprend également une partie qui constitue 20 % du contenu total et qui est composée de **matière facultative** compatible avec le contenu et les exigences de la partie obligatoire. La raison d'être de cette matière facultative consiste à permettre d'introduire des notions théoriques ou des activités expérimentales d'enrichissement, de rattrapage ou d'innovation. Il ne s'agit pas de fournir aux élèves une accélération ni des équivalences de cours. L'approfondissement horizontal et l'enrichissement sont toutefois indiqués et des ouvrages facultatifs répondant aux exigences et aux intérêts des élèves doivent être mis à leur disposition.

Degré d'importance suggéré (en %) pour la matière obligatoire de Mathématiques 14

Unité d'apprentissage	Degré d'importance suggéré (en %)
Rapport et proportion	15
Statistiques et probabilité	25
Géométrie	25
Mesures	15
Algèbre et représentation graphique	20

RAPPORT ET PROPORTION
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 15 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'un rapport constitue une façon de comparer les grandeurs relatives de deux quantités.	Les élèves devront être en mesure de comparer deux quantités à l'aide de rapports de la forme a/b, a:b et a à b.		290 à 292
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que le taux est un rapport entre des quantités qui ont des unités distinctes.	Les élèves devront être en mesure de calculer des taux et des taux unitaires.	Les élèves devront résoudre des problèmes comportant l'utilisation de taux et de taux unitaires.	293 à 295
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les proportions sont des équations composées de rapports équivalents.	Les élèves devront être en mesure de calculer la valeur inconnue d'une proportion.	Les élèves devront résoudre des problèmes à l'aide des proportions.	296 à 297
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'un pourcentage est un rapport dans lequel une quantité est comparée à 100.	Les élèves devront être en mesure d'exprimer des rapports sous la forme de pourcentages et de décimales, et vice-versa. Les élèves devront être en mesure d'évaluer l'élément inconnu dans un calcul de pourcentage.	Les élèves devront résoudre des problèmes comportant l'utilisation de pourcentages.	298 à 301

STATISTIQUES ET PROBABILITÉ
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 25 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les données recueillies d'après un échantillon doivent être organisées, présentées et analysées de façon à pouvoir faire des inférences valides.	Les élèves devront être en mesure d'employer les termes échantillon et population. Les élèves devront être en mesure de déterminer un échantillon représentatif d'une population donnée. Les élèves devront être en mesure d'organiser les données à l'aide de feuilles de pointage, de tableaux de fréquences et de diagrammes en tiges et feuilles. Les élèves devront être en mesure d'interpréter et d'analyser les données représentées par des pictogrammes, des diagrammes circulaires, des diagrammes à barres, des diagrammes linéaires et des histogrammes. Les élèves devront être en mesure d'identifier les caractéristiques d'une représentation graphique qui induit en erreur. Les élèves devront être en mesure de déterminer et de calculer les mesures de tendance centrale appropriées. Les élèves devront être en mesure de faire des inférences et des généralisations par rapport à une population dont un échantillon a été tiré.	Les élèves devront évaluer la pertinence d'un échantillon choisi dans une population donnée. Les élèves devront concevoir et mener à bien une étude statistique simple comportant la cueillette, l'organisation, la présentation et l'analyse des données recueillies d'après un échantillon représentatif. Les élèves devront résoudre des problèmes comportant l'utilisation d'une mesure de tendance centrale appropriée lors de l'analyse de séries de données.	302 à 307
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'une probabilité est une mesure numérique représentant la possibilité de réalisation d'un événement et que celle-ci peut avoir une valeur de 0 à 1.	Les élèves devront être en mesure d'indiquer les espaces de l'échantillon pour des expériences simples ou des simulations. Les élèves devront être en mesure de déterminer le nombre de résultats possibles lors d'une expérience, à l'aide de techniques de calcul comme les diagrammes arborescents. Les élèves devront être en mesure d'exprimer la probabilité d'un événement en fonction d'une situation donnée, d'une expérience simple ou d'une simulation.	Les élèves devront mener à bien une étude afin de déterminer la probabilité expérimentale d'un événement.	308 et 309

GÉOMÉTRIE
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 25 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'on peut classifier les figures géométriques à deux et trois dimensions et que celles-ci sont définies par des caractéristiques uniques.	Les élèves devront être en mesure de classifier des polygones d'après le nombre de leurs côtés. Les élèves devront être en mesure de classifier des triangles et des quadrilatères d'après leurs côtés et leurs angles. Les élèves devront être en mesure de déterminer la somme des angles intérieurs d'un polygone. Les élèves devront être en mesure de classifier les solides géométriques courants qui suivent : prismes rectangulaires, pyramides, cylindres, cônes et sphères. Les élèves devront être en mesure d'identifier et de définir les termes suivants, qui sont associés au cercle : rayon, diamètre, circonférence et demi-cercle.	Les élèves devront effectuer une recherche afin de déterminer la somme des angles intérieurs d'un polygone. Les élèves devront effectuer une recherche afin de déterminer la relation qui existe entre les arêtes, les faces et les sommets de polyèdres. Les élèves devront tracer des développements définissant des polyèdres simples. Les élèves devront construire des polyèdres simples à partir de développements.	310 à 320
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'on peut définir les figures géométriques d'après leurs caractéristiques uniques pouvant être reproduites à l'aide de techniques de construction et des instruments géométriques.	Les élèves devront être en mesure de construire un segment de droite de longueur donnée ou congruent à un segment donné. Les élèves devront être en mesure de tracer un angle de grandeur donnée ou de construire un angle congruent à un angle donné. Les élèves devront être en mesure de construire les bissectrices perpendiculaires de segments et les bissectrices d'angles. Les élèves devront être en mesure de tracer des polygones réguliers. Les élèves devront être en mesure de construire un cercle de rayon donné. Les élèves devront être en mesure de se servir d'une combinaison de techniques de construction.	Les élèves devront construire des angles de 90°, 45°, 60° et 30°. Les élèves devront utiliser des techniques de construction pour construire ou reproduire des figures géométriques ou des dessins.	321 à 323

GÉOMÉTRIE (suite)
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 25 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que la forme des figures géométriques semblables est la même mais que celles-ci peuvent être de dimensions différentes, que les angles correspondants sont égaux et que les côtés correspondants sont proportionnels.	Les élèves devront être en mesure d'utiliser la relation qui existe entre les côtés des triangles semblables pour calculer les longueurs des côtés inconnus. Les élèves devront être en mesure d'apprendre que la congruence est la similitude qui fait que la dimension des figures demeure la même.	Les élèves devront résoudre des problèmes à l'aide des propriétés des polygones semblables.	324 à 326
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent le théorème de Pythagore.	Les élèves devront être en mesure d'appliquer le théorème de Pythagore pour déterminer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle.	Les élèves devront résoudre, à l'aide du théorème de Pythagore, des problèmes portant sur des triangles rectangles.	327 à 329
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il existe une relation entre les angles formés par des droites qui se coupent.	Les élèves devront être en mesure d'identifier des droites parallèles, perpendiculaires et qui se coupent. Les élèves devront être en mesure d'identifier et de reconnaître les caractéristiques de la relation qui existe entre des angles supplémentaires, complémentaires et opposés par le sommet.	Les élèves devront effectuer une recherche afin de déterminer les propriétés des angles compris entre des droites qui se coupent. Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur les relations qui existent entre les droites qui se coupent et entre les droites parallèles et les angles qu'elles forment, afin de résoudre des problèmes comprenant le calcul des angles inconnus.	330 et 331

MESURES
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 15 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les unités de mesure standard de longueur, de masse et de volume apportent uniformité et précision, et que le système le plus répandu est le système SI (métrique).	Les élèves devront être en mesure de reconnaître les unités de base du système métrique pour la longueur (mètre, m), la masse (kilogramme, kg), la tonne (t) et le volume des liquides et des gaz (litre, L). Les élèves devront être en mesure d'utiliser les mesures SI appropriées de longueur, de poids et de volume des liquides et des gaz (limite : kg, g, L, ml, m, cm, mm et km). Les élèves devront être en mesure d'exprimer des équivalences des unités de longueur, de masse et de volume. Les élèves devront être en mesure de reconnaître les unités de mesure non métriques qui sont encore utilisées de façon courante.		332 à 335
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que le périmètre est la mesure du pourtour d'une figure géométrique.	Les élèves devront être en mesure de calculer le périmètre de polygones. Les élèves devront être en mesure de calculer la circonférence d'un cercle à l'aide d'une formule.	Les élèves devront calculer le périmètre de formes et d'objets irréguliers. Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur le calcul de la circonférence de cercles et d'aires circulaires.	336 à 338
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que l'aire est le nombre d'unités carrées contenues à l'intérieur des limites d'une figure géométrique.	Les élèves devront être en mesure de calculer l'aire de triangles et de quadrilatères à l'aide de formules (limite : triangles et quadrilatères). Les élèves devront être en mesure de calculer l'aire d'un cercle à l'aide d'une formule.	Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur le calcul de l'aire de triangles et de rectangles. Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur le calcul de l'aire de cercles.	339 à 346
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que le volume est le nombre d'unités cubiques comprises à l'intérieur d'un solide géométrique.	Les élèves devront être en mesure de calculer le volume de prismes rectangulaires et de cylindres à l'aide de formules.	Les élèves devront résoudre des problèmes portant sur le calcul du volume de prismes rectangulaires et de cylindres.	347 et 348

MESURES (suite)
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 15 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que le temps peut être mesuré en secondes, minutes, heures, jours, semaines, mois et années.	Les élèves devront être en mesure de convertir les unités de temps d'une forme à une autre. Les élèves devront être en mesure d'indiquer l'heure à l'aide d'une horloge à affichage de 24 heures. Les élèves devront être en mesure d'écrire l'heure en utilisant la notation de type 24 heures. Les élèves devront être en mesure d'effectuer des calculs portant sur des unités de temps.		349
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que la température peut être mesurée en degrés.	Les élèves devront être en mesure de mesurer des températures en degrés Celsius. Les élèves devront être en mesure d'effectuer des calculs portant sur des températures exprimées en degrés Celsius.		350

ALGÈBRE ET REPRÉSENTATION GRAPHIQUE
DEGRÉ D'IMPORTANCE SUGGÉRÉ : 20 %

Concepts	Habiletés	Résolution de problèmes/ Technologie	Pages
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que des expressions algébriques peuvent servir à représenter des situations dans lesquelles une ou plusieurs valeurs peuvent varier.	Les élèves devront être en mesure d'écrire des expressions algébriques du premier degré afin d'illustrer des situations mathématiques simples avec un maximum de deux variables. Les élèves devront être en mesure d'évaluer des expressions algébriques afin de déterminer les valeurs de substitution des variables. Les élèves devront être en mesure de résoudre des équations du premier degré à une variable, à l'aide de la méthode d'essai et de vérification, de matériel de manipulation et de méthodes formelles (limite : $x + a = b$, $ax = b$, $ax + b = c$ et $x/a = b$).	Les élèves devront résoudre des problèmes comprenant l'évaluation d'expressions afin de déterminer les valeurs des variables. Les élèves devront résoudre des problèmes pouvant être représentés à l'aide d'équations du premier degré à une variable. Les élèves devront se servir d'une calculatrice pour aider à la résolution d'équations.	351 à 359
Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il peut exister une relation entre deux variables et que cette relation peut être représentée à l'aide de points, d'équations et de graphiques.	Les élèves devront être en mesure de décrire verbalement ou par écrit les relations qui existent entre deux variables. Les élèves devront être en mesure de tracer des points sur un plan cartésien. Les élèves devront être en mesure de tracer des points et représenter graphiquement la relation entre deux variables. Les élèves devront être en mesure d'établir les tables des valeurs qui satisfont à des équations linéaires à deux inconnues. Les élèves devront être en mesure de lire et d'interpréter des graphiques décrivant la relation qui existe entre deux variables.	Les élèves devront déterminer la relation algébrique entre deux variables par des méthodes informelles comme la tentative de résolution et la vérification. Les élèves devront analyser des graphiques qui décrivent la relation existant entre des variables physiques à l'aide de techniques d'interpolation et d'extrapolation.	360 à 364

Attitudes

Dans le cadre de ce cours, les *élèves devront être encouragés à* :

- avoir confiance en leurs connaissances mathématiques et en leur capacité d'acquérir de nouvelles connaissances;
- faire preuve de persévérance, de détermination, de souplesse et d'ingéniosité dans la résolution de problèmes;
- développer une curiosité intellectuelle et une ouverture d'esprit face aux nouvelles idées et aux changements dans l'apprentissage des mathématiques;
- faire preuve de curiosité et de spontanéité et reconnaître la créativité et l'innovation dans la représentation mathématique de situations;
- connaître l'importance des capacités de communiquer en mathématiques;
- reconnaître l'utilité de l'aptitude au calcul, des processus mathématiques et des habiletés de résolution de problèmes utilisés dans le cadre des processus décisionnels et de modélisation dans notre société;
- être au courant de l'apport des mathématiques à notre culture et notre civilisation.

Résolution de problèmes

La résolution de problèmes doit faire partie intégrante de toutes les parties du programme de mathématiques du secondaire, car un des principaux buts de l'étude des mathématiques consiste à apprendre à résoudre des problèmes. L'élève qui réussit ce cours comprendra que les habiletés de raisonnement et de résolution de problèmes sont nécessaires pour expliquer le monde qui nous entoure, et que les mathématiques offrent certains outils servant à résoudre les problèmes.

Les élèves comprendront qu'un problème peut être résolu de différentes façons et que les problèmes peuvent être routiniers, c'est-à-dire ne nécessiter que l'application d'une procédure ou d'un algorithme connu, ou non routiniers, c'est-à-dire exiger le développement d'un processus ou la réalisation d'une recherche.

Les élèves devront utiliser différentes méthodes leur permettant de comprendre les problèmes mathématiques. De façon plus précise, ils devront :

- lire attentivement le problème;
- identifier et préciser les composantes-clés;
- énoncer de nouveau le problème en utilisant des termes courants;
- évaluer les renseignements fournis afin de déterminer s'ils sont suffisants ou s'ils contiennent des éléments superflus;
- interpréter des illustrations, des diagrammes et des graphiques;
- découvrir les hypothèses cachées, le cas échéant;
- poser des questions pertinentes;
- identifier les renseignements fournis, requis et désirés;
- représenter le problème à l'aide d'un diagramme ou d'un modèle;
- employer la notation adéquate;
- déterminer les inférences valables.

Les élèves devront développer différentes stratégies servant à résoudre des problèmes mathématiques. De façon plus précise, ils devront :

- mener une enquête;
- se servir des techniques d'estimation et d'approximation;
- développer des équations ou employer des formules;
- utiliser des organigrammes;
- dresser des listes et réaliser des diagrammes;
- rechercher des modèles;
- procéder à rebours;
- subdiviser le problème;
- rechercher un problème plus simple ou associé;
- réaliser des diagrammes ou des modèles;
- se servir du matériel de manipulation;
- choisir et ordonner une suite d'opérations mathématiques;
- tracer le graphique illustrant un problème;
- mettre au point une méthode pour la cueillette et l'organisation des données.

Les élèves devront développer différentes techniques permettant de mettre à exécution le plan de résolution d'un problème. De façon plus précise, ils devront :

- appliquer des stratégies choisies;
- présenter les idées de façon claire;
- noter par écrit le processus de résolution;
- faire preuve des comportements de groupe appropriés;
- se servir de calculatrices ou d'ordinateurs;
- évaluer l'efficacité des stratégies de résolution de problèmes;
- rechercher des informations supplémentaires;
- poser des questions;
- demeurer réceptifs à l'inspiration, aux intuitions et aux « idées géniales ».

Les élèves devront employer différentes techniques leur permettant d'examiner la solution d'un problème. De façon plus précise, ils devront :

- déterminer si une réponse est valable;
- expliquer la solution oralement ou par écrit;
- considérer la possibilité de l'existence d'autres solutions;
- rechercher d'autres stratégies et processus de résolution;
- concevoir et résoudre des problèmes similaires;
- remarquer les caractéristiques qu'il sera possible d'identifier dans des problèmes similaires;
- effectuer une généralisation.

NUMÉRATION

Les concepts de numération et les habiletés de calcul sont primordiaux pour traiter avec succès une situation mathématique. Étant donné que ces concepts et ces habiletés doivent faire partie intégrante de l'apprentissage des autres sections du cours, la numération ne doit pas être enseignée comme un sujet à part.

1. *Les élèves devront être en mesure de* démontrer qu'ils comprennent que, pour calculer, il faut savoir additionner, soustraire, multiplier et diviser des nombres entiers naturels, des nombres entiers relatifs et des nombres rationnels, et que les opérations peuvent être faites mentalement, à l'aide de papier et d'un crayon ou avec une calculatrice électronique, selon la situation.

Calcul mental

Les élèves doivent être en mesure :

1.1 d'additionner et de soustraire des nombres entiers naturels, des nombres entiers relatifs et des nombres rationnels (limite : addition de trois nombres entiers relatifs à un chiffre, soustraction de deux nombres entiers relatifs à deux chiffres, addition et soustraction de deux multiples de 5 et de 10 jusqu'à un maximum de 100, addition et soustraction de fractions comportant des dénominateurs communs, addition et soustraction de dixièmes et de centièmes représentés sous forme décimale);

1.2 de multiplier des nombres entiers naturels, des nombres entiers relatifs et des nombres rationnels (limite : nombres à un chiffre, multiplication de multiples de 5 et de 10 par un multiplicateur à un chiffre, multiplication par deux de tout nombre jusqu'à 50, multiplication des nombres entiers naturels, des nombres entiers relatifs et des décimales par des puissances de 10);

1.3 d'élever au carré les nombres entiers relatifs jusqu'à 10 et de calculer la racine carrée de carrés parfaits d'entiers relatifs jusqu'à 100;

1.4 de diviser des nombres entiers naturels, des nombres entiers relatifs et des nombres rationnels (limite : division de nombres entiers relatifs jusqu'à 100 qui sont des parfaits multiples de diviseurs à un chiffre, division par deux de nombres entiers relatifs jusqu'à 50, division de nombres entiers naturels, de nombres entiers relatifs et de décimales par des puissances de 10);

1.5 de déterminer si un nombre entier naturel ou un nombre entier relatif est divisible par 2, 3, 4, 5 ou 10;

1.6 de transformer des fractions en pourcentages (limite : 2, 3, 4, 5, 10 et 100 comme dénominateur) et des nombres entiers naturels en pourcentages;

1.7 de calculer le pourcentage de quantités exprimées sous forme de nombres entiers naturels (limite : 1 %, 10 %, 25 %, 50 %, 100 %, 200 %);

1.8 d'identifier les « familles » de fractions (dixièmes, douzièmes, seizièmes) et de ramener les fractions de ces familles à des dénominateurs communs.

Calcul à l'aide de papier et d'un crayon

Les élèves doivent être en mesure :

1.9 d'additionner et de soustraire des nombres entiers naturels, des nombres entiers relatifs et des nombres rationnels (limite : addition de trois nombres entiers relatifs à 2 chiffres, soustraction de nombres entiers relatifs à 3 chiffres, addition et soustraction de deux fractions ayant comme dénominateur 2, 3, 4, 5, 6, 8, 10 ou 16, addition de trois décimales à 2 chiffres, soustraction de décimales à 2 chiffres);

1.10 de multiplier des nombres entiers naturels, des nombres entiers relatifs et des nombres rationnels (limite : nombres entiers relatifs à 2 chiffres, décimales à 2 chiffres, fractions comportant un dénominateur à un chiffre et dénominateurs qui sont des multiples de 10);

1.11 de diviser des nombres entiers naturels, des nombres entiers relatifs et des nombres rationnels (limite : nombres entiers relatifs à 3 chiffres qui sont de parfaits multiples de diviseurs à un chiffre, division par deux de nombres pairs jusqu'à 500);

1.12 de calculer le pourcentage de quantités données (limite : 5 %, 15 %, 25 % et multiples de 10 %);

1.13 de calculer la valeur d'une puissance (limite : nombre entier naturel de la base < 10 et 2 ou 3 comme exposant);

1.14 de transformer des nombres fractionnaires en décimales et en pourcentages (limite : 2, 3, 4, 5, 6, 8 et 10 comme dénominateur).

Calcul à l'aide d'une calculatrice

Les élèves doivent être en mesure :

1.15 de calculer le pourcentage de quantités données;

1.16 de calculer la valeur d'une puissance (limite : nombre entier relatif comme base et un nombre entier naturel comme exposant);

1.17 de calculer la racine carrée de n'importe quel nombre rationnel positif;

1.18 de transformer n'importe quel nombre rationnel en pourcentage ou en décimale.

2. *Les élèves devront être en mesure de* démontrer qu'ils comprennent que l'arrondissement, l'estimation et l'approximation jouent un rôle fondamental dans le calcul.

Les élèves doivent être en mesure :

2.1 d'arrondir des valeurs données au niveau de précision spécifié;

2.2 d'arrondir les solutions à un niveau de précision adéquat;

2.3 de se servir de techniques d'estimation pour prévoir les solutions de calculs.

3. *Les élèves devront être en mesure de* démontrer qu'ils comprennent que la vérification de la validité et de l'exactitude d'une réponse représente une étape fondamentale du processus de calcul et que le degré d'exactitude requis dépend des circonstances.

Les élèves doivent être en mesure :

3.1 d'utiliser des techniques d'estimation pour vérifier la validité d'un calcul;
3.2 de déterminer si l'exactitude d'une réponse calculée est appropriée à une situation donnée.

Estimation et calcul mental :

Le « NCTM Yearbook » de 1986, Estimation and Mental Computation, traite de ces sujets. De nombreux articles conviennent au cours de mathématiques de 10e année. Ceux qui sont énumérés ci-dessous sont particulièrement adéquats comme sources pour l'enseignant.

« Reasons for Estimating » et « Mental Calculation : Anachronism of Basic Skill ? » fournissent d'excellents exposés visant à favoriser activement le développement des techniques d'estimation et de calcul mental.

Les deux références qui suivent discutent de la nécessité i) de sensibiliser à l'estimation, ii) de développer un sens des nombres, iii) de développer les concepts associés aux nombres et iv) de développer des techniques d'estimation. On y retrouve également des suggestions sur l'enseignement.

« Teaching Computational Estimation : Establishing an Estimation Mind-set »
« Teaching Computational Estimation : Concepts and Strategies »

Dans « Evaluating Computational Estimation », le sujet de l'évaluation des aptitudes des élèves à estimer est abordé. Des lignes directrices pour l'évaluation sont présentées.

Le livre Actives for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action » du National Council of Teachers of Mathematics contient une variété d'activités faisant appel à l'estimation. Certaines comprennent également l'estimation de pourcentages.

Vous trouverez, dans « Calculators and Estimation », des activités conçues pour favoriser le développement de techniques d'estimation des facteurs et des diviseurs.

Pour des activités visant à aider les élèves à mieux maîtriser l'estimation de fractions, reportez-vous également à « Estimating with "Nice" Fractions », dans Mathematics Teacher, novembre 1986.

Mathématiques 14
Intégration de numération
Concepts et habiletés de l'unité « Rapport et proportion »

Les concepts associés à la numération qui sont identifiés dans la partie ombrée ci-dessous représentent ceux que les élèves doivent utiliser, appliquer ou apprendre à l'intérieur de cette unité. On trouvera une description détaillée de chacune des habiletés aux pages 287 à 289.

	Rapport et proportion	Statistiques et probabilité	Géométrie	Mesures	Algèbre et représentation graphique
Mental	1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8	1.1, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.8
Estimation	2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2
Technologie	1.15, 1.18	1.18	1.16, 1.17	1.16, 1.17, 1.18	1.16, 1.17, 1.18
Papier et crayon	1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.14	1.9, 1.10, 1.11	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'un rapport constitue une façon de comparer les grandeurs relatives de deux quantités.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 comparer deux quantités à l'aide de rapports de la forme a/b, a:b et a à b.

REMARQUES

Dans le but de comprendre le rapport, les élèves doivent faire l'apprentissage de la signification du rapport en tant que comparaison.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de compter combien d'entre eux ont les yeux bleus, puis de comparer ce nombre au nombre total d'yeux de la classe. Demandez-leur de compter le nombre de « Smarties » rouges et de comparer ce nombre au nombre total de « Smarties » que contient une boîte. Chacune de ces comparaisons doit être écrite sous toutes les formes possibles, afin de démontrer « l'égalité » qui existe entre ces différentes formes.

Problème : Quel sera le nombre approximatif de vos battements de coeur ce mois-ci ?

Réponse : Environ 3 200 000 battements.

Si les élèves ne savent pas ce qu'est un rythme cardiaque moyen, demandez-leur de faire des recherches à ce sujet.

(Note : Ce genre d'estimation est parfois considéré comme un problème de type « Fermi »).

Activité : Cette activité réalisée en classe favorise le développement de l'aptitude aux calcul mental :
Créez un jeu comprenant un nombre suffisant de fiches pour que chaque élève ait au moins une fiche. Au recto de chaque fiche, écrivez un nombre. Au verso, écrivez les directives de calcul qui permettront d'associer le nombre inscrit au recto à un nombre figurant sur une seconde fiche. Supposons, par exemple, que le nombre inscrit au recto soit 15 et que la directive au verso soit « Qui a les 2/3 de mon nombre ? » Le nombre inscrit au recto de la seconde fiche sera alors 10. Poursuivez ce jeu jusqu'à ce que la réponse aux directives de la dernière fiche corresponde au nombre de la première fiche, ce qui complète la boucle. Distribuez toutes les fiches. Choisissez un élève qui commencera le jeu en lisant son nombre, ainsi que la directive qui l'accompagne. L'élève qui détient

la fiche sur laquelle se trouve la bonne réponse lit alors la nouvelle directive. L'activité se termine lorsque le premier termine la boucle.

Adapté, avec permission, de « I have a Number... », dans Mathematics Teacher, copyright octobre 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D (édition revue) Section « Ratio and Percent ». Vous pouvez utiliser certaines des leçons comme exercices.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

PC3 : pages 83 à 92
BMS2 : pages 80 à 83

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que le taux est un rapport entre des quantités qui ont des unités distinctes.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 calculer des taux et des taux unitaires;

2.1.1. résoudre des problèmes comportant l'utilisation de taux et de taux unitaires.

REMARQUES

Pour commencer la discussion sur les taux, les élèves doivent se baser sur le concept du rapport.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de compter le nombre d'yeux bleus et, plutôt que de se servir du nombre total d'yeux, de comparer ce nombre au nombre d'élèves. Cette comparaison constituerait alors un taux. Le nombre de « Smarties » rouges comparé au nombre de boîtes représente, une fois de plus, une comparaison de deux quantités d'unités distinctes et, par conséquent, il s'agit aussi d'un taux. Cette activité doit mener à une discussion sur les différences et les similitudes entre les rapports et les taux.

Activité : Poursuivez la présentation des taux en discutant de la façon dont ceux-ci sont utilisés, en particulier dans des comparaisons; quelle voiture, par exemple, constitue le meilleur achat : la voiture A dont la consommation d'essence est de 24 km/L ou la voiture B dont la consommation est de 35 km/L ? Il est à noter que chacune de ces quantités est un taux unitaire et que, par conséquent, la comparaison est possible.

Activité : Demandez aux élèves de feuilleter un journal afin d'évaluer le « meilleur achat » pour des produits semblables. Ils doivent ensuite comparer leurs résultats avec ceux des autres élèves afin de déterminer s'ils sont d'accord les uns avec les autres.

Activité :

Chronométrage d'une promenade pour calculer la distance

Une personne marchant à une vitesse « moyenne » met environ 10 minutes pour parcourir un kilomètre. En tenant compte de ce fait, estimer les distances suivantes :

1. La longueur du hall d'entrée de l'école
2. La longueur d'un pâté de maisons dans la ville
3. Le périmètre de votre jardin ou du terrain sur lequel votre maison est située
4. La longueur du terrain de basket-ball
5. La distance entre votre maison et l'école (à pied)
6. La distance entre votre maison et celle d'un(e) ami(e)

Lorsque cela est possible, vérifiez vos estimations.

Reproduit, avec permission, de « Estimation in Measurement », Estimation and Mental Computation, copyright 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème : Une mobylette peut rouler 38 km avec un litre d'essence et son réservoir a une capacité de 5,8 L. Combien de kilomètres cette mobylette peut-elle parcourir si elle a 0,6 de réservoir plein d'essence ? Réponse : 132,24 km. Demandez aux élèves d'estimer cette réponse avant d'en faire le calcul.

Problème : À 48 kilomètres à l'heure, quelle distance une voiture parcourt-elle en une seconde ? Réponse 13 1/3 m.

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics (voir également le n° 9.13 à la page 37).

Problème : Application du taux dans la vie quotidienne :
Si vous perdez 6 kg en trois mois, quel est le taux de variation de votre poids ? Si vous pesiez 6 kg de plus il y a trois mois, quel a été le taux de variation de votre poids ? (Réponse aux deux questions : -2 kg/mois). Ces deux questions, posées d'une façon différente, peuvent être associées à une même situation.

Reproduit, avec permission, de « Applications in Elementary Algebra and Geometry », Applications in School Mathematics, copyright 1979, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème : Le puffin des Anglais est un oiseau de mer. Examinons le cas réel suivant : un puffin des Anglais a été capturé dans son lieu de nidification situé sur une île au large des côtes de la

Grande-Bretagne, puis a été amené en Amérique du Nord. Il a été relâché à Boston, au Massachusetts et, 13 jours plus tard, il était de retour dans son lieu de nidification insulaire. En présumant que la distance parcourue au-dessus de l'océan Atlantique est approximativement de 4 800 km, quelle a été la vitesse de vol moyenne du puffin des Anglais ? Réponse : approximativement 370 km/jour ou 15,4 km/h.

Comme projet en classe, étudier d'autres itinéraires de migration ou de retour d'oiseaux ou d'autres animaux, ainsi que leur vitesse de parcours moyenne.

Adapté, avec permission, de « Applications through Direct Quote Word Problems », Applications in School of Mathematics, copyright 1979, National Council of Teachers of Mathematics.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Les élèves doivent se servir de leur calculatrice pour calculer les taux unitaires.

Logiciel :
SRA Complete Drill and Instruction, Mathematics : Level D (édition revue). Vous pouvez utiliser certaines des leçons comme exercices.

Vidéo :
Math Wise : « Comparing 01 - Numerical Comparisons ».
Math Wise : « Comparing 03 - Finding a Common Unit ».
Également : discussion du guide du maître et feuilles de calcul des élèves.

Ces vidéos présentent des exemples de la vie courante de l'emploi et de l'importance des rapports et des taux.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

PC3	: pages 92 à 103
BMS2	: pages 105 à 114

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les proportions sont des équations composées de rapports équivalents.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.1 calculer la valeur inconnue d'une proportion;

3.1.1. résoudre des problèmes à l'aide des proportions.

REMARQUES

Les élèves doivent calculer les valeurs inconnues d'une proportion, de même que résoudre des problèmes comportant des proportions. De plus, il est important de prendre note que la proportion doit être définie en fonction du champ d'expérience des élèves. La méthode du « produit en croix » ne doit pas être présentée avant que les élèves ne comprennent la notion de « proportion ».

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Si vous utilisez les mêmes exemples que ceux qui ont servi au taux et au rapport, les élèves pourront constater qu'en réalité ils calculaient une proportion lorsqu'ils calculaient des taux unitaires. L'approfondissement est qu'il peut s'avérer préférable de ne pas être limité aux taux unitaires; si dans une recette la quantité demandée est de 600 ml de farine, par exemple, et que l'on désire doubler cette recette, la proportion ressemblerait alors à ceci :

$$\frac{\text{600 ml}}{\text{recette simple}} = \frac{\text{x ml}}{\text{recette double}}$$

Le Guide alimentaire canadien représente une bonne source pour des activités et des problèmes portant sur les rapports et les proportions.

Problème : David a obtenu 22,5 comme réponse à un problème sur les rapports et les proportions. Toutefois, à la dernière étape de son calcul, il a multiplié au lieu de diviser par 0,3. Quelle est la bonne réponse ?

Réponse : 250.
(Quel type de résolution de problèmes est utilisée dans ce cas ?)

Pour une discussion portant sur le raisonnement proportionnel, reportez-vous à « Proportionality and the Development of Prealgebra Understandings », The Ideas of Algebra, K-12.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciels :
Ratios and Proportions (Media Materials)
Niveaux d'activités pour l'élève : « Introductory », « Skill » et

« Mastery ». Basé sur une gestion de l'enseignant. Une documentation à l'intention de l'enseignant de même que des feuilles de calcul pour les élèves sont fournies.

SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D (édition revue), section « Ratio and Percent ». Vous pouvez utiliser certaines des leçons comme exercices.

Vidéo :
Math Wise : « Comparing 04 - Proportions ».
Reportez-vous également à la discussion du guide du maître et aux feuilles de calcul des élèves. Cette vidéo démontre l'emploi et l'importance de la proportionnalité dans la vie de tous les jours.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : (sans nombres) : Si *s* stylos coûtent *c* cents, combien de stylos peut-on acheter avec *d* dollars ?

Réponse : $100 \times d/c \times s$

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

PC3 : pages 103 à 118
MS2 : pages 74 à 80
BMS2 : pages 86 à 90

CONCEPT 4

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'un pourcentage est un rapport dans lequel une quantité est comparée à 100.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

4.1 exprimer des rapports sous la forme de pourcentages et de décimales, et vice-versa;

4.2 évaluer l'élément inconnu dans un calcul de pourcentage;

4.2.1 résoudre des problèmes comportant l'utilisation de pourcentages.

REMARQUES

On présume souvent que les élèves connaissent la signification de pourcentage, puisqu'ils ont vu ce terme tout au long de leur études. Cela n'est toutefois pas nécessairement le cas et vous devriez consacrer un peu de temps à élaborer une définition concrète du pourcentage. L'expression de rapports sous la forme de pourcentages et de décimales, et vice-versa, de même que le calcul de l'élément inconnu dans un calcul du pourcentage, doivent faire suite à un « examen » en profondeur de cette signification.

Restriction - Les pourcentages fractionnaires dérivés des fractions suivantes : tiers, huitièmes.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Pour résoudre un petit nombre de problèmes de pourcentage, on peut utiliser un outil de manipulation transparent comme modèle. Sur un transparent, divisez un carré de 5 cm sur 5 cm en 100 petits carrés congruents, à l'aide d'un marqueur à encre indélébile : il s'agit de la feuille des « pourcentages ». Sur des feuilles de calcul distinctes, construisez des carrés de 5 cm sur 5 cm. Subdivisez chacun de ces carrés en un nombre de parties qui est égal au « tout » de chacun des problèmes de pourcentage. Dans le cas du problème 12 = ___ % de 20 par exemple, le grand carré doit être subdivisé en 20 parties congruentes (rectangles); pour le problème 80 % de 25 = ___, créez 25 rectangles congruents.

Pour résoudre 12 = ___ % de 20, noircir 12 des 20 rectangles. Le transparent des pourcentages est ensuite superposé et il suffit de compter le nombre de carrés que représente un pour cent de partie ombrée; on voit ainsi que la solution est 60 %.

Pour résoudre 80 % de 25 = ___, noircir 80 des 100 carrés sur le transparent des pourcentages à l'aide d'un marqueur à encre effaçable. Le transparent est alors superposé au carré de 5 cm sur 5 cm qui a été subdivisé en 25 rectangles congruents. On compte ensuite le nombre de rectangles ombrés, ce qui donne une réponse de 20.

Ce modèle ne peut pas être utilisé pour résoudre des problèmes du type 30 % de ___ = 15. Un autre outil de manipulation peut servir de modèle pour résoudre les trois types de problèmes de pourcentage.

Adapté, avec permission, de « Manipulating Percentages », dans Mathematics Teacher, copyright janvier 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

Activité : Pour construire le second modèle, vous avez besoin d'une règle d'un mètre ainsi que d'un élastique de couture de 2,5 cm de largeur qui mesure au moins 1 m lorsqu'il est étiré au maximum. Étirez-le à sa longueur maximum, puis divisez-le en unités de 1 cm à l'aide d'un marqueur noir. Mettez en évidence les multiples de 10 pour cent. Enfin, coupez la partie d'élastique en trop.

La marque 100 % sur l'élastique représente le « tout » dans les problèmes du type « % du tout = partie ». La valeur « pourcentage » sur l'élastique sera alignée avec la « partie ». L'élastique, avec ses 100 unités, sert à étalonner un « tout » particulier (représenté sur la règle) en un nombre identique de parties égales (100). Ce modèle convient donc aux concepts inhérents aux problèmes de pourcentage.

a) Problèmes du type 60 % de 50 = ____ .
Alignez 0 cm sur la règle et 0 % sur l'élastique. Étirez l'élastique jusqu'à ce que 100 % soit aligné avec la valeur 50 sur la règle. La marque 30 sur la règle doit correspondre à 60 % sur l'élastique.

b) Problèmes du type ____ % de 80 = 20.
Alignez 0 cm et 0 %, puis 80 et 100 %. Lisez sur l'élastique la valeur du pourcentage (25 %) correspondant à 20 sur la règle.

c) Problèmes du type 30 % de ___ = 24.
Alignez 0 cm et 0 %, puis étirez l'élastique jusqu'à ce que 30 % corresponde à 25 sur la règle. Lisez alors sur la règle la valeur du « tout » qui correspond à 100 %, autrement dit 80.

Remarquez que ce modèle de l'élastique et de la règle d'un mètre se rapproche beaucoup de la méthode plus symbolique (et abstraite) des proportions, utilisée pour résoudre des problèmes de pourcentage. Une fois que les élèves maîtrisent cette approche concrète, demandez-leur de décrire les proportions qui sont représentées.

Il ne fait aucun doute que les deux modèles ont leurs limites. Il est donc préférable d'utiliser chaque modèle en fonction de l'usage pour lequel il a été conçu. De plus, les réponses seront souvent

inexactes. Ceci devrait être précisé : incitez les élèves à faire des estimations.

Problème : Lors d'un examen, la note moyenne d'une classe de 20 élèves est de 66 %, tandis qu'elle est de 56 % pour une autre classe comprenant 30 élèves. Déterminez la moyenne des deux classes réunies.
Réponse : 60 %.

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics. Voir également le n° 15 à la page 50.

Activité : Demandez aux élèves d'apporter des prospectus et des annonces publicitaires parues dans des journaux, puis de vérifier la précision des rabais et des prix de solde annoncés. Apportez également d'autres extraits de journaux et de magazines illustrant l'emploi des pourcentages. Discutez de ces exemples en classe.

Problème : En vertu d'une décision d'ordre économique, les salaires de tous les travailleurs d'une usine ont été réduits de 10 %. Les travailleurs ont par la suite manifesté leur mécontentement en menaçant de faire la grève. Le président de l'entreprise s'est alors engagé dans le dossier et il a accepté d'augmenter de 10 % les salaires précédemment révisés à la baisse. Esquissant un sourire narquois, il a déclaré, à la suite de son offre, que tout le monde devrait maintenant être satisfait. Il a ajouté que les choses sont revenues comme elles étaient auparavant. Dit-il la vérité ? Pour quelle raison ?

Problème : Si = 30%, = 12, = 9,

et = 16, alors =?

Réponse : 10.

Estimation et calcul mental :

Vous trouverez dans « Estimation and Mental Arithmetic with Percent », Estimation and Mental Computation, plusieurs techniques pédagogiques.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Vous trouverez dans « Developping Estimation Strategies » et dans « Percent and the Hand Calculator » (Activities for Implementing

Curricular Themes from the « Agenda for Action ») des feuilles d'activités pour les élèves.

Logiciels :
Algebra Drill and Practice I : (Conduit), option « Percentage ». Offre des problèmes portant sur le calcul de pourcentages de même que sur la hausse et la baisse de pourcentages.

Percents (Media Materials)
Niveaux d'activités pour l'élève : « Introductory », « Skill » et « Mastery ». Basé sur une gestion de l'enseignant. Une documentation à l'intention de l'enseignant de même que des feuilles de calcul pour les élèves sont fournies.

SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D (édition revue), section « Ratio and Percent ». Vous pouvez utiliser certaines des leçons comme exercices.

Vidéo :
Math Ways : « The Percent ». L'accent est mis sur la compréhension du concept de pourcentage, ainsi que sur l'explication de ce que représente le pourcentage d'un nombre ou d'une quantité. Comprend quelques conversions de la notation fractionnaire et décimale en pourcentage.

Math Wise : « Comparing 02 - Percent ».
Reportez-vous également à la discussion du guide du maître et aux feuilles de calcul des élèves. Cette vidéo donne des exemples de l'emploi des pourcentages dans la vie de tous les jours.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

BMS2 : pages 91 à 102
MS2 : pages 49 à 61

Mathématiques 14
Intégration de numération
Concepts et habiletés de l'unité « Statistiques et probabilité »

Les concepts associés à la numération qui sont identifiés dans la partie ombrée ci-dessous représentent ceux que les élèves doivent utiliser, appliquer ou apprendre à l'intérieur de cette unité. On trouvera une description détaillée de chacune des habiletés aux pages 287 à 289.

	Rapport et proportion	Statistiques et probabilité	Géométrie	Mesures	Algèbre et représentation graphique
Mental	1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8	1.1, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.8
Estimation	2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2
Technologie	1.15, 1.18	1.18	1.16, 1.17	1.16, 1.17, 1.18	1.16, 1.17, 1.18
Papier et crayon	1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.14	1.9, 1.10, 1.11	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les données recueillies d'après un échantillon doivent être organisées, présentées et analysées de façon à pouvoir faire des inférences valides.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 employer les termes échantillon et population;

1.2 déterminer un échantillon représentatif d'une population donnée;

1.2.1 évaluer la pertinence d'un échantillon choisi dans une population donnée;

1.3 organiser les données à l'aide de feuilles de pointage, de tableaux de fréquences et de diagrammes en tiges et feuilles;

1.3.1 concevoir et mener à bien une étude statistique simple comportant la cueillette, l'organisation, la présentation et l'analyse des données recueillies d'après un échantillon représentatif;

1.4 interpréter et analyser les données représentées par des pictogrammes, des diagrammes circulaires, des diagrammes à barres, des diagrammes linéaires et des histogrammes;

1.5 identifier les caractéristiques d'une représentation graphique qui induit en erreur;

1.6 déterminer et calculer les mesures de tendance centrale appropriées;

1.6.1 résoudre des problèmes comportant l'utilisation d'une mesure de tendance centrale appropriée lors de l'analyse de séries de données;

1.7 faire des inférences et des généralisations par rapport à une population dont un échantillon a été tiré.

REMARQUES

Il est important que les élèves expérimentent les cinq « processus » associés à la résolution d'un problème statistique, soit la cueillette, l'organisation et la présentation, l'analyse, l'inférence et l'évaluation de la certitude.

La cueillette - Les élèves devront employer les termes échantillon et population, de même que déterminer un échantillon représentatif pour une population, dans une situation donnée. De plus, les élèves doivent être en mesure de réaliser un sondage pour recueillir des données.

L'organisation et la présentation - Cela se fait sous deux formes : l'organisation des données à l'aide de feuilles de pointage, de tableaux de fréquences et de diagrammes en tiges et feuilles, ainsi que la présentation des données sous une forme illustrée, soit à l'aide de pictogrammes, de diagrammes circulaires, de diagrammes à barres, de diagrammes linéaires ou d'histogrammes.

L'analyse - Les élèves devront lire et interpréter les graphiques utilisés pour la présentation des données, ainsi qu'identifier les caractéristiques d'une représentation graphique qui induit en erreur. Les élèves doivent également être en mesure de déterminer et de calculer les mesures de tendance centrale appropriées.

L'inférence - Il s'agit du processus par lequel les élèves effectuent des généralisations pour la population d'où provient l'échantillon, en se basant sur l'analyse des données de l'échantillon.

L'évaluation de la certitude - Ce processus implique que les élèves mettent en doute leurs généralisations et qu'ils en arrivent, au cours d'une discussion avec leurs pairs, à la conclusion que leur étude était valide ou non; dans la négative, certaines raisons doivent être identifiées : un gauchissement dans l'échantillonnage ou l'insuffisance des données par exemple.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Expliquez aux élèves ce que sont les statistiques et faites-leur remarquer combien celles-ci sont présentes dans leur vie de tous les jours (la façon, par exemple, dont la décision de retirer une émission de télévision est prise, ou les publicités télévisées où le commanditaire affirme que 77 % de la population préfère tel type d'antihistaminique, ou encore la façon de déterminer s'il faut produire un second microsillon du groupe « Apple Town » si leur premier album a été un disque de platine. Demandez aux élèves d'observer dans les journaux, à la télévision ainsi qu'à la radio, de quelle façon les statistiques sont utilisées.

Soumettez aux élèves un problème faisant appel aux cinq processus, par exemple : « croyez-vous qu'il est vrai que trois personnes sur quatre préfèrent la gomme Chew Chew, annoncée à la télévision ? ».

Dans ce problème, pour l'étape de la cueillette, les élèves discutent du groupe de gens auprès duquel la compagnie « Chew Chew » a réalisé le sondage pour obtenir ce nombre. S'ils avaient à effectuer ce sondage auprès des élèves de leur école, quels seraient alors un échantillon et une population appropriés ? Si la population est l'école, par exemple, est-ce qu'une classe, deux classes, des personnes de l'entourage, les joueurs de football de l'école, ou le « Club des Champions de la gomme à mâcher » constituent des groupes représentatifs pour « l'échantillon » ?

L'organisation et la présentation - Une fois l'échantillon déterminé, les élèves doivent étudier celui-ci et noter les informations à l'aide de feuilles de pointage, de tableaux de fréquences et de diagrammes en tiges et feuilles (Note : les données de tous les problèmes ne se prêtent peut-être pas à un diagramme en tiges et feuilles).

Diagramme en tiges et feuilles :

Si vos données comprennent les nombres suivants :

77	87	92	66	85	72
68	95	86	94	92	66

Les chiffres des dizaines deviennent les tiges et les unités deviennent les feuilles.

Tiges	Feuilles
6	6 6 8
6	2 7
8	5 6 7
9	2 2 4 5

Pour d'autres activités servant à développer l'aptitude des élèves à construire et à interpréter les diagrammes en tiges et feuilles, reportez-vous à « Stem-and-Leaf Plots », dans Mathematics Teacher, octobre 1985, de même qu'à Exploring Data (source recommandée, Mathématiques 10 et 13).

L'analyse - Demandez aux élèves de construire divers types de diagrammes, à partir de leurs données, puis d'étudier les différences et les similitudes entre ces diagrammes. À l'étape de l'analyse, des questions comme celles-ci peuvent s'avérer pertinentes : quel diagramme est le plus représentatif du problème ? et quels diagrammes ne sont pas représentatifs des données ? À ce stade, une discussion des diagrammes qui induisent en erreur est appropriée. Une étude des mesures de tendance centrale est également judicieuse, bien que toutes les données ne se prêtent pas à de telles mesures.

L'inférence - Les élèves ont en main les résultats de leur sondage. D'après ce sondage, est-ce que trois personnes sur quatre préfèrent la gomme « Chew Chew » ? D'après les résultats obtenus, dans quelle proportion les gens préfèrent-ils la gomme « Chew Chew » ? Selon vous, la publicité télévisée est-elle exacte ?

La certitude - (Dans quelle mesure peut-on se fier aux résultats ?) Demandez aux élèves de discuter et de poser des questions sur le gauchissement (le cas échéant) dans l'échantillon, par exemple comment leur étude aurait pu être plus représentative de la population totale de leur ville, province ou région.

La liste ci-dessous comprend certaines caractéristiques humaines pouvant faire l'objet d'une recherche.

I Caractéristiques génétiques

1. La couleur des yeux (préciser)
2. La couleur des cheveux (préciser)
3. Le sexe
4. Le type de la langue (enroulée)
5. Les cheveux
6. Le type du pouce (« le pouce de l'auto-stoppeur »)
7. Le type d'oreille (lobe)
8. Les fossettes (menton/joues)
9. Taches de rousseur (pas du tout, un peu, beaucoup)
10. La manualité (droitier ou gaucher)
11. Dominance oculaire (œil droit ou œil gauche)
12. La relation entre les doigts (longueurs relatives de l'annulaire et de l'auriculaire)
13. Poignée de main (mains repliées, doigts palmés, le pouce qui se trouve sur le dessus)

II Caractéristiques acquises

1. Les préférences
2. La propriété (d'une guitare par exemple)
3. Le nombre de biens qu'on possède
4. Le nombre d'heures de sommeil
5. Le nom (les initiales ou le nombre de lettres)
6. La taille des vêtements (les chaussures par exemple)
7. L'anniversaire (à l'aide d'un calendrier perpétuel, déterminer la journée de la naissance, l'heure de la journée)
8. L'âge (année et mois, 15,6 ans par exemple)

Reproduit, avec permission, de « Applications in School Mathematics: Human Variability », dans Applications in School Mathematics, copyright 1979, National Council of Teachers of Mathematics.

Pour de courtes descriptions de projets scolaires, reportez-vous également à « Projects », dans Teaching Statistics and Probability (NCTM Yearbook 1981).

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Les élèves doivent se servir de leur calculatrice pour effectuer tous les calculs.

Vidéo :
Les vidéos Math Wise suivantes illustrent les divers concepts mathématiques cités à l'aide d'exemples de la vie courante.

Math Wise : « Locating/Interpreting 01 - Organizing Information ».
Math Wise : « Locating/Interpreting 02 - Graphs ».
Math Wise : « Predicting 01 - Choosing a Sample ».
Math Wise : « Predicting 03 - Averages ».
Reportez-vous également à la discussion du guide du maître et aux activités pour les élèves.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

BMS2 : pages 451 à 458
BMS3 : pages 106 à 115 et 127 à 146
MS3 : pages 501 à 519 et 560 à 574
PC2 : pages 239 à 243

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'une probabilité est une mesure numérique représentant la possibilité de réalisation d'un événement et que celle-ci peut avoir une valeur de 0 à 1.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 indiquer les espaces de l'échantillon pour des expériences simples ou des simulations;

2.2 déterminer le nombre de résultats possibles lors d'une expérience, à l'aide de techniques de calcul comme les diagrammes arborescents;

2.3 exprimer la probabilité d'un événement en fonction d'une situation donnée, d'une expérience simple ou d'une simulation;

2.3.1 mener à bien une étude afin de déterminer la probabilité expérimentale d'un événement.

REMARQUES

Les élèves doivent participer activement à des expériences et à des simulations d'énumération d'espaces de l'échantillon, en utilisant des techniques de calcul, en exprimant la probabilité de réalisation d'un événement et en déterminant si celle-ci est surprenante ou prévisible. Demandez-leur d'utiliser des tiges mobiles terminées en pointe et pivotant sur un cadran (celles-ci étant faciles à fabriquer, les élèves peuvent faire leurs propres tiges), de jouer aux dés, à pile ou face, de tirer des cartes d'un jeu, afin d'illustrer la « probabilité ».

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Punaises - Demandez aux élèves d'essayer de deviner la probabilité qu'une punaise tombe la pointe vers le haut. Donnez une punaise à chaque élève et demandez-leur de la faire tomber 10 fois, tout en notant le nombre de « pointe vers le haut » ou « de côté ». Notez la fréquence relative des « pointes vers le haut » pour chaque élève et construisez un graphique des fréquences relatives cumulatives. Comparez et discutez des probabilités spéculatives et expérimentales.

Pour d'autres activités relatives à la probabilité et effectuées à l'aide de punaises, reportez-vous à « Out of Thin Air », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action ».

Activité : Les cylindres - Demandez à chaque élève d'apporter trois cylindres de tailles diverses (tubes de papier essuie-tout, boîtes de conserves nettoyées dont les étiquettes et les couvercles ont été enlevés, etc). Identifier les extrémités « face » et « pile ». Demandez-leur ensuite de déterminer la hauteur par rapport au diamètre et d'utiliser cette valeur pour classer les cylindres.

Spéculer sur la probabilité que chaque cylindre tombe côté « face », côté « pile » ou de côté lorsqu'on le lance. Faites tomber chacun des cylindres 20 fois, en notant les fréquences des trois chutes possibles.

Y a-t-il un nombre inégal de chutes pile et face pour un des cylindres ? Y a-t-il un modèle de chute qui ressort par rapport à la classification ? Quel est le rapport diamètre-hauteur d'une pièce de monnaie ? Quelle est la probabilité que cette pièce tombe sur le côté ?

Problème : On joue 10 fois à pile ou face et on obtient 9 fois face et une fois pile. Au prochain jeu, que devriez-vous faire ?
a) Choisir face b) Choisir pile c) Peu importe

Réponse : a) choisir face. La pièce de monnaie peut être truquée en faveur de face. Dans le cas contraire, la probabilité de tomber sur face est alors toujours de 50 %.

Reportez-vous également aux activités associées à la probabilité dans Student Math Notes.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Quantitative Literacy, option « Exploring Probability ». Logiciel utilitaire de simulation des probabilités avec les dés et les pièces de monnaie (pile ou face avec des pièces normales et truquées), etc.

Vidéo :
Math Wise : « Predicting 01 - Probability ».
Reportez-vous aussi à la discussion du guide du maître et aux feuilles de calcul des élèves. Cette vidéo illustre certains exemples de l'emploi de la probabilité dans la vie courante.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS2 : pages 529 à 570
BMS2 : pages 471 à 487
PC3 : pages 243 à 257

Mathématiques 14
Intégration de numération
Concepts et habiletés de l'unité « Géométrie »

Les concepts associés à la numération qui sont identifiés dans la partie ombrée ci-dessous représentent ceux que les élèves doivent utiliser, appliquer ou apprendre à l'intérieur de cette unité. On trouvera une description détaillée de chacune des habiletés aux pages 287 à 289.

	Rapport et proportion	Statistiques et probabilité	Géométrie	Mesures	Algèbre et représentation graphique
Mental	1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8	1.1, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.8
Estimation	2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2
Technologie	1.15, 1.18	1.18	1.16, 1.17	1.16, 1.17, 1.18	1.16, 1.17, 1.18
Papier et crayon	1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.14	1.9, 1.10, 1.11	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'on peut classifier les figures géométriques à deux et trois dimensions et que celles-ci sont définies par des caractéristiques uniques.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 classifier des polygones d'après le nombre de leurs côtés;

1.2 classifier des triangles et des quadrilatères d'après leurs côtés et leurs angles;

1.3 déterminer la somme des angles intérieurs d'un polygone;

- 1.3.1 effectuer une recherche afin de déterminer la somme des angles intérieurs d'un polygone;

1.4 classifier les solides géométriques courants qui suivent : prismes rectangulaires, pyramides, cylindres, cônes et sphères;

- 1.4.1 effectuer une recherche afin de déterminer la relation qui existe entre les arêtes, les faces et les sommets de polyèdres;
- 1.4.2 tracer des développements définissant des polyèdres simples;
- 1.4.3 construire des polyèdres simples à partir de développements;

1.5 identifier et définir les termes suivants, qui sont associés au cercle : rayon, diamètre, circonférence et demi-cercle.

REMARQUES

Ce concept vise à développer chez les élèves une compréhension des figures géométriques à deux et à trois dimensions. Pour ce faire, ils doivent participer à la classification de polygones et de solides géométriques et ils doivent également prendre part à des activités qui exposent les propriétés de ces figures. L'étude des polygones ne doit pas dépasser le décagone, tandis que les triangles et les quadrilatères seront classifiés non seulement d'après leurs côtés mais aussi selon leurs angles. En plus de la classification des polygones, les élèves doivent faire des recherches afin de déterminer la somme des angles intérieurs d'un polygone. La classification des solides géométriques doit se limiter aux prismes rectangulaires, aux pyramides, aux cylindres, aux cônes et aux sphères. Lors de l'examen approfondi des polyèdres, les élèves devront tracer et utiliser des développements dans le but de construire des polyèdres, de même qu'effectuer des recherches afin de déterminer la relation qui existe entre les arêtes, les faces et les sommets des polyèdres. (Celle-ci est décrite par la relation d'Euler : $A + 2 = F + S$). Le dernier aspect de l'étude de ce concept a trait aux caractéristiques et aux propriétés du cercle (rayon, diamètre, circonférence et demi-cercle).

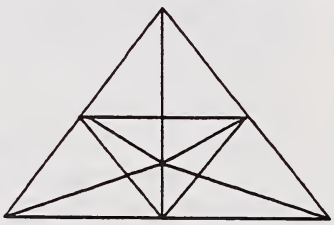
Note : Une figure à 11 côtés est un hendécagone (le « Dollhuard » est un hendécagone).

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Polygone - Classification et identification selon les côtés - Demandez aux élèves de regarder dans un dictionnaire la définition des termes employés, puis d'identifier d'autres termes ayant les mêmes préfixes que ceux qui définissent les polygones; exemple : regarder le terme octogone dans le dictionnaire, passer en revue les définitions des autres termes qui commencent par le préfixe « oct », ce qui permet de conclure que ceux-ci sont tous en rapport avec le nombre huit, puis tracer une figure à huit côtés. Cette activité permettra de faire plus facilement le lien entre le préfixe et le nombre de côtés dans une figure.

Activité : Triangles et quadrilatères - Les élèves doivent mesurer eux-mêmes les côtés et les angles. Au cours de ces activités, attirez leur attention sur les similitudes et les différences dans la classification des triangles et des quadrilatères d'après les côtés et les angles. De plus, approfondissez la discussion portant sur les côtés afin d'aborder la question de savoir si des caractéristiques particulières peuvent ou non décrire un même triangle; un triangle scalène, par exemple, peut-il être également un triangle rectangle ? Les élèves ne doivent pas seulement mesurer les côtés et les angles de tels triangles, mais aussi noter les différences et les similitudes entre ceux-ci.

Problème : Combien de triangles peut-on dénombrer ?



Réponse : 47

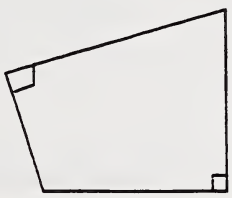
Problème : En n'utilisant que les neuf points comme extrémités, combien de triangles isocèles est-il possible de former sur ce tableau-figures de 3×3 ?

Réponse : 36

Problème : Un câble de 8 cm de longueur doit être coupé en trois sections qui formeront les côtés d'un triangle. Si la longueur de chacune de ces trois sections est un nombre entier naturel, quelle est la longueur du plus petit côté ?

Réponse : 2 cm.

Activité : Reproduire quatre fois la figure suivante, puis disposer ces copies de façon à former a) un parallélogramme et b) un carré.



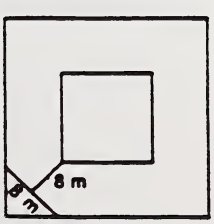
Problème : Découper un triangle équilatéral, puis replier les sommets vers le centre. Quelle figure obtient-on ?

Réponse : Un hexagone régulier.

Problème : Soit un carré; de quelle façon peut-on démontrer, à l'aide d'un morceau de papier de construction et sans avoir recours à un rapporteur d'angle, que la somme de ses angles est égale à 360° ?

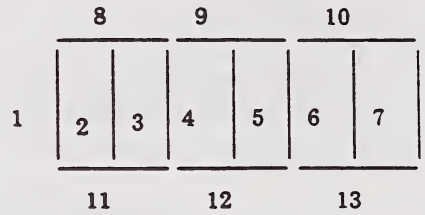
Problème : M. Jolicœur avait un potager carré et, chaque année, on lui volait quelques melons. Ce potager étant son unique source de revenus, M. Jolicœur a alors fait creuser un fossé de 10 m de largeur sur 10 m de profondeur autour de son carré. Il a ensuite fait remplir ce fossé d'eau. Toutefois, après seulement une nuit ou deux, quelques melons ont encore disparu et les voleurs ont laissé derrière eux les deux planches de 8 m qui leur ont permis de traverser le fossé. Comment sont-ils parvenus à faire ceci ?

Réponse :



Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

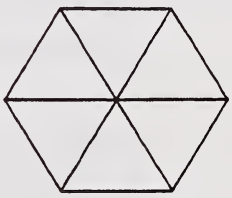
Problème : Au cours d'une démonstration du club des 4H, les participants ont construit six enclos à porcs avec 13 panneaux, tous d'égale longueur comme ci-dessous :



Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

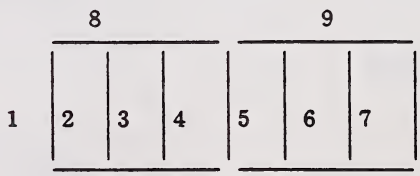
a. Un des panneaux a été écrasé par un camion qui reculait. Les membres du club ont alors disposé les 12 autres panneaux de façon à pouvoir toujours former six enclos de même grandeur et de forme identique. Comment ont-ils procédé ?

Réponse :



b. Un peu plus tard, le chef a eu besoin de l'un des panneaux restants pour un autre usage. Les membres du club ont alors formé six enclos de grandeur égale et de forme identique avec 11 panneaux. Comment ont-ils fait ?

Réponse :



10 11 panneaux

Activité : Angles intérieurs des polygones - La discussion initiale doit porter sur les triangles. Les élèves doivent mesurer, à l'aide d'un rapporteur, le nombre de degrés dans plusieurs « types » de triangles (scalène, rectangle, obtusangle et acutangle par exemple). Ceci donnera à l'élève une certaine expérience du mesurage des degrés d'un polygone. L'étude doit être ensuite approfondie pour inclure les quadrilatères (on peut également mentionner qu'un quadrilatère peut se diviser en deux triangles). Un développement approfondi doit porter sur les autres polygones, en mesurant en premier lieu les angles, puis en les comparant au nombre de triangles pouvant être construits à l'intérieur de ce polygone. Demandez aux élèves d'examiner les deux approches qui suivent. Quelles sont les différences, le cas échéant, entre ces deux processus ? À la fin de cette étude, les élèves doivent avoir découvert la « règle » et être en mesure de déterminer le nombre de degrés dans un polygone à n côtés.

Pour une gamme d'activités visant à faciliter l'apprentissage des relations entre les angles des polygones et permettant de tracer des polygones réguliers, reportez-vous à « Polygones Made to Order », dans Mathematics Teacher, janvier 1987.

Problème : Entre 9 h 30 et 10 h 17, par combien de degrés l'aiguille des minutes passe-t-elle ?

Réponse : 282 degrés.

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

Activité : Polyèdres - Examinez d'abord les polyèdres que les élèves rencontrent dans la vie de tous les jours; des boîtes de céréales ou de biscuits, par exemple, représentent des polyèdres. Séparez tous les côtés qui sont collés pour comprendre ce qu'est un développement. Incitez les élèves à étudier les similitudes et les différences dans la représentation de différents développements de polyèdres distincts. Demandez aux élèves de reconstruire les boîtes pour voir « comment » obtenir un polyèdre à partir d'un développement. À ce stade, les élèves doivent examiner différents

polyèdres afin d'étudier la relation qui existe entre les arêtes, les faces et les sommets (cela facilite l'apprentissage, tout en confirmant l'importance des modèles mathématiques).

Problème : Un cube de bois dont chaque arête mesure 10 cm est peint en rouge. Ce cube est ensuite coupé en petits cubes de 2 cm. Combien de ces cubes de 2 cm n'ont aucune face peinte en rouge ? Il est conseillé que les élèves se construisent un modèle (les cubes de sucre conviennent) en utilisant des dimensions plus réduites, puis qu'ils examinent combien de cubes n'ont aucune face peinte en rouge à l'origine; ils peuvent ensuite appliquer ce procédé à un cube plus grand. Un modèle devrait alors ressortir.

Réponse : 27

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

Pour des activités associées à ce problème, reportez-vous à « Discovery with Cubes », dans Mathematics Teacher, mai 1988.

Activité : Cercles - Les élèves doivent se rendre compte qu'un cercle est un polygone particulier. Donnez-leur l'occasion de tracer des cercles puis d'en mesurer le rayon et le diamètre, afin de comprendre la relation qui existe entre les deux. Demandez aux élèves de déterminer s'il est possible ou non de tracer un cercle dont on ne connaît que le rayon et le diamètre. Il est important de signaler qu'à ce stade, la discussion portant sur la circonférence ne doit pas comprendre le calcul de celle-ci, mais doit avoir plutôt trait au fait que la circonférence représente le pourtour du cercle. L'apprentissage du « demi-cercle » commence par la connaissance du terme « demi »; encore une fois, des exemples de la notion de « demi » tirés de la vie de tous les jours permettra aux élèves de faire le lien avec le « demi » mathématique. L'étude du nombre de degrés dans un cercle semble également pertinente. Pour ce faire, les élèves peuvent utiliser un rapporteur pour examiner les degrés.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Toutes les additions doivent être effectuées à l'aide d'une calculatrice.

Pour un exemple de l'utilisation d'un logiciel tableur lors de l'exploration des mesures des angles de polygones réguliers, reportez-vous à « Integrating Spreadsheets into the Mathematics Classroom », dans Mathematics Teacher, novembre 1988. Appleworks et Microsoft Works sont deux sources de base d'Alberta Education.

Logiciel - Geometric Supposer : Quadrilaterals (Sunburst). Peut être utilisé comme activité facultative d'exploration.

Problème : Un morceau de papier carré a été plié comme aux figures I, II et III. La figure IV montre un petit trou percé à travers ce morceau de papier.

Fig. I

Fig. II

Fig. III

Fig. IV

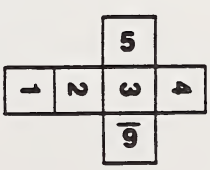
Si ce papier était complètement déplié, de quoi aurait-il l'air ?

Réponse :

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

Triangles - Demandez aux élèves de tracer différents types de triangles à l'aide d'un rapporteur et d'une règle.

Polyèdres - Le première illustration ci-dessous montre le développement d'un cube. Une des figures est la reconstitution de ce développement. Quelle est cette figure ?



Réponse :

(✓)

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

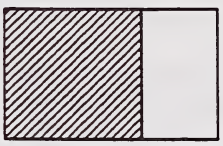
SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Quadrilatères : (Note : Cette activité favorise également l'apprentissage du rapport.)

Demandez aux élèves de tracer plusieurs rectangles, puis demandez à chacun d'eux de choisir celui qu'il considère comme le plus « beau » rectangle. Mesurez et calculez le rapport entre la longueur et la largeur. Mentionnez que les Grecs considéraient qu'un rapport variant entre 1,4 et 1,8 représentait de beaux rectangles.

Êtes-vous en désaccord avec la définition des Grecs ? Quels objets courants sont des exemples de beaux rectangles ? Donnez des exemples de rectangles « laids ».

Demandez aux élèves de construire un carré sur leur beau rectangle, comme ci-dessous :



Comparer le rapport entre la longueur et la largeur dans la partie non hachurée au rapport qui existait dans le rectangle initial. (La largeur du rectangle original devient toujours la longueur du nouveau rectangle.) Les élèves doivent découvrir que pour des rapports se situant entre 1,4 et 1,8, la forme des deux rectangles est sensiblement la même.

Demandez aux élèves de construire des « rectangles parfaits » (ou « rectangles d'or ») dont le rapport entre la longueur et la largeur est de 1,618, puis de tracer des carrés comme ci-dessus. Que peuvent-ils observer lors de la comparaison des rapports ?

Pour de plus amples informations, reportez-vous à « Reinforce Division by Learning Ratios », dans Activities for Junior High School and Middle School Mathematics.

Cercles - Étant donné des cercles, demandez aux élèves de déterminer si certaines cordes sont des rayons ou des diamètres, ou encore demandez-leur de tracer des rayons et des diamètres, puis d'expliquer par écrit pourquoi une certaine corde n'est pas un rayon ou un diamètre.

Triangles - Demandez aux élèves d'étudier la relation qui existe entre la mesure d'un angle et la longueur du côté opposé à cet angle, par rapport au triangle complet.

Problème : Les mesures des angles d'un triangle sont dans le rapport 2:3:5. Combien y a-t-il de degrés dans l'angle le plus petit ?

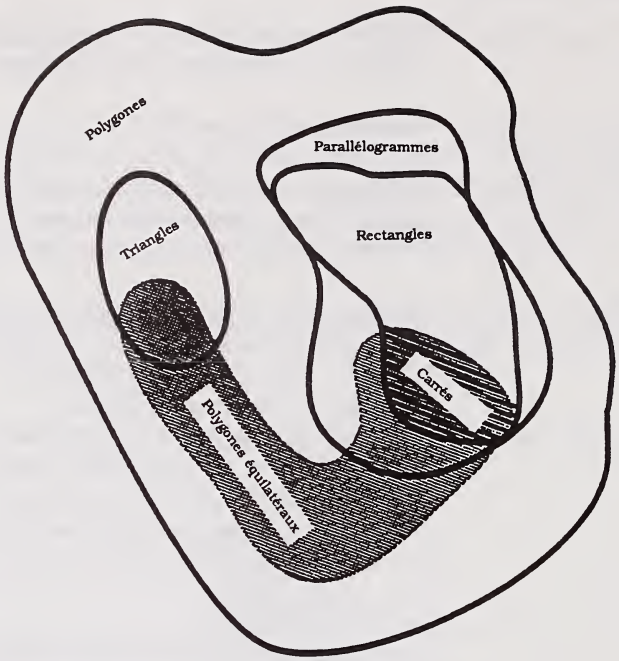
Réponse : 36°, 54° et 90°.

Polygones - Lors de l'apprentissage de la définition de « polygone régulier », les élèves doivent mesurer les angles et les côtés de polygones réguliers et irréguliers, puis établir des comparaisons.

Une discussion plus approfondie peut porter sur les mosaïques formées de polygones.

Activité : Cercles et quadrilatères
Découpez des carrés et des cercles dans un carton. En utilisant une chandelle ou une lampe de poche, essayez de projetez l'ombre de la figure sur l'un des murs de la classe qui a été plongée dans l'obscurité. Quelles formes peut-on créer en tournant les figures à des angles divers ? Comment cela est-ce possible ?

Activité : Polygones
Demandez aux élèves de travailler en groupes et de produire un dessin illustrant les relations qui existent entre des ensembles de polygones. Peu importe les figures choisies, ils doivent tenir compte des caractéristiques qui définissent ces figures. Supposons que les figures choisies sont des polygones, des triangles, des carrés et des rectangles. Les membres du groupe détermineront quel ensemble comprendra tous les autres, puis ils découperont celui-ci selon un plus grand format. Les membres du groupe choisiront un ensemble puis, en se concertant, ils élaboreront un dessin qui illustrera les relations entre leurs ensembles. Le produit fini pourrait ressembler à la figure suivante.



Reproduit, avec permission, de « Problem Solving in the General Mathematics Classroom », dans Activities for Junior High School and Middle School Mathematics, copyright 1981, National Council of Teachers of Mathematics.

Pour des activités associées au pliage de papier, reportez-vous à « Discoveries in Geometry by Folding and Cutting », dans Activities for Junior High School and Middle School Mathematics.

Polyèdres - Montrez aux élèves d'autres exemples de figures (comme le tétraèdre, le dodécaèdre, etc.). Examinez les développements de ces figures.

Pour d'autres **problèmes**, reportez-vous à Problem Solving Challenge for Mathematics, page 27, n° 8.8 et page 48, n° 12.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

PC2 : pages 51 à 55 et 71 à 73
PC3 : pages 25 à 50
MS2 : pages 381, 382, 384 à 389, 415 à 421 et 433 à 444
BMS2 : pages 125 à 144, 173 à 178, 185 à 188 et 203 à 211

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'on peut définir les figures géométriques d'après leurs caractéristiques uniques pouvant être reproduites à l'aide de techniques de construction et des instruments géométriques.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 construire un segment de droite de longueur donnée ou congruent à un segment donné;
2.2 tracer un angle de grandeur donnée ou construire un angle congruent à un angle donné;
2.3 construire les bissectrices perpendiculaires de segments et bissectrices d'angles;
2.4 tracer des polygones réguliers;
2.5 construire un cercle de rayon donné;
2.6 se servir d'une combinaison de techniques de construction;
  2.6.1 construire des angles de 90°, 45°, 60° et 30°;
  2.6.2 utiliser des techniques de construction pour construire ou reproduire des figures géométriques ou des dessins.

REMARQUES

Les activités des élèves qui font partie de ce concept peuvent être intégrées au concept 1. Les élèves doivent tracer des segments de droite et des angles d'une grandeur donné, ainsi que construire des segments de droite congruents, des angles congruents, des bissectrices d'angles, des bissectrices perpendiculaires de segments de droite, des cercles de rayons donnés, des angles de 90°, 45°, 60° et 30°, de même que des polygones réguliers. De plus, les élèves devront être en mesure d'utiliser ces techniques de construction pour construire ou reproduire des figures géométriques et des dessins. Il est important d'établir clairement la signification de plusieurs termes géométriques que l'on présume que les élèves comprennent, perpendiculaire, bissectrice et polygones réguliers par exemple.

Les instruments géométriques qui peuvent être utilisés sont le compas, la règle, le rapporteur, le réflecteur Mira et l'ordinateur. L'objectif **2.4** doit être limité aux polygones à 3, 4, 5, 6 et 8 côtés.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Lors du tracé et de la construction de ces figures, les élèves doivent prendre part au mesurage des angles et des segments, de façon qu'ils fassent réellement l'expérience de la bissection d'un angle ou d'un segment de droite et qu'ils « voient » que la bissectrice perpendiculaire forme un angle de 90° avec cette droite.

Une fois le concept de bissection compris et expérimenté, les élèves doivent être en mesure de construire un angle de 45° sans aucune autre explication.

Activité : Étant donné une figure géométrique comme un triangle, demandez aux élèves de construire un triangle congruent ou une figure moitié moins grande, en ne se servant que d'un compas et d'une règle.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Il est préférable d'utiliser un ordinateur afin de démontrer aux élèves que celui-ci peut construire et tracer les mêmes figures qu'eux.

Logiciel :
The Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst). Convient à une démonstration par l'enseignant et comme outil d'exploration pour l'élève.

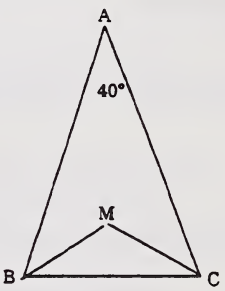
SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

- Construire un triangle de 90°-45°-45° ou de 30°-60°-90°.
- Un des angles d'un triangle mesure 40°. Quelle est la mesure de l'angle formé par les bissectrices des deux autres angles ?

Tentatives de résolution systématiques

Une solution possible :

Réponse : 110°



- Construire une droite perpendiculaire à une droite donnée, depuis un point quelconque qui n'est pas sur cette droite.
- *M* est le point central de *AB*, *C* et *D* sont sur *AB*, de sorte que *AC* = *CM* et *MD* = *DB*. Quel pourcentage de *AM* le segment *AD* représente-t-il ?

  Réponse : 150 %
- Déterminer le centre d'un cercle en construisant les bissectrices perpendiculaires de deux cordes.
- Regroupez les élèves par deux. Donnez à chaque équipe un modèle de cercle, ainsi qu'un morceau de carton carré.

Demandez-leur de déterminer le centre du cercle à l'aide du matériel fourni.

Une stratégie :

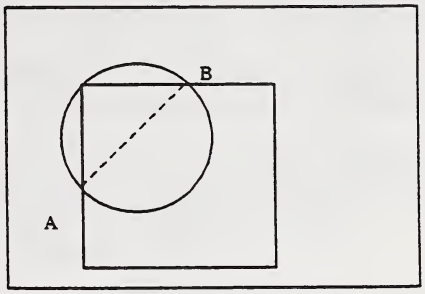


Figure reproduite, avec permission, de « Problem Solving in the General Mathematics Classroom », dans Activities for Junior High School and Middle School Mathematics, copyright 1981, National Council of Teachers of Mathematics.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

BMS2 : pages 179 à 185

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que la forme des figures géométriques semblables est la même mais que celles-ci peuvent être de dimensions différentes, que les angles correspondants sont égaux et que les côtés correspondants sont proportionnels.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.1 utiliser la relation qui existe entre les côtés des triangles semblables pour calculer les longueurs des côtés inconnus;

3.1.1 résoudre des problèmes à l'aide des propriétés des polygones semblables;

3.2 apprendre que la congruence est la similitude qui fait que la dimension des figures demeure la même.

REMARQUES

L'objectif de ce concept est de développer les connaissances et la compréhension des figures géométriques. Les élèves doivent être en mesure de calculer les longueurs des côtés inconnus et de résoudre des problèmes portant sur des figures semblables. Ils doivent également apprendre que la congruence est une similitude qui fait que la dimension des figures est la même.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : De nombreuses techniques de construction et de dessin peuvent être employées lors du développement de ce concept. Pour expérimenter la différence entre similitude et congruence, donnez aux élèves des ensembles de paramètres et demandez-leur de construire (ou tracer) des triangles. Fournissez, par exemple, à chaque élève les dimensions de trois côtés proportionnels pour former un triangle; demandez-leur de tracer leur propre triangle à l'aide d'une règle, puis d'en mesurer les angles. Que peuvent-ils observer lorsqu'ils mesurent ces angles ? (Tous les angles doivent être égaux.) Indiquez ensuite que les mesures des angles sont égales, mais que celles des côtés ne le sont pas. Quelle est la relation entre les mesures des côtés du triangle de chaque élève ? Vous pouvez refaire cette activité en donnant aux élèves les mesures de deux côtés et d'un angle, de deux angles et d'un côté ou de trois côtés (CCC, CAC et ACA, bien qu'une discussion formelle de ces relations ne soit pas nécessaire). Cette activité peut être approfondie pour inclure les autres polygones; dans ce cas, les élèves prennent des mesures afin de trouver des polygones congruents et semblables.

Avant que les élèves ne calculent les côtés inconnus des figures semblables à l'aide de l'algorithme, ils doivent mesurer et estimer les mesures des côtés de figures semblables.

Activité : Discutez d'exemples de la vie courante de triangles semblables. Le principe des triangles semblables, par exemple, fait en sorte qu'une planche à repasser reste à l'horizontale lorsqu'elle est relevée. Cela peut servir d'introduction à un projet hors classe.

Activité : Demandez aux élèves d'effectuer des expériences afin d'étudier l'effet produit par la « réduction de moitié » d'un angle dans un triangle. Les autres angles sont-ils eux aussi tous réduits de moitié ? Quel est l'effet produit par la réduction de moitié d'un côté ? Qu'arrive-t-il alors aux mesures des autres côtés ? Qu'arrive-t-il aux mesures des angles ?

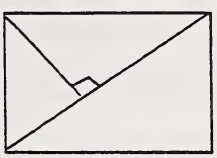
Problème : Des cercles peuvent-ils être semblables ? Peuvent-ils être congruents ? Quels éléments faut-il modifier pour créer des cercles « semblables » ?

Problème : L'ombre d'un homme qui mesure 180 cm est de 45 cm. Si l'ombre d'un poteau de téléphone est de 300 cm, la hauteur de ce poteau est alors de ____ cm.

Réponse : 1 200 cm.

Problème : Tracer des droites divisant un rectangle en trois triangles semblables.

Une solution :



UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst). Convient à une démonstration par l'enseignant et comme outil d'exploration pour l'élève.

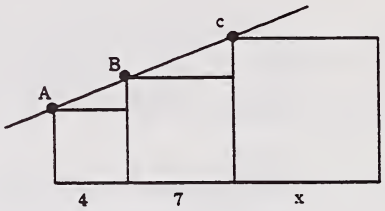
Geometric Supposer : Triangles (Sunburst). Approprié à une exploration facultative par l'élève.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

- Étudier de façon formelle les cas de similitude et de congruence CCC, CAC et ACA.
- Comprendre et utiliser le concept de la symétrie en ce qui concerne les figures géométriques. Cela inclut l'étude des droites de symétrie.

- **Problème** : Si les trois sommets A, B et C des trois carrés adjacents sont colinéaires, calculer la valeur de x.

Réponse : $x = \frac{49}{4}$



CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

PC 3 : pages 103 à 108
MS4 : pages 508 à 515
BMS, 4B : pages 91 à 98

CONCEPT 4

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent le théorème de Pythagore.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

4.1 appliquer le théorème de Pythagore pour déterminer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle;

4.1.1 résoudre, à l'aide du théorème de Pythagore, des problèmes portant sur des triangles rectangles.

REMARQUES

Les élèves devront appliquer le théorème de Pythagore pour déterminer la longueur d'un côté d'un triangle rectangle et pour résoudre des problèmes portant sur des triangles rectangles.

Note : Il est important que les élèves NE considèrent PAS $a^2 + b^2 = c^2$ comme l'unique représentation formelle du théorème de Pythagore. La compréhension de ce que représentent a, b et c est plus importante. Par conséquent, les élèves doivent non seulement voir mais aussi employer des lettres différentes lors de la représentation de ce théorème.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Avant d'entamer la discussion du théorème de Pythagore, demandez aux élèves de mesurer les côtés de triangles rectangles parfaits (un triangle dont les côtés mesurent 3-4-5 par exemple). À la suite de la discussion de l'algorithme, demandez aux élèves de calculer les dimensions des côtés inconnus, puis de mesurer ces côtés pour confirmer ces dimensions.

Activité : Demandez aux élèves d'identifier des situations qui se prêtent bien à l'application du théorème de Pythagore.

Problème : Une femme avance de 30 pas vers l'est, puis de 10 pas vers le nord, de 10 pas vers l'est, et enfin, de 20 pas vers le nord. À quelle distance se trouve-t-elle de son point de départ ?

Réponse : 50 pas.

Problème : Deux poteaux mesurant 10 m et 15 m de hauteur sont placés à la verticale à 12 m l'un de l'autre. Calculez la distance, en mètres, entre les sommets de ces deux poteaux.

Réponse : 13 m.

Pour une approche concrète de la vérification du théorème de Pythagore, reportez-vous à « Pythagorean Puzzles », dans Activities from « Mathematics Teacher ».

Activité : Demandez aux élèves de décrire, dans leurs propres mots, de quelle façon on peut appliquer le théorème de Pythagore pour déterminer si le coin d'une clôture forme un angle droit.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

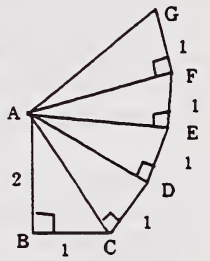
Logiciel :
Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst). Convient à une démonstration par l'enseignant et comme outil d'exploration pour l'élève.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

- À ce stade, une visite à la bibliothèque, pour effectuer une recherche sur Pythagore, semble appropriée.

- Quelle est la longueur de AG ?

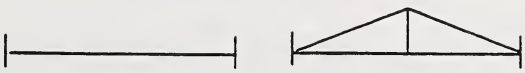
Réponse : 3 unités.



- **Problème** : Les points formant une quadrillé 3 sur 4 sont situés à 1 cm l'un de l'autre. Unissez deux points pour former un segment de droite mesurant $\sqrt{5}$ cm de longueur. Combien de segments de $\sqrt{5}$ cm peut-on tracer sur ce quadrillé ?

Réponse : 14.

- **Problème** : Supposons que la canicule estivale a eu pour effet de dilater de 1 m un pont de 2,5 km de longueur. Ce pont n'est ancré qu'à ses deux extrémités. Il ne s'est pas effondré, mais cette dilatation a par contre produit un renflement vers le haut. Quelle serait la hauteur de ce renflement ? Est-il recommandé de traverser ce pont ?



Réponse : Si on présume que le renflement ne se produit qu'au centre et que les côtés sont droits, la hauteur au centre est de $\sqrt{1\,250,5^2 - 1\,250^2} \approx 35,35$ m.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS3 : pages 313 à 320 et 325 à 332
BMS2 : pages 279 à 282
PC3 : pages 109 à 111
MS4 : pages 535 à 538

CONCEPT 5

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il existe une relation entre les angles formés par des droites qui se coupent.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

5.1 identifier des droites parallèles, perpendiculaires et qui se coupent;

5.2 identifier et reconnaître les caractéristiques de la relation qui existe entre des angles supplémentaires, complémentaires et opposés par le sommet;

5.2.1 effectuer une recherche afin de déterminer les propriétés des angles compris entre des droites qui se coupent;

5.2.2 résoudre des problèmes portant sur les relations qui existent entre les droites qui se coupent et entre les droites parallèles et les angles qu'elles forment, afin de résoudre des problèmes comprenant le calcul des angles inconnus.

REMARQUES

Plusieurs des objectifs de ce concept font suite aux discussions précédentes. Les élèves doivent pouvoir identifier des droites parallèles, des droites qui se coupent et des droites perpendiculaires, de même que des angles supplémentaires, complémentaires et opposés par le sommet. Plutôt que de donner les définitions de chacun de ces termes aux élèves, ceux-ci doivent effectuer des recherches et des activités qui leur permettront de trouver leur signification.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

L'emploi de termes spécifiques comme « angles correspondants » d'angles associés à des droites parallèles, tout comme « modèles »; en forme de Z, par exemple, est déconseillé.

Activité : Lors de l'étude des droites, demandez aux élèves d'identifier les différences qui existent entre des droites parallèles et des droites qui se coupent. Demandez-leur ensuite d'examiner les différences qu'il y a entre des droites qui se coupent et des droites perpendiculaires. À ce stade, les élèves peuvent identifier des endroits de la vie courante où, selon eux, ils ont vu des droites. Le fait de prendre conscience que l'intersection de droites forme des angles est important pour un apprentissage approfondi.

Activité : Vous pouvez commencer cette activité en demandant aux élèves de mesurer des paires d'angles avant de mesurer les angles formés autour du point d'intersection de droites. À partir de paires d'angles, formés par des droites ou des segments de droites qui se coupent, demandez aux élèves de mesurer chaque angle, puis de regrouper les paires. Une fois les groupes établis (les angles dont la mesure est la même par exemple, ou ceux dont la somme des mesures donne 180°, ou encore ceux dont la somme des mesures

donne 90°), il s'agit de désigner les angles de chaque groupe comme opposés par le sommet, complémentaires ou supplémentaires. Demandez ensuite aux élèves d'écrire, dans leurs propres mots, la définition des angles opposés par le sommet, complémentaires et supplémentaires.

Pour une description détaillée de jeux visant à faciliter l'apprentissage des angles, des droites parallèles et des polygones, reportez-vous à « Games, Geometry, and Teaching », dans Mathematics Teacher, avril 1988.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Les calculs doivent être effectués à l'aide d'une calculatrice.

Logiciel :
The Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst). Convient à une démonstration par l'enseignant et comme outil d'exploration pour l'élève.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

- Étudiez et discutez du fait que l'intersection de deux droites forme un plan.
- Examinez la définition des angles adjacents ainsi que le moment approprié de les intégrer à la discussion (quelles en sont les similitudes et les différences par exemple).
- Étudiez les droites obliques.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

PC 2 : pages 59 à 66

Mathématiques 14
Intégration de numération
Concepts et habiletés de l'unité « Mesures »

Les concepts associés à la numération qui sont identifiés dans la partie ombrée ci-dessous représentent ceux que les élèves doivent utiliser, appliquer ou apprendre à l'intérieur de cette unité. On trouvera une description détaillée de chacune des habiletés aux pages 287 à 289.

	Rapport et proportion	Statistiques et probabilité	Géométrie	Mesures	Algèbre et représentation graphique
Mental	1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8	1.1, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.8
Estimation	2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2
Technologie	1.15, 1.18	1.18	1.16, 1.17	1.16, 1.17, 1.18	1.16, 1.17, 1.18
Papier et crayon	1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.14	1.9, 1.10, 1.11	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que les unités de mesure standard de longueur, de masse et de volume apportent uniformité et précision, et que le système le plus répandu est le système SI (métrique).

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 reconnaître les unités de base du système métrique pour la longueur (mètre, m), la masse (kilogramme, kg), la tonne (t) et le volume des liquides et des gaz (litre, L);

1.2 utiliser les mesures SI appropriées de longueur, de poids et de volume des liquides et des gaz (limite : kg, g, L, ml, m, cm, mm et km);

1.3 exprimer des équivalences des unités de longueur, de masse et de volume;

1.4 reconnaître les unités de mesure non métriques qui sont encore utilisées de façon courante.

REMARQUES

Les élèves devront être en mesure d'utiliser, de reconnaître et d'exprimer les équivalences à l'intérieur des mesures de base du système métrique pour la longueur (mètre, m), la masse (kilogramme, kg) et le volume des liquides et des gaz (litres, L). En plus d'étudier en profondeur le système métrique SI, les élèves doivent pouvoir reconnaître les unités de mesures non métriques qui sont encore utilisées de façon courante.

Note : Les termes « poids » et « masse » ne sont pas interchangeables. Portez une attention particulière lorsque vous les utilisez.

Le Guide canadien d'initiation au système métrique (1979, page 19) précise que la capacité et le volume sont des mesures égales. Plus spécifiquement, on y indique que le mètre cube (m^3) est l'unité de volume du système SI; il peut être utilisé pour l'espace ou pour le contenu de certaines substances solides, liquides ou gazeuses. On spécifie aussi que le litre (L) est le nom servant à désigner le décimètre cube (1 L = dm^3) et qu'il est utilisé pour le volume des solides, des liquides et des gaz; le millilitre (ml) est utilisé en médecine, en art culinaire, en laboratoire, etc., tandis que le centimètre cube (cm^3) est aussi d'usage courant en laboratoire.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Il est important de présenter aux élèves le terme « mesurage » et que cela n'implique pas uniquement l'utilisation de m, kg ou L. Demandez aux élèves d'identifier les éléments qui sont mesurés dans leur vie. Leur âge, par exemple, est mesuré, de même que la température, la quantité de nourriture consommée et le temps.

Activité : De plus, il est important d'expliquer la raison de la popularité d'un système de mesure standard. Demandez aux élèves de mesurer l'épaisseur de leur livre de mathématiques avec leurs pouces. Ils obtiendront des mesures comme 1/2 pouce, 1 1/2 pouce, etc. En réalité, l'épaisseur du livre de mathématiques demeure la même, mais en raison des différences entre la longueur du pouce de chacun, la mesure est différente. Si nous disions à des individus situés à l'extérieur de la classe que l'épaisseur du livre de mathématiques est de 1/2 pouce, seraient-ils en mesure de comprendre l'épaisseur de ce volume ? La nécessité d'avoir un système de mesure standard apparaît : si on mentionne une épaisseur de 6 cm, tout le monde pourra se représenter cette valeur.

Activité : Il est important que les élèves utilisent l'instrument de mesure approprié aux circonstances. Imaginez des expériences au cours desquelles ils doivent mesurer, par exemple un centimètre, à l'aide d'un mètre de bois. Cela mène à une discussion sur la précision des instruments. À la suite de cette expérience, présentez aux élèves des cas pour lesquels ils doivent décider non seulement de l'instrument de mesure, mais aussi des unités de mesure les plus appropriées à la situation.

Activité : Lors de l'apprentissage des divers préfixes du système métrique, les élèves doivent mesurer des droites, par exemple, en utilisant les km, mm, cm, puis décrire, dans leurs propres mots, les différences qui existent entre ces mesures.

Problème : Un escargot se trouve au fond d'un puits de 16 m de profondeur et, en rampant, il remonte de 4 m chaque jour. Chaque soir, la pauvre bête glisse toutefois et recule de 3 m. En combien de temps cet escargot parviendra-t-il à se hisser jusqu'en haut du puits ?

Réponse : 13 jours.

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

Problème : Une murale de 3 mètres de largeur est peinte au centre d'un mur de 19 m de largeur. À combien de mètres de l'extrémité du mur le côté de la murale le plus près de celui-ci se trouve-t-il ?

Réponse : 8 mètres.

Problème : Une brique a une masse de 600 g plus 1/2 de sa masse totale. Quelle est sa masse totale ?

Réponse : 1 200 g.

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

Activité : Trouvez un robinet qui fuit et mesurez en millilitres la quantité d'eau gaspillée en 10 minutes. À ce rythme, quel sera le gaspillage d'eau en une heure, en une journée et en une semaine ?

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D (édition revue), section « Measurement ». Vous pouvez utiliser certaines des leçons comme exercices.

Vidéo :
Math Wise : « Measuring 01 - Measuring Instruments ». Reportez-vous également à la discussion du guide du maître et aux feuilles de calcul des élèves. (Distribué par ACCESS.) Il sert le plus adéquatement comme introduction à cette unité.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

- Discutez de cl, dl, dg, etc.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

BMS2 : pages 147 et 148

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que le périmètre est la mesure du pourtour d'une figure géométrique.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 calculer le périmètre de polygones;

2.1.1 calculer le périmètre de formes et d'objets irréguliers;

2.2 calculer la circonférence d'un cercle à l'aide d'une formule;

2.2.1 résoudre des problèmes portant sur le calcul de la circonférence de cercles et d'aires circulaires.

REMARQUES

Les élèves devront résoudre des problèmes portant à la fois sur le périmètre et la circonférence, de même que déterminer ces mesures à l'aide de formules appropriées. On présume souvent que les élèves connaissent le « périmètre ». En fait, bien souvent ils ne connaissent que la formule $2L + 2l = P$ et ne sont pas en mesure d'associer le périmètre à la circonférence, par exemple. Cette formule ne doit donc en aucun cas servir d'introduction à ce concept. Les élèves doivent comprendre ce qu'est le périmètre et être en mesure de le décrire, avant d'appliquer cette formule.

Polygones - Avant que les élèves ne mesurent des polygones, demandez-leur de mesurer le contour de plusieurs objets comme une porte, le dessus d'un pupitre, une fenêtre. Cette expérience leur démontrera que le « périmètre » n'est pas seulement un concept mathématique. À ce stade, il importe également de discuter des instruments de mesure appropriés en fonction de la précision exigée.

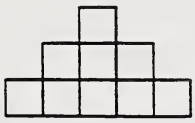
PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Afin que les élèves puissent comprendre que des figures ayant le même périmètre ne sont pas nécessairement des figures identiques, demandez-leur de créer une figure à l'aide d'un bout de corde (utilisez la même longueur pour plusieurs élèves) : le périmètre de ces figures est identique. Voici quelques questions qui peuvent être posées : Est-ce que la grandeur du périmètre détermine le nombre de côtés d'un polygone ? Le périmètre a-t-il un effet quelconque sur la mesure des degrés du polygone ? Si deux figures sont réunies, le périmètre de la nouvelle figure sera-t-il égal à la somme des périmètre des figures 1 et 2 ? (Demandez à chaque élève d'unir sa figure à celle d'un autre élève, puis de mesurer les périmètres afin de déterminer si cela est effectivement le cas.)

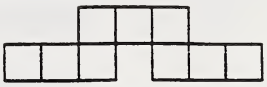
Problème : Les figures A et B ci-dessous sont constituées de carrés congruents. Si le périmètre de la figure A est de 48 cm, combien mesure celui de la figure B ?

Réponse : 60 cm.

A



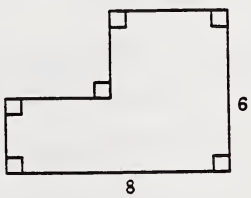
B



Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

Problème : Le périmètre du polygone ci-dessous est :
A) 14 B) 20 C) 28 D) 48
E) impossible à déterminer d'après les renseignements fournis.

Réponse : 28.



Activité : Cercles - Demandez aux élèves de discuter des différentes façons de mesurer la distance autour des cercles. Dites-leur d'utiliser des ficelles, et peut-être des rubans à mesurer, pour déterminer le pourtour d'objets circulaires; ceci les aidera à comprendre l'importance de disposer d'une formule pour calculer la circonférence d'un cercle.

Activité : Dans le but d'aider à la compréhension de π, demandez aux élèves de mesurer les diamètres et les circonférences d'un ensemble de cercles, puis faites-leur remarquer que le rapport entre ces deux valeurs est approximativement 3,14 dans chaque cas. Les élèves doivent remplir un tableau comme celui qui suit.

Cercle	C	d	C/d
1			
2			
3			
4			
5			

Problème : Quel est le nombre de révolutions effectuées par les roues, de 50 cm de diamètre, d'une bicyclette sur une distance d'un kilomètre ?

Réponse : ≈ 637 révolutions

Problème : L'aiguille des minutes d'une horloge mesure 6 cm de longueur. Au centimètre près, quelle distance la pointe de l'aiguille des minutes parcourt-elle en 35 minutes ?

Réponse : $7\pi \approx 22$ cm.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
The Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst). Convient à une démonstration par l'enseignant et comme outil d'exploration pour l'élève.

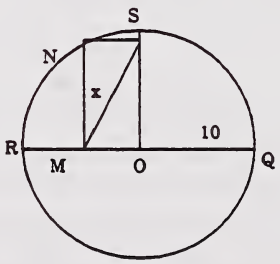
SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

- **Polygones** - Une discussion des « isopérimètres » (polygones à périmètres égaux).

- **Cercles et polygones**

La figure MNPO est un rectangle. O est le centre du cercle. Déterminer x.

Ce problème ne porte pas sur la circonférence, l'accent étant plutôt mis sur le cercle.



CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

BMS2 : pages 145 à 149 et 190 à 196
MS2 : pages 419 à 423

CONCEPT 3

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que l'aire est le nombre d'unités carrées contenues à l'intérieur des limites d'une figure géométrique.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

3.1 calculer l'aire de triangles et de quadrilatères à l'aide de formules (limite : triangles et quadrilatères);

3.1.1 résoudre des problèmes portant sur le calcul de l'aire de triangles et de rectangles;

3.2 calculer l'aire d'un cercle à l'aide d'une formule;

3.2.1 résoudre des problèmes portant sur le calcul de l'aire de cercles.

REMARQUES

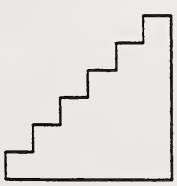
Ce concept traite de l'application de formules pour déterminer l'aire de triangles, de quadrilatères et de cercles lors de calculs et dans le cadre de la résolutions de problèmes. Il est important de prendre note qu'une fois de plus ce concept doit être enseigné en demandant aux élèves de calculer l'aire de ces figures sans avoir recours à la formule.

Note : Les problèmes se rapportant au calcul de l'aire composée peuvent être présentés sur un quadrillé.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Polygones - Le papier quadrillé et les panneaux-figures peuvent aider à comprendre le principe de l'aire. Le besoin d'une mesure indirecte de l'aire (donc le besoin de formules) deviendra évident lorsqu'il sera difficile de « compter » l'aire.

Problème : Trouver l'aire de la figure ci-dessous. Les segments de droite formant les « marches » se rencontrent à angle droit et sont d'une longueur de 1 cm.



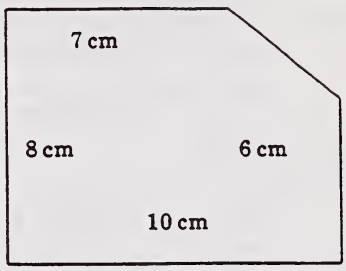
Réponse : 21 cm^2

Problème : Quelle fraction de la figure suivante est noircie (en présumant que toutes les droites horizontales sont parallèles, que

tous les angles sont droits, et que les droites verticales sont équidistantes et parallèles) ?

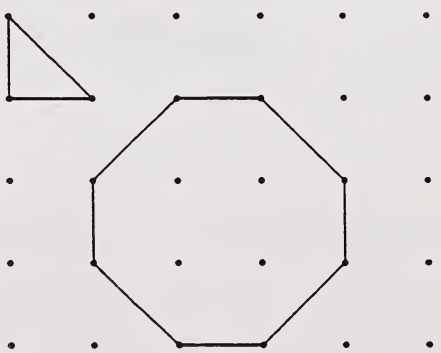
Réponse : 1/4.

Problème : Trouvez l'aire.



Réponse : 77 cm^2.

Problème : L'aire du triangle est de 2 cm^2. Quelle est l'aire de l'octogone ?

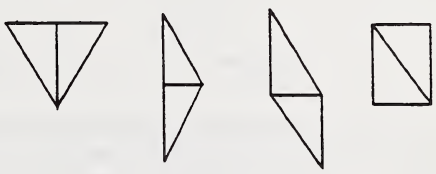


Réponse : 28 cm^2.

Problème

Voici deux triangles.

Ces triangles peuvent être disposés de plusieurs façons afin de former des figures distinctes.



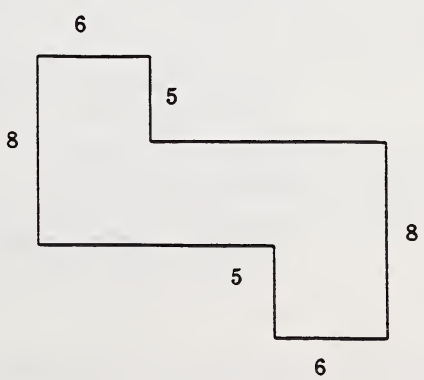
Les formes de ces figures sont-elles identiques ?

Les aires de ces figures sont-elles identiques ?

Assurez-vous de traiter des aspects géométriques, de même des aspects se rapportant aux mesures.

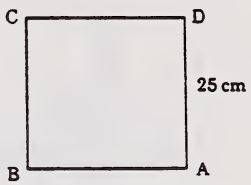
Reproduit, avec permission, de « Problem Solving in the General Mathematics Classroom », dans Activities for Junior High School and Middle School Mathematics, copyright 1981, National Council of Teachers of Mathematics.

Problème : Si l'aire de cette figure est de 108 unités carrées, quel est son périmètre ?



Réponse : 58 unités

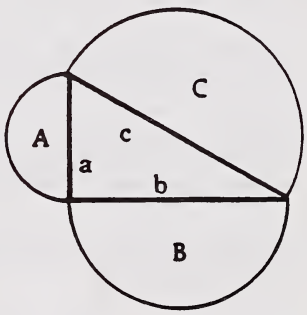
Problème : Quelles sont les dimensions du carré EFGH, résultant d'une réduction du carré ABCD, qui font en sorte que l'aire de ce dernier soit réduite de 25 % ?



Réponse : 12,5 cm × 12,5 cm.

Activité : Cercle - Demandez aux élèves de couper des portions de cercles, puis de former un parallélogramme et de tenter ensuite de mesurer l'aire : une fois de plus, en raison de l'inexactitude, il est important de disposer d'une formule permettant de calculer l'aire du cercle.

Problème : Pythagore a démontré que dans un triangle rectangle, $a^2 + b^2 = c^2$.



Est-ce vrai que, pour un triangle rectangle, l'aire des demi-cercles est définie par Aire A + Aire B = Aire C ?

Réponse : Oui.

Problème : Sur le quadrillé ci-dessous, former un carré ayant une aire de cinq unités carrées. Quelle est la mesure d'un côté ?

Réponse : C = $\sqrt{5}$ unités

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Pour un choix de problèmes d'optimisation portant sur l'aire, d'un coefficient de difficulté approprié et favorisant l'emploi des tableaux et de la calculatrice, reportez-vous à « Using Calculators to Fill Your Table », dans Activities for Implementing Curricular Themes from the « Agenda for Action ».

Logiciel :
Geometric preSupposer : Points and Lines (Sunburst). Convient à une démonstration par l'enseignant et comme outil d'exploration pour l'élève.

SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D, section « Measurement ». Vous pouvez utiliser certaines des leçons comme exercices.

Vidéo :
Math Ways (Kinetic), « Areas ». L'aire du cercle et l'aire totale du cylindre sont développées. Comprend une dérivation de π en tant que relation entre la circonférence et le diamètre. Dérive la formule $A = \pi r^2$. L'aire totale ne fait pas partie intégrante du programme de Mathématiques 14.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Problème : Le périmètre d'un rectangle mesure 22 cm. Si la longueur et la largeur sont chacune un nombre entier naturel en centimètres, combien d'aires différentes (en centimètres carrés) sont possibles pour ce rectangle ?

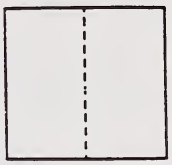
Réponse : 5.

Polyèdre - Discutez de l'aire totale des pyramides et des cônes.

Suggestions facultatives portant sur le carré :

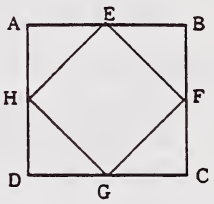
Problème : Un morceau de papier carré est plié en deux à la verticale. Si la figure qui en résulte a un périmètre de 12 cm, quelle était l'aire du carré original ?

Réponse : 16 cm^2.



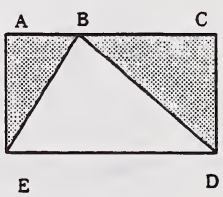
Problème : L'aire du carré ABCD est de 625 cm^2. E, F, G et H sont les points centraux de AB, BC, CD et DA respectivement. Calculer l'aire du carré EFGH.

Réponse : 312,5 cm^2.



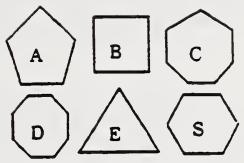
Problème : Si ACDE est un carré dont l'arête mesure 12 cm, quelle est l'aire de la partie ombrée ?

Réponse : 72 cm^2.



Explorez diverses stratégies. Une stratégie-clé : Quel est le résultat produit si on trace un segment de droite BF parallèle à AE, F étant situé sur le segment de droite ED ?

Activité :



Relations de forme

Matériel : Six polygones découpés et identifiés A, B, C, D, E et S. Comparer les aires des formes A, B, C, D et E à l'aire de la forme S. Déterminer si chacune d'elles est plus grande, égale ou plus petite que S.

Remarques : On peut tenter d'effectuer une estimation numérique de l'aire de chaque polygone, ou les superposer pour les comparer, ou encore subdiviser mentalement chacun d'eux en parties approximativement égales. Ce type de problème se prête bien à une présentation à l'aide d'un rétroprojecteur.

Reproduit, avec permission, de « A Do-It-Yourself Estimation Workshop », dans Estimation and Mental Computation, copyright 1986, National Council of Teachers of Mathematics.

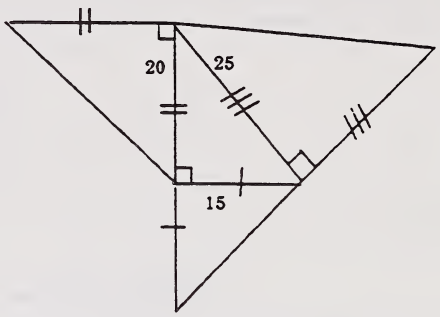
Problème : On doit construire un garage rectangulaire dont le périmètre fixe sera de 30 m. Quelles dimensions produiront la plus petite surface de plancher ? La plus grande surface de plancher ?

Incitez les élèves à employer diverses stratégies, comme :
- la méthode essais et vérifications;
- l'élaboration d'un tableau (L, l, P, A);
- la représentation graphique de la relation existant entre L et A (comparer ce graphique à celui de l et A);
- les valeurs décimales sont-elles nécessaires pour déterminer la plus grande aire ?

Réponses : 1 m × 14 m (la meilleure solution avec des nombres entiers naturels); 7,5 × 7,5.

Une fois ce problème mathématique résolu, discutez de la possibilité de construire un garage de 7,5 m × 7,5 m. D'autres dimensions (p = 30 m) sont peut-être plus appropriées ?

Approfondissement du problème de Pythagore de la page 342. Le théorème de Pythagore peut-il s'appliquer à la situation suivante ?



Réponse : Oui.

Pour d'autres **problèmes**, reportez-vous à Problem Solving for Mathematics, page 13, n° 4, page 21, n° 7.12, page 24, n° 8.1 et page 45, n° 11, de même qu'à La résolution de problèmes : au coeur des mathématiques de l'avenir, pages 68 et 69, n^{os} 7 et 20 (approfondissement).

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

BMS2 : pages 150 à 167 et 197 à 203
MS2 : pages 397 à 401 et 424 à 429

CONCEPT 4

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que le volume est le nombre d'unités cubiques comprises à l'intérieur d'un solide géométrique.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

4.1 calculer le volume de prismes rectangulaires et de cylindres à l'aide de formules;

4.1.1 résoudre des problèmes portant sur le calcul du volume de prismes rectangulaires et de cylindres.

REMARQUES

Les élèves devront appliquer des formules afin de déterminer le volume de prismes rectangulaires et de cylindres dans des calculs et dans le cadre de la résolution de problèmes.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Servez-vous du laboratoire de science pour mesurer les dimensions de prismes et de cylindres, puis mesurez la quantité de liquide que ces polyèdres peuvent contenir. Cette quantité est-elle égale à celle obtenue à l'aide de la formule ? Demandez aux élèves d'identifier les différents prismes et cylindres de volumes égaux, puis d'en examiner les dimensions.

Problème : M. Leblanc désire construire un contenant d'un volume de 64 cm^3. Il peut donner à son récipient la forme d'un cube ou celle d'un prisme rectangulaire. Le prisme rectangulaire doit avoir 8 cm de hauteur et 4 cm de largeur. Lequel des deux posséderait la plus petite aire totale, et de combien ?

Réponse : Le cube, 16 cm^2.

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

Problème : Un boîte rectangulaire a un volume de 15 cm^3. Si on double la longueur, la largeur et la hauteur de cette boîte, quel est son nouveau volume ?

Réponse : 120 cm^3.

Tiré de Problem Solving Challenge for Mathematics.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D (édition revue), section « Measurement ». Vous pouvez utiliser certaines des leçons comme exercices.

Vidéo :

Math Ways : « Volume ». Développe le concept du volume et des formules servant à déterminer le volume de prismes rectangulaires et de cylindres. Dérive aussi des formules pour le calcul du volume de prismes triangulaires et de cônes (matière facultative).

Math Wise : « Measuring 02 - Formulas ». Reportez-vous également à la discussion du guide du maître et aux feuilles de calcul des élèves. Donne des exemples de l'application de l'aire et du volume dans la vie de tous les jours. (Distribué par ACCESS.)

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Approfondissez l'étude du volume en l'appliquant aux cônes, aux pyramides et aux sphères.

Activité : Demandez aux élèves de disposer cinq ou six récipients d'usage courant dans un ordre croissant de capacité. Vérifiez les estimations en appariant ces récipients ou en les mesurant.

Activité : Demandez aux élèves de se renseigner auprès d'un épicier local pour connaître le nombre de canettes de boisson gazeuse vendues en une semaine. Estimer le nombre de canettes qui sont vendues en un an. À cette épicerie, en combien de temps vendrait-on un million de canettes ? Déterminer le volume occupé par un million de canettes vides. Quel espace ces canettes occupent-elles ? Si celles-ci étaient placées l'une à côté de l'autre en une seule rangée, quel espace couvriraient-elles sur le plancher ? Supposons que les canette vides sont aplaties. Quel serait alors l'espace occupé par un million de canettes ? Faire une estimation à l'aide d'un échantillon réduit.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

BMS2 : pages 215 à 217
MS3 : pages 402 à 410
BMS3 : pages 386 à 392

CONCEPT 5

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que le temps peut être mesuré en secondes, minutes, heures, jours, semaines, mois et années.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

5.1 convertir les unités de temps d'une forme à une autre;
5.2 indiquer l'heure à l'aide d'une horloge à affichage de 24 heures;
5.3 écrire l'heure en utilisant la notation de type 24 heures;
5.4 effectuer des calculs portant sur des unités de temps.

REMARQUES

Les élèves reconnaissent qu'à plusieurs égards le « temps » n'est pas associé uniquement à une montre, mais qu'il existe d'autres unités de mesure de temps. Il est important de confirmer l'interrelation qui existe entre les secondes, les minutes, les heures, etc.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

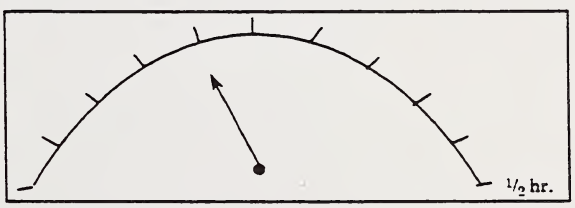
Activité : Demandez aux élèves d'identifier (ou de suggérer) la raison de l'utilisation d'une horloge à affichage de 24 heures. Cela représente une occasion pour les élèves d'effectuer une recherche à la bibliothèque.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :
SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D, section « Measurement ». Vous pouvez utiliser certaines des leçons comme exercices.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Combien de temps reste-t-il sur ce parcomètre ?



Réponse : 12 minutes.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

CONCEPT 6

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que la température peut être mesurée en degrés.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

6.1 mesurer des températures en degrés Celsius;

6.2 effectuer des calculs portant sur des températures exprimées en degrés Celsius.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves d'estimer, puis de mesurer la température de différentes classes et emplacements de l'école. Cette activité peut aussi se faire en laboratoire; les élèves doivent alors estimer et mesurer les températures de divers liquides.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

Mathématiques 14
Intégration de numération
Concepts et habiletés de l'unité « Algèbre et représentation graphique »

Les concepts associés à la numération qui sont identifiés dans la partie ombrée ci-dessous représentent ceux que les élèves doivent utiliser, appliquer ou apprendre à l'intérieur de cette unité. On trouvera une description détaillée de chacune des habiletés aux pages 287 à 289.

	Rapport et proportion	Statistiques et probabilité	Géométrie	Mesures	Algèbre et représentation graphique
Mental	1.1, 1.2, 1.4, 1.5, 1.6, 1.7, 1.8	1.1, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5	1.1, 1.2, 1.3, 1.4, 1.5, 1.8
Estimation	2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2	2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2
Technologie	1.15, 1.18	1.18	1.16, 1.17	1.16, 1.17, 1.18	1.16, 1.17, 1.18
Papier et crayon	1.9, 1.10, 1.11, 1.12, 1.14	1.9, 1.10, 1.11	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14	1.9, 1.10, 1.11, 1.13, 1.14

CONCEPT 1

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent que des expressions algébriques peuvent servir à représenter des situations dans lesquelles une ou plusieurs valeurs peuvent varier.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

1.1 écrire des expressions algébriques du premier degré afin d'illustrer des situations mathématiques simples avec un maximum de deux variables;

1.2 évaluer des expressions algébriques afin de déterminer les valeurs de substitution des variables;

1.2.1 résoudre des problèmes comprenant l'évaluation d'expressions afin de déterminer les valeurs des variables;

1.3 résoudre des équations du premier degré à une variable, à l'aide de la méthode d'essai et de vérification, de matériel de manipulation et de méthodes formelles (limite : $x + a = b$, $ax = b$, $ax + b = c$ et $x/a = b$);

1.3.1 résoudre des problèmes pouvant être représentés à l'aide d'équations du premier degré à une variable;

1.3.2 se servir d'une calculatrice pour aider à la résolution d'équations.

REMARQUES

Les élèves devront être en mesure d'écrire et d'évaluer des expressions algébriques du premier degré pour illustrer des situations mathématiques simples (limite : deux variables). Cela mènera à la résolution d'équations du premier degré à une inconnue par la méthode « essais et vérifications », à l'aide de matériel de manipulation et de méthodes formelles. L'enseignement de ce concept ne doit pas se limiter au niveau abstrait. En effet, les élèves doivent avoir une expérience concrète qui leur permettra de faire le lien avec la manipulation de symboles algébriques.

Une discussion de la variable :

La signification du terme variable, varie; l'utilisation de ce terme dans différents contextes peut faire en sorte que les élèves éprouvent de la difficulté à le comprendre. En tant qu'enseignants, vous devez tenir compte de l'usage multiple de ce terme.

Effectuez l'activité suivante, puis demandez aux élèves de faire de même. Discutez ensuite des différentes définitions en classe.

Complétez la phrase suivante : Une variable est _____. Employez *le* terme qui, selon vous, rend le mieux la signification du terme *variable*. (Si vous avez un certain nombre de termes possibles, classez-les alors par ordre de préférence).

De simples synonymes ne sont pas acceptables; essayez de vous rendre au cœur même du concept.

Certains termes de la liste sont peut-être préférables à d'autres, mais aucun d'entre eux n'est le *mot exact* pour « variable ».

Voici trois suggestions ayant trait à l'enseignement du concept de variable.

1. Les variables sont des outils servant à exprimer des généralisations mathématiques. Donc, il serait bon que les élèves aient l'habitude de verbaliser de telles généralisations avant d'avoir à les exprimer en langage mathématique. Vous devez les habituer, à l'aide de courts exercices, à faire la synthèse de certaines de leurs observations mathématiques dans leurs propres termes. (« Qu'arrive-t-il si vous additionnez trois fois un nombre à deux fois ce nombre ? » ou encore « Pouvez-vous dire si la somme de deux nombres impairs sera nécessairement paire ou impaire ? »). Le fait de demander aux élèves de tenter de trouver des modèles, pour en faire ensuite la synthèse verbalement, facilitera peut-être la transition de l'arithmétique à l'algèbre.

2. Les aspects dynamiques du concept de la variable devraient être soulignés toutes les fois que cela est approprié et possible. À titre d'exemple, vous pouvez amener les élèves à se rendre compte que le coût de l'essence (variable) à une station-service est une fonction (dynamique, linéaire) de la quantité d'essence provenant de la pompe. D'autres relations dynamiques impliquent des phénomènes relatifs au temps, la température dans une pièce à un temps t par exemple, ou la distance de chute d'un objet en t secondes, et ainsi de suite.

3. Une grande partie du programme d'algèbre porte sur la solution d'équations indépendantes du contexte dont elles ont été tirées. Plusieurs applications algébriques, les énoncés de problèmes standard par exemple, sont si concis et si dispersés dans des unités d'apprentissage distinctes que les élèves passent à côté du sujet, c'est-à-dire que le langage algébrique est un outil puissant qui permet de saisir le sens mathématique d'une vaste gamme de situations et non seulement des cas que les élèves ont appris à résoudre. Nous recommandons que les élèves soient confrontés à une grande variété de problèmes pour lesquels l'algèbre, de par son rôle d'outil de généralisation mathématique, peut s'avérer utile.

Reproduit, avec permission, de « On the Meaning of Variable », dans Mathematics Teacher, (pages 420, 425 et 426), copyright septembre 1988, National Council of Teachers of Mathematics.

Pour obtenir d'autres études du concept de la variable, reportez-vous à « What are These Things Called Variables? », dans Mathematics Teacher, octobre 1983, de même qu'à « Children's Difficulties in Beginning Algebra », dans The Ideas of Algebra, K-12.

Pour des discussions portant sur l'enseignement constructif des expressions algébriques et sur le concept d'équation, reportez-vous à « Constructing Meaning for the Concept of Equation », dans Mathematics Teacher, novembre 1980, de même qu'à « Teaching Algebraic Expressions in a Meaningful Way », dans The Ideas of Algebra, K-12.

Pour une discussion (illustrée d'exemples) visant à favoriser l'apprentissage des concepts algébriques par l'utilisation de diagrammes, reportez-vous à « Developing Algebraic Representation Using Diagrams », dans The Ideas of Algebra, K-12.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Demandez aux élèves de faire des « expériences » avec les variables en utilisant des exemples comme ceux-ci : si on a plusieurs règles, leurs longueurs respectives peuvent varier; le nombre de billes contenues dans un sac de billes peut varier; le montant d'argent que Suzanne a déposé à la banque peut varier. Cela favorisera la compréhension de la notion de variable. Cette expérience doit mener à la représentation mathématique d'une situation.

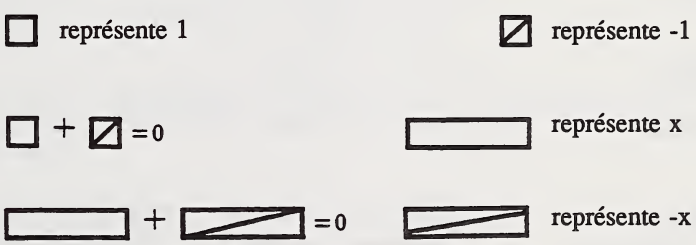
Une fois la représentation algébrique réalisée, demandez aux élèves de créer leurs propres situations à partir d'une expression algébrique donnée; soit $5x + 3$, par exemple, créer, verbalement ou par écrit, une situation; $5x + 3$ peut également signifier que « j'ai acheté cinq hot-dogs à un certain coût unitaire et j'ai dépensé 3 $ pour un t-shirt ».

Activité : L'évaluation des expressions algébriques peut être développée à ce stade. Demandez aux élèves de discuter de ce qu'il advient de la somme d'argent dépensée lorsque le prix des hot-dogs varie; si ces hot-dogs coûtaient 4 $ chacun, par exemple, combien aurait-on dépensé ? Si les hot-dogs coûtaient 1,50 $ chacun, combien aurait-on dépensé ?

Lors de la résolution d'équations, les élèves doivent d'abord être confrontés au concept de l'égalité. Cette démonstration peut se faire à l'aide d'un nombre « égal » de billes par personne, d'un poids égal sur chaque plateau de la balance.

Activité : Expérience concrète
En vue de présenter la résolution d'équations de façon concrète, une méthode de manipulation est recommandée. Une de ces méthodes est décrite ci-dessous (il est important de prendre note que cette méthode est difficile à réaliser dans certaines circonstances; par conséquent, avant que les élèves ne soient confrontés à un tel problème, il est souhaitable que ceux-ci aient atteint le stade de la notion abstraite et qu'ils puissent utiliser l'algorithme pour résoudre ces équations).

Éléments fournis :



« Tactiques de jeu » :

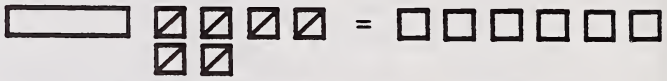
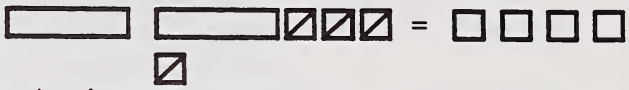
1. Les opérations exécutées avec un membre de l'équation doivent aussi être exécutées sur l'autre membre.

2. Pour annuler l'effet d'une représentation, utiliser le symbole inverse (, par exemple, est l'inverse de).

3. Comme le but ultime est de trouver la valeur de la variable, les étapes exécutées doivent viser à inclure les variables et les nombres dans les membres opposés de l'équation.

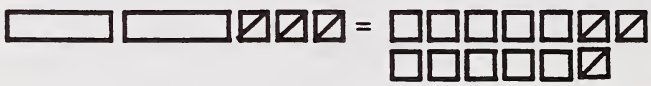
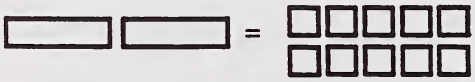
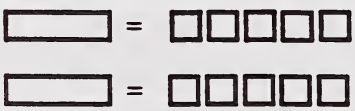
4. Lorsque chaque étape est franchie, écrire l'énoncé mathématique qui rend compte de l'action réalisée.

Au moment d'utiliser le matériel de manipulation, les élèves doivent avoir une certaine expérience de « l'élaboration » d'équations avant de les résoudre.

Élaboration	Manipulations concrètes
$2x=4$	
$x-6=7$	
$2x-3=4$	

Résolution des équations

Exemple 1) Trouver x dans 2x - 3 = 7

Manipulation concrète	Représentation algébrique
Étape 1 :	$2x-3=7$
Étape 2 « enlever -3 de chaque membre » 	$2x-3-(-3)=7-(-3)$
Étape 3 « ce qui reste » 	$2x=10$
Étape 4 « divisez chaque côté en deux parties » 	$x=5$

Exemple 2) Trouver x dans x/4 = 7. Cela étant difficile à illustrer, toute tentative en ce sens s'avère inutile.

À la suite de l'expérience concrète de la résolution d'équations, les élèves doivent partir de l'exemple 5x + 3, puis additionner l'égalité; exemple : « si j'ai dépensé un total de 13 $ en achetant cinq hot-dogs et que j'ai dépensé 3 $ pour un t-shirt, la somme totale d'argent que j'ai dépensée est alors de 5x + 3 = 13 ».

Pour de plus amples informations et pour des approches illustrées et concrètes de résolution d'équations, reportez-vous à « Solving Linear Equations Physically », dans Activities for Implementing Curricular Themes from « The Agenda for Action ».

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Logiciel :

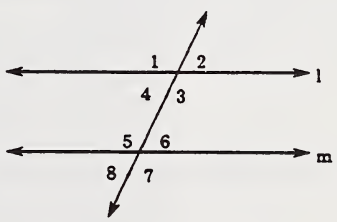
Equations (Mindscape). Convient à des exercices pratiques structurés et comme activité de rattrapage dans la résolution d'équations de la forme Ax + B = C.

SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D (édition revue), section « Pre-Algebra ». Vous pouvez utiliser certaines des leçons comme exercices de résolution d'équations de la forme Ax + B = C.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

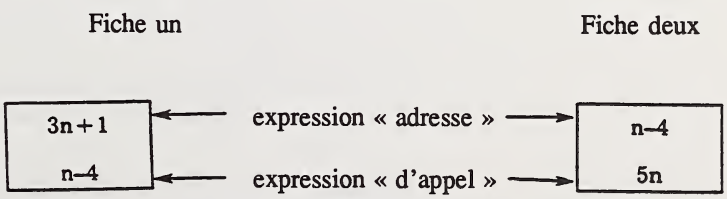
Présentez les équations du type ax + b = cx + d.

Problème : l ∥ m, m ∠ 4 = 8x + 4, et m ∠ 8 = 5x + 25. Déterminez m ∠ 2.



Réponse : 60°

Activité : Cette activité est conçue pour favoriser le développement de techniques algébriques de base, de même que l'aptitude à écouter. Elle est semblable à l'activité « J'ai un nombre ... » de la page 182. Divisez la classe en deux groupes puis, à l'aide d'un ensemble de fiches, créez un jeu « d'expressions algébriques » pour chacun des groupes. Au recto de chaque fiche, écrivez l'expression « adresse » et l'expression « d'appel », comme dans l'exemple ci-dessous.



Chaque jeu de fiches forme un cercle fermé. Autrement dit, la fiche qui suit la fiche un ci-dessus aura « n - 4 » comme expression adresse. L'expression d'appel de cette seconde fiche étant 5n, la fiche suivante aura 5n comme expression adresse.

L'expression d'appel de la dernière fiche du jeu est également l'expression adresse de la première fiche.

Un élève commence le jeu en annonçant, en français, ses expressions d'adresse et d'appel. Dans l'exemple ci-dessus, le premier élève dirait : « J'ai trois fois un nombre, plus un. Qui a le nombre, moins quatre ? » L'élève qui détient la seconde fiche ci-dessus poursuivrait ensuite le jeu de la même manière. Par conséquent, chaque élève aura à a) traduire la phrase qu'il entend en une expression algébrique, puis b) traduire une expression algébrique en langage parlé.

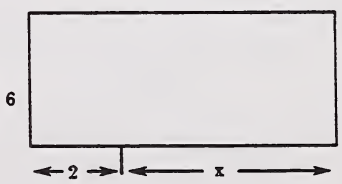
Voici quelques variantes de cet exercice :

1) vous pouvez utiliser un mélange d'expressions algébriques et de phrases en français pour les expressions adresse et d'appel;
2) sur certaines fiches, inscrivez plusieurs réponses parmi lesquelles l'élève peut choisir; ainsi, certains élèves peuvent être appelés plus d'une fois. Établissez des règlements pour éviter les « petits cercles fermés ».
3) incitez les élèves à créer plusieurs phrases équivalentes pour une même expression algébrique; l'expression d'appel de la fiche deux, par exemple, pourrait être « Qui a 10 fois un nombre divisé par deux ? ».
4) créez des expressions plus complexes comme 5(x - 1).

Adapté, avec permission, de « I have...Who has...? », dans Mathematics Teacher, copyright octobre 1980, National Council of Teachers of Mathematics.

Reportez-vous à « Problem Solving Challenge for Mathematics », page 28 n° 8.10 et page 31 n° 9.2.

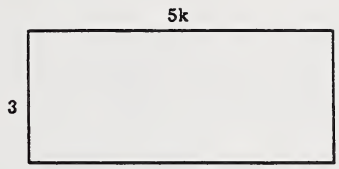
Activité : Donnez aux élèves des activités de la forme a). Quels sont le périmètre et l'aire de la figure suivante ?



Réponse : P = 16 + 2x unités; A = 12 + 6x unités carrées.

b) Tracer un rectangle ayant une aire de 15k unités carrées et un périmètre de 6 + 10k unités.

Réponse :



Ces activités peuvent favoriser la compréhension à la fois des mesures et de l'algèbre, de même qu'aider au développement de techniques de résolution de problèmes.

Problème : Pour nager un kilomètre dans une piscine rectangulaire, une personne doit faire 80 longueurs de piscine ou nager le long du périmètre de la piscine 12,5 fois. Quelle est l'aire, en mètre carrés, de cette piscine ?

Réponse : 375 m^2.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

PC3 : pages 206 à 238
BMS2 : pages 297 à 310 et 351 à 371
MS2 : pages 133 à 167

CONCEPT 2

Les élèves devront être en mesure de démontrer qu'ils comprennent qu'il peut exister une relation entre deux variables et que cette relation peut être représentée à l'aide de points, d'équations et de graphiques.

Les élèves devront être en mesure d'effectuer ce qui suit :

2.1 décrire verbalement ou par écrit les relations qui existent entre deux variables;

- 2.1.1 déterminer la relation algébrique entre deux variables par des méthodes informelles comme la tentative de résolution et la vérification;

2.2 tracer des points sur un plan cartésien;

2.3 tracer des points et représenter graphiquement la relation entre deux variables;

2.4 établir les tables des valeurs qui satisfont à des équations linéaires à deux inconnues;

2.5 lire et interpréter des graphiques décrivant la relation qui existe entre deux variables;

- 2.5.1 analyser des graphiques qui décrivent la relation existant entre des variables physiques à l'aide de techniques d'interpolation et d'extrapolation.

REMARQUES

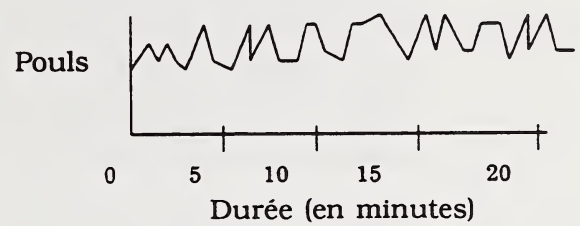
L'objectif de ce concept est de permettre aux élèves de prendre conscience des représentations mathématiques des relations qui existent entre des variables. Ils doivent établir ces relations à partir d'expériences concrètes appliquées à un niveau abstrait. Ils devront tracer des points et des graphiques décrivant la relation entre deux variables. À partir d'une équation linéaire, les élèves devront élaborer une table de valeurs puis tracer un graphique d'après cette table. Par la suite, ils devront être en mesure de lire et d'interpréter les graphiques qui décrivent ces relations et être en mesure de les expliquer oralement.

Les élèves doivent se baser sur leur expérience antérieure des éléments qui sont en relation, le nombre d'heures de travail et le montant du chèque de paye, par exemple, pour avoir ainsi une idée du concept de la relation.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Activité : Avant que les élèves tracent les points et les graphiques illustrant des relations, ils doivent lire de nombreux graphiques d'événements réels décrivant une situation qu'ils ont déjà expérimentée ou qu'ils peuvent s'imaginer; en lisant un graphique qui décrit la vitesse d'une voiture montant une côte, par exemple, puis en écrivant la description de ce graphique.

Le graphique suivant décrit le pouls d'un joueur de hockey au cours de la troisième période de la dernière partie des séries éliminatoires.



Pouvez-vous dire ce qu'a fait ce joueur au cours de cette période ? Quelle a été la durée de sa présence sur la glace ? Était-il en forme ? Qu'aurait-il pu se produire autour de la 3e minute de jeu ? de la 12e minute ? Croyez-vous que ce joueur faisait partie de l'équipe gagnante ? Justifiez la réponse.

Activité : Pour faire suite à la lecture de graphiques, les élèves doivent s'exercer à tracer des graphiques décrivant des relations; représenter graphiquement, par exemple, leur appétit au cours d'une période (une journée); représenter graphiquement le niveau de bruit à la septième partie des finales de la Coupe Stanley, de l'hymne national à la fin de la partie; soit un verre d'eau (à la température ambiante) auquel on a ajouté un cube de glace, représenter graphiquement le changement de température en fonction du temps.

Activité : Ceci mène à d'autres discussions portant sur les points qui permettent de tracer le graphique. Demandez aux élèves d'identifier les « points » qui les ont aidé à tracer leurs graphiques.

Activité : Cette expérience d'identification des points aidera les élèves à faire le lien entre représentation graphique et plan cartésien. Lors de la présentation du plan cartésien, demandez aux élèves de quantifier leur appétit, par exemple, à l'aide d'une valeur numérique : cela les aidera à établir le lien. Les élèves peuvent s'exercer à déterminer et à identifier des points dans un plan cartésien en jouant à la bataille navale, de même qu'en créant des illustrations ou des casse-tête, puis en demandant aux autres élèves d'en découvrir l'image.

Activité : Les graphiques présentés aux élèves peuvent aussi n'être que des lignes droites. Puis, après leur avoir donné l'occasion de lire les informations de ces graphiques, discutez comment, en mathématiques, on identifie ces droites. Au tout début, « l'équation » de la droite peut être D = vt, par exemple, puisqu'ils ont peut-être déjà vu cette formule auparavant (l'équation de la

droite). Il sera alors important que les élèves soient en mesure de lire des points de ces graphiques et d'établir une table de valeurs. À ce stade, une discussion portant sur la « règle » décrivant la relation qui existe entre les nombres serait judicieuse. À partir de là, vous pouvez prendre l'équation d'une droite et demander aux élèves de tracer cette droite. Ceux-ci ont déjà une certaine expérience de la droite et comprennent à la fois ce que la droite représente et la relation entre deux variables. Cette compréhension, associée à leur expérience des graphiques, facilitera leur apprentissage de la construction de tables de valeurs et de graphiques.

PROCESSUS ET CONTEXTE DE RÉSOLUTION DE PROBLÈMES

Une fois ces relations comprises, les élèves doivent maintenant être en mesure de deviner la relation qui existe entre deux variables; étant donné une table de valeurs, par exemple, deviner de quelle façon la seconde colonne est associée à la première.

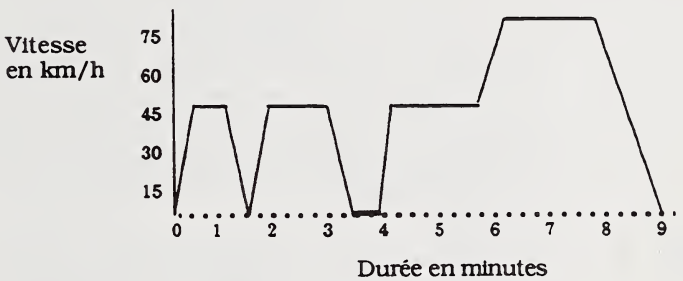
Activités : Le graphique suivant illustre le poids d'une personne, de sa naissance à l'âge de 50 ans. Inventez une histoire pour expliquer ce graphique. Dans votre histoire indiquez :

1. si cette personne est un homme ou une femme;
2. quel était son poids approximatif à la naissance;
3. quel a été le poids maximum de cette personne;
4. si cette personne s'est mise au régime à un moment quelconque et, le cas échéant, à quel moment.

Discutez en détail des informations écrites par les élèves. Ont-ils mal interprété certains faits qui ont ainsi besoin d'être clarifiés ?

Un homme prend sa voiture pour se rendre à son travail. Le graphique suivant montre sa vitesse pendant de son parcours de neuf minutes. Imaginer une histoire au sujet de son parcours pour expliquer ce graphique. Dans cette histoire, préciser :

1. à quelle distance approximative sa maison se trouve de son lieu de travail;
2. ce qui s'est passé une minute et demie après son départ;
3. ce qui s'est passé entre trois minutes et demie et quatre minutes après son départ;
4. ce qui a été observé à propos des limites de vitesse.



Discutez en détail des observations que les élèves ont notées par écrit.

Reproduit, avec permission, de « Make up a Story to Explain the Graph », Mathematics Teacher, copyright janvier 1984, National Council of Teachers of Mathematics.

Pour une activité stimulante visant à permettre aux élèves d'acquérir de l'expérience dans le traçage de points, reportez-vous à « Getting the Point! », dans Activities from the « Mathematics Teacher ». Pour une gamme d'activités conçues dans le but de permettre aux élèves de s'exercer à tracer des points, à tracer et à interpréter des graphique dans le contexte des frais imputés par un électricien, reportez-vous à « Using Linear Functions », dans Mathematics Teacher, octobre 1988.

UTILISATION DE LA TECHNOLOGIE

Il existe plusieurs logiciels informatiques permettant de tracer des graphiques. Si vous en avez un ou plusieurs à votre disposition, il est fortement conseillé de permettre aux élèves de les utiliser, à la suite d'un apprentissage théorique.

Logiciel :
Graphing Linear Functions (Mindscape), « Easier Forms ».
Les élèves déterminent graphiquement trois coordonnées qui satisfont à une équation linéaire donnée.

SRA Computer Drill and Instruction, Mathematics : Level D (édition revue), section « Pre-Algebra ». Vous pouvez utiliser

certaines des leçons comme exercices de traçage de points et de création de table de valeurs pour une équation donnée.

D'autres logiciels de représentations graphiques, comme Master Grapher, (Addison-Wesley), Graphing Experiments I (Addison-Wesley), Equation Math (MECC) et Green Globs and Graphing Equations (Sunburst) peuvent également être utilisés pour représenter graphiquement des fonctions et des relations données, qu'elles soient linéaires ou non.

Pour un exemple de l'utilisation des logiciels tableurs afin de développer la capacité de l'élève à interpréter les relations entre deux variables, reportez-vous à « Integrating Spreadsheets into the Mathematics Classroom », dans Mathematics Teacher, novembre 1988. Apple Works and Microsoft Works sont deux sources de base d'Alberta Education.

SUGGESTIONS DE MATIÈRE FACULTATIVE

Une discussion des « équations de droites » dans le sens formel, les pentes des droites, par exemple, ou la représentation graphique du type pente-ordonnée à l'origine.

CORRÉLATION ENTRE LES RESSOURCES ET LE PROGRAMME D'ÉTUDES

MS4 : pages 25 à 50
BMS, 4A : pages 1 à 12 et 134 à 142

TEXTES DE CORRÉLATION
MERRILL PUBLISHING COMPANY
APPLICATIONS OF MATHEMATICS
(Édition canadienne)

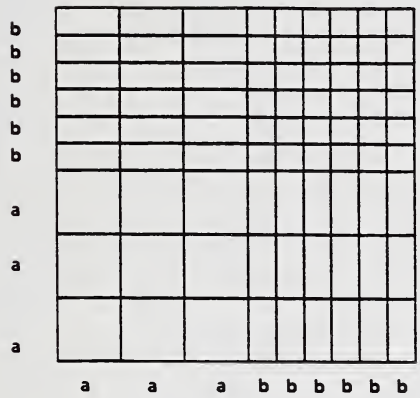
Pages	Unité d'apprentissage	Objectif d'apprentissage	Pages du guide
2 à 24	Charts and Tables		
25 à 27	Statistics and Probability	1.1, 1.2, 1.3	302 à 307
30 à 33	Statistics and Probability	1.3, 1.6	302 à 307
36 à 41	Statistics and Probability	1.6	302 à 307
47	Ratio and Proportion	1	290 à 292
48 et 49	Ratio and Proportion	2	293 à 295
50 et 51	Ratio and Proportion	3	296 et 297
52 et 53	Scale Drawings		
56 à 67	Ratio and Proportion	4	298 à 301
73 à 81	Statistics and Probability	1.4	302 à 307
83 à 89	Statistics and Probability	1.4, 1.5	302 à 307
94 à 101	Statistics and Probability	2	308 et 309
104 à 111	Independent and Dependent Events, Adding and Estimating Probability		
117 à 123	Statistics and Probability	2	308 et 309
126 et 127	Statistics: Estimation		
128 et 129	Probability: Expected Winnings		
130 et 131	Using Venn Diagrams		
139 à 143	Measurement	1.1, 1.2, 1.3	332 à 335
144 et 145	Measurement	3.1	339 à 346
148 et 149	Changing Area Units		
152 et 153	Measurement	1.2	332 à 335
161 à 166	Measurement	1.1, 1.2, 1.3	332 à 335
168 et 169	Old Units of Measurements		
172 et 173	Measurement	6	350
174 et 175	Measurement	5.1, 5.4	349
183 à 185	Reading Measures: Odometers and Maps		
186 et 187	Measurement	5	349
188 à 195	Reading Meters		
196 et 197	Geometry	2.2	321 à 323
205 et 206	Geometry: Basic Terms		
207	Geometry: Right, Acute and Obtuse Angles		
208 à 211	Geometry	5.1, 5.2	330 et 331
212 à 215	Geometry	1.2, 1.5	310 à 320
218 à 220	Geometry	4	327 à 329
221 et 222	Geometry	1.3.1	310 à 320
224 et 225	Conditional Statements		
226 et 227	Deductive and Inductive Reasoning		
233	Congruent Figures: Definitions		
234 à 239	Geometry	2.1, 2.2, 2.3	321 à 323
242 et 243	Geometry	2.3	321 à 323
244 et 245	Constructing Parallel Lines		
246 à 249	Geometry	3.2 approfond.	324 à 326
255 à 257	Geometry	1.1, 1.2	310 à 320
258 et 259	Geometry	3.1, 3.1.1	324 à 326
260 à 263	Measurement	2	336 à 338
262	Geometry	1.5	310 à 320
266 à 273	Measurement	3	339 à 346
281 et 282	Geometry	1.4	310 à 320
284 et 286			
288 et 289	Measurement	4	347 et 348
292 et 293	Measurement	4	347 et 348
294 et 295	Volume of Pyramids and Cones		
296	Geometry	1.4	310 à 320
296 et 297	Surface Area and Volume of Spheres		
304 à 323	Rational Numbers		
324 et 325	Algebra and Graphing	1.1, 1.3.1, 1.3.2	351 à 359
331 à 339	Algebra and Graphing	1.1, 1.3	351 à 359
342 à 345	Algebra and Graphing	1.1, 1.3	351 à 359
346 et 347	Solving Inequalities		
348 et 349	Algebra and Graphing	1.1, 1.3.1, 1.3.2	351 à 359
355 à 362	Algebra and Graphing	1.2	351 à 359
365 et 366	Squares and Square Roots		

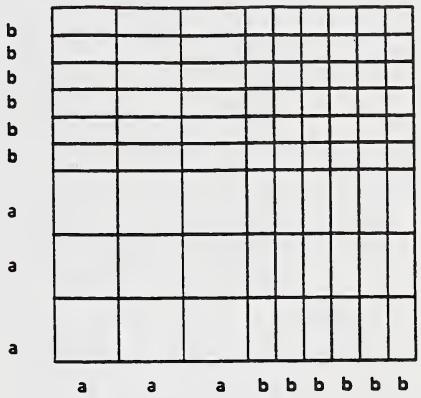
TEXTES DE CORRÉLATION
MERRILL PUBLISHING COMPANY
APPLICATIONS OF MATHEMATICS
(Édition canadienne) (suite)

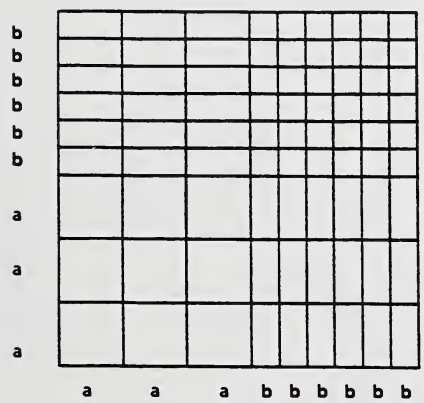
Pages	Unité d'apprentissage	Objectif d'apprentissage	Pages du guide
367 et 368	Geometry	4	327 à 329
369 à 371	Algebra and Graphing	1.2	351 à 359
377 à 381	Algebra and Graphing	2.1	
382 et 383	Arithmetic Sequences		
386 et 387	Geometric Sequences		
388 et 389	Scientific Notation		
397 à 407	Algebra and Graphing	2	360 à 364
408 à 411	Transformation Geometry		
412 et 413	Algebra and Graphing	2	360 à 364
419 à 461	Appendix: Basic Skills Review		
462 à 464	Tables		
465 à 472	Glossary		

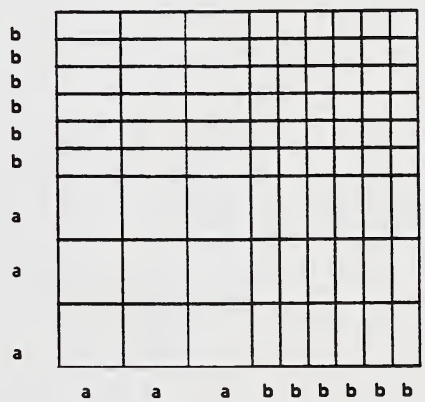
ANNEXE A

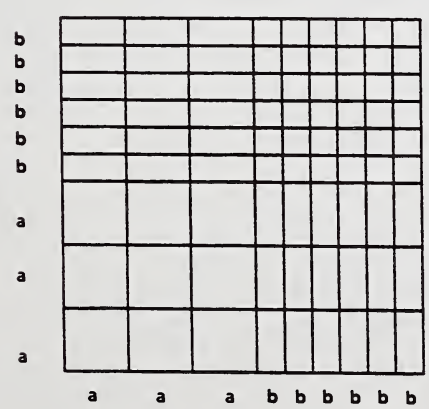
EXEMPLES DE QUADRILLÉS POUR BINOMIAUX

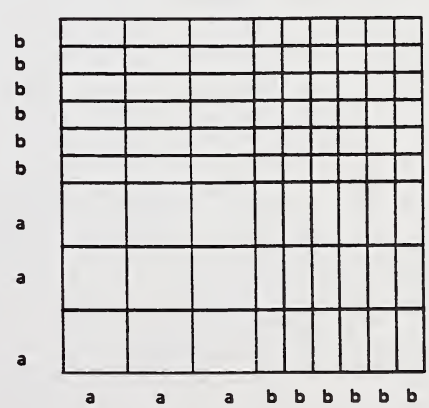












EXEMPLES DE TUILES ALGÉBRIQUES

ANNEXE B

EXEMPLES DE SUGGESTION D'ÉVALUATION

Évaluation de la résolution de problèmes

Cote	Excellent (5)	Très bon (4)	Bon (3)	Passable (2)	Médiocre (1)
Catégorie					
Comprend le problème	Compréhension parfaite du problème	Compréhension du problème presque complète	Compréhension partielle du problème	Compréhension limitée du problème	Aucune compréhension du problème
Développe un plan pour résoudre le problème	Plan menant à une solution logique	Plan satisfaisant en majeure partie mais demandant des révisions	Plan en partie correct à partir d'une compréhension incomplète du problème	Tentative limitée de développement de plan	Aucune tentative de développement de plan; impossibilité d'en arriver à une solution logique
Arrive à une solution	Solution logique au problème : réponse appropriée	Solution correcte en majeure partie; erreurs minimes	Réponse partiellement erronée résultant directement d'erreurs dans le plan	Erreur majeure dans la solution	Aucune réponse donnée; solution illogique
Évalue la solution	Évaluation correcte de la solution à partir de l'information disponible	Évaluation presque complète et correcte	Bonne tentative d'évaluation de la solution et d'utilisation des informations recueillies	Tentative limitée d'évaluation de la solution ou d'utilisation des informations recueillies	Aucune tentative d'évaluation de la solution ou d'utilisation des informations recueillies

Note : Élève exempté -
Absence non justifiée - cote 0
Travail non exécuté ou non remis - cote 0

Module de sciences : Guide du maître
© 1989 Globe/Modern Curriculum Press. Permission de reproduire pour utilisation en classe. Tous droits réservés.

Tableau de contrôle

Élève : **Date :**

___ 1. Aime résoudre des problèmes
___ 2. Travaille bien en équipe
___ 3. Apporte des idées à la résolution de problèmes en groupe
___ 4. Persévère dans la solution d'un problème
___ 5. Tente de comprendre la nature du problème
___ 6. Manipule bien les données dans la résolution de problèmes
___ 7. Réfléchit aux bonnes stratégies à adopter
___ 8. Expérimente avec souplesse toute stratégie nécessaire
___ 9. Vérifie l'exactitude des résultats
___ 10. Peut décrire ou analyser les résultats - arrive à une conclusion ou décision appropriée

Échelle de cote

Élève : **Date :** _____

		Fréquemment	Parfois	Jamais
1.	Choisit les stratégies de solution appropriées	_____	_____	_____
2.	Applique correctement les stratégies de solution	_____	_____	_____
3.	En cas d'impasse, expérimente une autre stratégie (sans l'aide de l'enseignant)	_____	_____	_____
4.	Aborde les problèmes d'une manière systématique (éclaircit la question, identifie l'information nécessaire, planifie, résout et vérifie)	_____	_____	_____
5.	Démontre une volonté d'expérimenter les problèmes	_____	_____	_____
6.	Fait preuve de confiance en lui-même	_____	_____	_____
7.	Persévère dans ses tentatives de résolution de problèmes	_____	_____	_____

Reproduit, avec permission, de How to Evaluate Progress in Problem Solving, National Council of Teachers of Mathematics, 1987.

	Élève 1	Élève 2	Élève 3	Élève 4	Élève 5
Date : Nom Action observée					
Confiance : Pose des questions					
Est convaincu qu'on peut trouver les réponses					
Aide les autres à résoudre leurs problèmes					
Autre - Note :					
Ouverture d'esprit : Résout les problèmes de plus d'une façon					
Change d'opinion devant un argument convaincant					
Autre - Note :					

Reproduit, avec permission, de *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, National Council of Teachers of Mathematics, 1989.

QUELQUES DONNÉES D'AUTO-ÉVALUATION POUR LES ÉLÈVES

Échelle de cote

Les questions suivantes vous aideront à faire le point et à décrire votre réflexion dans un travail de résolution de problèmes (ou dans une recherche, un devoir, un projet).

1. Devant ce problème, comment avez-vous réagi ? Quelles ont été vos pensées ?

2. Avez-vous eu recours à des stratégies de résolution de problèmes ? Lesquelles ? Comment ont-elles fonctionné ?

3. Avez-vous eu à abandonner une première approche inefficace et à en essayer une autre ? Comment avez-vous réagi face à cela ?

4. Avez-vous terminé le travail (recherche, projet) ? Que pensez-vous de cela ?

5. Avez-vous vérifié si votre travail satisfaisait aux exigences précisées ? Étiez-vous convaincu qu'il était correct (satisfaisant) ?

Reproduit, avec permission, de How to Evaluate Problem Solving, National Council of Teachers of Mathematics, 1987.

ÉCHELLE D'ÉVALUATION

7. EXCELLENT

- contenu : les idées, l'organisation et le développement attirent l'attention et le respect
- style exceptionnel découlant du choix de mots, du traitement et de la structure des phrases
- aptitudes techniques justes et efficaces par rapport au propos
- orthographe impeccable

6. TRÈS BON

- contenu : la plupart des idées sont correctes; bien organisé et développé
- choix de mots et structure de phrases clairs et efficaces; traitement adéquat
- aptitudes techniques relativement sans erreur par rapport au propos
- orthographe presque impeccable

5. BON

- contenu : plusieurs idées correctes; problèmes d'organisation et de développement
- problèmes mineurs de choix de mots ou de structure de phrases, ou les deux
- erreurs techniques fréquentes
- quelques fautes d'orthographe

4. PASSABLE

- contenu : quelques idées correctes; organisation inadéquate du développement
- plusieurs lacunes dans le choix de mots ou dans la structure de phrases, ou les deux
- plusieurs erreurs techniques dénotant de la distraction
- fautes d'orthographe nombreuses et dénotant de la distraction

3. MÉDIOCRE

- contenu : nombre d'idées insuffisant; développement inadéquat et désorganisé
- plusieurs lacunes quant au choix de mots ou à la structure de phrases, ou les deux
- plusieurs erreurs techniques dénotant de la distraction
- fautes d'orthographe nombreuses et dénotant de la distraction

2. DÉFAUTS GRAVES

- contenu : manque d'idées, ou d'organisation et/ou de développement
- sérieux problèmes de choix de mots ou de traitement ou de structure de phrases, ou tout cela à la fois
- erreurs techniques abondantes
- fautes d'orthographe abondantes

1. DONNÉES INSUFFISANTES OU HORS SUJET

Élaboré par le Program Evaluation and Language Arts Team du Calgary Board of Education.

Suggestions de lecture :

Board of Education for the City of Etobicoke (1987), Making the Grade : Evaluating Student Progress, Prentice-Hall Canada Inc., Scarborough, Ontario.

Joint Mathematical Board Shell Centre for Mathematical Education (aucune date), Problems with Patterns and Numbers : An O-level Module.

National Council of Teachers of Mathematics (1988), How to Evaluate Progress in Problem Solving, Reston, VA.

National Council of Teachers of Mathematics (1989), Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics, Reston, VA.

ANNEXE C

EMPLOI DE L'ÉCRIT DANS L'APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

C.L. Nahrgang et B.T. Petersen

L'écrit a sa place dans la classe de mathématiques. Il permet un mode de communication nouveau et intéressant entre les élèves et l'enseignant, tel que décrit par Watson (1980) :

Cet échange se révèle bénéfique pour la classe. Les élèves se rendent compte que je les écoute et les comprends. Ils semblent avoir réfléchit et trouvé en eux-mêmes les ressources nécessaires à la résolution des problèmes mathématiques. Beaucoup ont amélioré leurs notes.

Les devoirs écrits dans le cadre des cours de mathématiques permettent aussi aux élèves d'organiser leurs idées et, en même temps, d'améliorer leur aptitude à écrire (Johnson 1983).

Le but de cet article est de démontrer qu'on peut utiliser l'écrit dans les mathématiques pour enrichir l'enseignement. L'acte d'écrire donne aux élèves l'occasion de formuler, d'organiser, d'assimiler et d'évaluer des concepts. Emig, qui a effectué des recherches poussées sur les processus de réflexion associés à l'écrit, propose que l'écrit « représente un moyen privilégié d'apprentissage - non seulement précieux, non seulement spécial, mais aussi unique » (Emig 1977). La psychologie cognitive a aussi reconnu le pouvoir de l'écrit en tant qu'outil d'apprentissage. Bruner, par exemple (1966), a déclaré que « plus nous découvrons la manière par laquelle il (l'écrit) peut assister la réflexion...[plus cela] me pousse à placer le langage au centre de nos préoccupations sur la nature du développement intellectuel ».

Notre expérience révèle que la méthode la plus efficace d'utilisation de l'écriture comme apprentissage des mathématiques passe par la tenue d'un journal. Ces exercices d'écriture en classe permettent aux élèves d'effectuer un travail informel et personnel sur les concepts mathématiques, dans leurs propres mots et à partir d'expériences vécues. Ils peuvent jouer avec une variété de concepts sans craindre l'évaluation formelle de leurs écrits ou de leurs aptitudes mathématiques. Notre expérience, qui va de l'algèbre au calcul mathématique avec des groupes de niveau collégial, nous prouve que ces exercices d'écriture courts mais efficaces enrichissent l'apprentissage. Le journal dépasse l'étude « par coeur » et pousse les élèves à utiliser leurs aptitudes intellectuelles. Myers rapproche ainsi l'écriture de l'apprentissage individuel : « Par l'accomplissement de cette tâche simple (l'écriture), on oblige les élèves à faire des liens entre l'information provenant de la lecture et les connaissances acquises, ainsi qu'à effectuer l'organisation et la synthèse de cette information de manière à se l'approprier » (Myers 1984).

Le journal

Le journal est une série d'exercices d'écriture personnelle. Chaque exercice (ou entrée) constitue une courte réponse écrite à une question, une déclaration ou une série d'instructions du professeur. Chaque réponse est formulée en prose plutôt que dans le style mathématique habituel de nombres et d'équations. On demande aux élèves d'utiliser un style d'écriture expressive pour que leurs réponses soient spontanées et expriment toutes leurs idées. La figure 1 donne un exemple d'une entrée en écriture technique faite par un élève en réponse à l'exercice suivant : « Décrivez une analogie réaliste non mathématique à la règle $a^{-n} = 1/a^n$ ».

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1986,
National Council of Teachers of Mathematics.

Ces journaux répondent à deux besoins de base. Premièrement, ils permettent aux élèves de procéder à leur propre rythme et d'en arriver à une compréhension des concepts mathématiques à partir de leurs expériences personnelles. Deuxièmement, ils constituent pour les enseignants un outil de diagnostic incomparable; les écrits des élèves révèlent les zones de confusion et exposent les incompréhensions des concepts mathématiques.

Nous avons introduit assez facilement la rédaction d'un journal dans notre cours de mathématiques au Michigan Tech. Ce cours couvrait une période de 10 semaines. Auparavant, ce cours comportait environ 10 tests-surprises comptant pour 20 pour cent des notes finales des élèves. En remplaçant ces tests par des sessions de rédaction de journal, nous avons permis aux élèves d'effectuer deux entrées par semaine dans leur journal. Ainsi, la souplesse de ce procédé (un de ses avantages) libérait plus de temps pour permettre au professeur de se consacrer aux exercices portant sur les concepts mathématiques plus difficiles.

$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ *est une règle inverse; donc, si une puissance est élevée à la négative, elle devient une fraction, ce qui la rend positive.*

On inverse ce qu'elle énonce, on la retourne.

Dans la vie, qu'est-ce qu'on peut inverser ou retourner (ce qui veut dire la même chose) ?

Qu'est-ce qu'on peut retourner dans la vie - et pourtant le garder tel quel, la signification demeurant la même (tout en n'étant pas mathématique) ?

- *les relations avec les gens*
- *les sentiments*
- *la communication, la façon de dire ou de communiquer quelque chose*

La communication et la langue française permettent d'appliquer facilement cette règle. On peut changer ou retourner les phrases tout en conservant la même signification.

Figure 1

La plupart de ces entrées de journal requièrent de trois à sept minutes, selon le type d'exercice. Notre expérience a montré qu'à mesure que les élèves s'habituent au procédé, plus leurs réponses deviennent mieux organisées et donc plus faciles à lire. Dans toutes les classes, cette expérience des élèves dans la rédaction de journal les a conduits à des améliorations marquées de leur faculté d'organisation de leurs réponses.

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1986,
National Council of Teachers of Mathematics.

La méthode d'évaluation du journal prend beaucoup d'importance. Au départ, la meilleure approche semblait être de noter chaque journal, la moyenne de toutes les notes du journal s'intégrant à la note finale du cours. Nous nous sommes rapidement rendu compte que cette méthode restreignait le potentiel de cet outil d'apprentissage. En notant les entrées, nous dirigions indirectement la manière d'aborder les concepts, ce qui enlevait à la rédaction de journal deux de ses plus importantes qualités, l'apprentissage individuel et la découverte. Malgré tout, nous devions accorder un certain crédit aux élèves pour leur contribution. Après l'étude de plusieurs possibilités, nous avons choisi d'allouer un ou deux points applicables au prochain examen majeur, sur la base des remarques des élèves sur les concepts, de la façon suivante : accorder le maximum de points supplémentaires aux réponses les mieux adaptées et ne donner aucun point aux élèves n'ayant pas fait d'efforts. De plus, nous ajoutions souvent des remarques appropriées comme « excellent », « bon », « incomplet » ou « à réviser ». Les élèves appréciaient les remarques des professeurs autant que les points supplémentaires alloués. Ce qui a conduit à la correction de toutes les erreurs mathématiques. Nous avons donc ainsi porté à l'attention des élèves ces erreurs, même si elles n'étaient pas d'une importance primordiale.

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1986,
National Council of Teachers of Mathematics.

Analyse

Les entrées de journal explicitent les activités d'apprentissage individuel. Les différents types d'exercices élaborés correspondaient en général aux niveaux décrits dans la taxonomie de Bloom (Bloom, Hastings et Madaus, 1971). Dans une section sur la factorisation, on demandait aux élèves de faire l'exercice de journal suivant : « Commentez la déclaration suivante : "La factorisation et la recherche d'un produit sont des processus contraires". » Le but poursuivi par cet exercice consistait à amener les élèves à rassembler des idées, à assimiler le concept de la factorisation et à analyser sa signification dans la recherche d'un produit. On assignait cette tâche durant la période initiale d'étude de la factorisation et de la recherche des produits des polynômes. Il est intéressant d'observer la manière dont chacun des élèves suivants aborde la compréhension du processus de la factorisation en rapport avec son cadre de référence personnel. Réponse de l'élève A :

La factorisation et la recherche d'un produit sont des processus contraires. Ils aboutissent à des processus contraires, mais la manière de les traiter n'est pas inverse parce que le contraire de la multiplication est la division. Les équations sont toutefois interchangeables et peuvent être appelées.

À prime abord, cette réponse semble inintelligible. On note cependant la tentative de l'élève d'associer la multiplication et la division à la recherche d'un produit et à la factorisation. Ce lien est important, car il fournit à l'élève une approche des concepts courants de la multiplication et de la division.

Même dans la réponse de l'élève B, élève de niveau passable, on observe la valeur cognitive de l'écrit :

La factorisation et la recherche d'un produit sont des processus contraires. Je suppose que la factorisation facilite la recherche de la réponse. Je ne suis vraiment pas sûr de l'aide qu'elle apporte, car je ne lui trouve pas une grande utilité. Je crois qu'elle sert à poser le problème en termes plus simples.

D'abord, l'élève reformule l'exercice, puis procède à une évaluation de base correcte. On voit toute l'importance de la réponse de l'élève dans la dernière phrase. L'élève y découvre l'un des principaux buts de la factorisation : simplifier une expression pour faciliter son utilisation dans les opérations subséquentes.

L'élève C montre une compréhension du fonctionnement des deux processus, mais passe à côté du concept et du but de la factorisation.

Je crois que la factorisation et la recherche d'un produit sont des processus contraires. Le produit de deux binômes résulte d'une multiplication :

$(x + 2)(2x - 1) = 2x^2 + 3x - 2$
La factorisation d'un trinôme donne deux binômes :
$2x^2 + 3x - 2 = (x + 2)(x - 1)$

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1986,
National Council of Teachers of Mathematics.

Cette réponse illustre une des difficultés de l'évaluation des réponses. Plus on retrouve d'équations et de mathématiques dans une réponse, moins on en sait sur la compréhension d'un concept par l'élève. C'est pourquoi on encourage les élèves à répondre dans leurs propres mots plutôt qu'avec des équations.

Dans l'exemple suivant, on note que l'élève D rassemble des idées sur la recherche d'un produit et la factorisation, puis, dans une troisième phrase, arrive à une conclusion satisfaisante en tentant de répondre à ses propres questions.

La combinaison des facteurs pour trouver un produit est une application de l'algèbre qui permet de combiner les facteurs en monômes, polynômes, trinômes ou autres. La factorisation est le processus qui consiste à prendre des monômes, polynômes, binômes, trinômes ou autres et de les réduire aux termes qui, multipliés ensemble, les ont formés. Ainsi, la factorisation dissèque les polynômes, alors que la recherche du produit les rassemble. En fait, les deux sont très similaires dans leurs procédés. L'un recourt principalement à la multiplication, l'autre à la division.

L'élève rassemble, assimile, et finalement, évalue. Pour l'élève, le journal représente une progression vers la compréhension d'un concept. Pour le professeur, le journal demeure une trace écrite de la réflexion de l'élève et, par là même, un excellent outil de diagnostic.

Dans le même exercice, certains élèves se concentrent sur l'isolation d'un facteur commun. Dans la méthode de la factorisation, les élèves confondent parfois la division avec l'isolation d'un facteur commun. Ils ne comprennent pas le principe selon lequel la division est en fait incluse dans le procédé d'isolation d'un facteur commun. Les réponses des élèves E et F, respectivement, démontrent l'aptitude et l'incapacité des élèves à reconnaître cette différence :

La factorisation revient à diviser ($3x^2 + 6x$); lorsqu'on factorise $3x$, on obtient $3x(x + 2)$. Pour multiplier $3x(x + 2)$, on fait le contraire et on obtient de nouveau $3x^2 + 6x$. Ainsi, la recherche d'un produit et la factorisation sont la même chose, mais à l'opposé.

Lorsqu'on factorise, on supprime tous les facteurs communs d'une équation. Ceci est généralement accompli en divisant toute l'équation. Ensuite, pour revenir à l'équation originale à partir de l'équation factorisée, on doit multiplier l'équation factorisée par les nombres et la variable, etc., supprimés. Ceci montre que la factorisation et la recherche d'un produit...

L'élève E ne sépare pas aussi bien les deux principes que l'élève F. Dans la deuxième phrase, l'élève E comprend clairement que la division fait partie du procédé de l'isolation du facteur commun.

Un exercice subséquent du même cours demandait aux élèves de transposer le concept de recherche d'un produit et de factorisation en un événement non mathématique. La déclaration était la suivante : « Proposez une relation non mathématique analogue au processus de recherche d'un produit et de factorisation. » L'élève G a fourni une des meilleurs réponses :

Une relation similaire à la recherche d'un produit par rapport à la factorisation est celle du démontage d'un carburateur et de son remontage. Lorsque le carburateur est assemblé, il est difficile à nettoyer et à réparer. Donc, on le démonte pour faciliter ces tâches. Ceci est analogue

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1986,
National Council of Teachers of Mathematics.

à la factorisation. Lorsque les pièces du carburateur sont en ordre de fonctionnement, on doit les remettre ensemble pour qu'elles puissent fonctionner comme prévu. Ceci est analogue à la recherche d'un produit.

Cet exercice de journal diffère des autres devoirs par la nécessité pour les élèves de comparer les principes appris en classe avec des expériences non mathématiques. La réponse de l'élève G montre une compréhension globale de la factorisation et de la recherche d'un produit, en comparant ces processus au démontage et au remontage d'un carburateur. Il comprend la relation entre chaque processus et peut relier les deux. Cette analogie illustre aussi que les formes de la factorisation et les produits ont des utilisations mathématiques différentes. Dans cet exercice, l'élève devait rassembler de l'information à partir d'expériences mathématiques et non mathématiques, puis les associer logiquement. Cet exemple prouve que dans un court journal, l'élève peut utiliser une variété d'aptitudes intellectuelles, comme la synthèse, l'interprétation, la transposition, l'analyse et l'évaluation. Nous croyons que l'utilisation continue de ces aptitudes amènera l'élève à développer une compréhension des concepts mathématiques et une habileté à exprimer cette compréhension.

Conclusion

Nous avons adapté la technique de rédaction de journal à l'enseignement des mathématiques en classe. Nous avons tenté de promouvoir une meilleure assimilation des concepts mathématiques et de voir comment la rédaction d'un journal pouvait s'intégrer à ces cours. Cette étude a pris en compte les résultats des tests des élèves, leur attitude et leur écrit (cette dernière à l'aide du *Writing Apprehension Test*), de même que les évaluations des élèves et des enseignants. Les données n'ont établi aucune relation ferme entre les différents attributs considérés. Un examen des journaux a toutefois clairement indiqué qu'ils sont utilisés par les élèves pour réfléchir à la résolution de problèmes associés aux concepts mathématiques. De plus, les réponses de la plupart des élèves à un questionnaire indiquent qu'ils jugent très valable l'apport du journal aux cours de mathématiques.

On doit considérer et appliquer prudemment toutes les conclusions provenant de cette étude, car elles découlent d'un cas isolé particulier. L'étude a mené à des conclusions risquées et a produit plus de questions qu'elle n'en a résolues. Notre équipe de recherche espère que ce travail sera considéré comme une « première étape » plutôt que comme un « point final » et que la recherche à venir établira des relations plus définitives entre l'écriture et les mathématiques.

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1986,
National Council of Teachers of Mathematics.

Bibliographie

Bloom, Benjamin S., J. Thomas Hastings et George Madaus, *Handbook on Formulative and Summative Evaluation of Student Learning*, New York, McGraw-Hill Book Co., 1971.

Bruner, Jerome, *Toward a Theory of Instruction*, Cambridge, Harvard University Press, 1966.

Burmeister, Lou, *Reading Strategies for Middle and Secondary Teachers*, Reading, Mass., Addison-Wesley Publishing Co., 1978.

Burton, Grace M., « Writing as a Way of Knowing in a Mathematics Education Class », *Arithmetic Teacher*, N° 33, décembre 1985, pages 40 à 45.

Emig, Janet, « Writing as a Mode of Learning », *College Composition and Communication*, N° 28, mai 1977, pages 122 à 128.

Johnson, Marvin, « Writing in Mathematics Class : A Valuable Tool for Learning », *Mathematics Teacher*, N° 76, février 1983, pages 117 à 119.

Myers, John, *Writing to Learn across the Curriculum*, Bloomington, Ind., Phi Delta Kappa Educational Foundation, 1984.

Selfe, Cynthia, Bruce Petersen et Cynthia L. Nahrgang, « Studying the Effects of Journal Writing on Students in a College-Level Mathematics Course », dans *Writing in the Disciplines - Research into Practice*, Upper Montclair, N.J., Boynton/Cook, à paraître.

Watson, Margaret, « Sharing Teaching Ideas : Writing Has a Place in a Mathematics Class », *Mathematics Teacher*, N° 73, octobre 1980, pages 518 et 519.

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1986,
National Council of Teachers of Mathematics.

ÉCRITURE EXPLORATOIRE ET APPRENTISSAGE DES MATHÉMATIQUES

S.Z. Keith

De courts projets de rédaction exploratoire peuvent transformer la classe de mathématiques en un laboratoire dynamique et fort intéressant. En écriture exploratoire, les élèves examinent leurs connaissances sur un sujet en les notant par écrit dans leurs propres mots. Puis, afin de pousser leurs idées plus loin, ils partagent leurs réactions avec les autres élèves et l'enseignant. En dépit des avantages marqués de ces projets de rédaction, il se peut que l'enseignant ne soit pas à l'aise dans cet environnement interactif, car il doit concevoir les projets et déterminer que faire des résultats obtenus. Le présent article illustre de quelle façon les projets de rédaction peuvent aider à exposer et à identifier les problèmes d'apprentissage et offrir des projets permettant de s'attaquer à ces difficultés. Dans cet article, certaines techniques que je considère utiles pour traiter les résultats sont brièvement mentionnées; les avantages de ce type de projet sont également précisés.

Comment les projets de rédaction exposent les problèmes d'apprentissage

Je me sers de projets de rédaction fréquemment dans le cadre de mes cours avec les élèves de tous les niveaux. Dans une classe de trigonométrie, un projet type avait pour objectif premier de traiter des difficultés qu'éprouvaient de nombreux élèves à passer de la représentation à la verbalisation. La question était la suivante : « Qu'est-ce qu'un angle de référence ? » La figure 1 ci-dessous donne une illustration et une définition adéquate de ce concept.

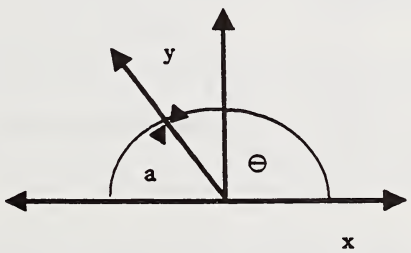


Figure 1 Une illustration et une définition adéquate d'un angle de référence.

DÉFINITION : Un angle de référence d'un angle θ *donné est un angle aigu x qui est formé par l'axe des x et le côté terminal de* θ *(x est un angle de référence pour l'angle* θ*).*

Quoique tous les élèves étaient en mesure de calculer les angles de référence, seulement quelques-uns pouvaient définir le terme de façon satisfaisante. Les problèmes des élèves étaient regroupés en trois catégories :

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1988,
National Council of Teachers of Mathematics.

1. Certains élèves ont simplement donné un exemple (ce qui est, bien sûr, un point de départ) :
   - si vous avez, par exemple, 400 degrés sur le cercle unitaire, l'angle de référence serait de 40 degrés.

2. D'autres tentaient avec peine d'arriver à une certaine précision ou n'ont pu reconnaître les conditions de nécessité et de contenu exigées par la définition :

   - Un autre angle qui est le même que le premier angle, mais en des termes plus simples.

   (Les mots *même*, *premier* et *plus simples* sont vagues et la nature des « termes plus simples » constitue l'essence même de cette définition.)

   - L'angle aigu avec le même côté terminal.

   - Un angle situé plus près de l'axe des x que l'angle original.

3. Certains ont tenté de le définir simplement en indiquant de quelle façon la construction est utilisée :

   - L'angle qui doit être supplémentaire à l'angle donné qui indique dans quel quadrant il se trouve.

   - L'angle qui facilite le calcul des fonctions trigonométriques du premier angle.

4. Dans de nombreux cas, les élèves se sont montrés vagues ou ont dit tout ce qu'ils pouvaient, avec l'objectif d'en obtenir le crédit dans le cadre d'un devoir ou d'un examen :

   - Un angle pour lequel des mesures de moins de 90° ne sont effectuées que par rapport à l'axe des x. L'angle est plus petit que l'angle original et possède des fonctions trigonométriques équivalentes, comme 30°, 60°, etc.

5. De façon surprenante, très peu d'élèves ont réalisé des dessins et, lorsque c'était le cas, les dessins n'étaient pas identifiés ni ne portaient aucune référence. Même si le dessin ne fait pas normalement partie d'une définition écrite, il est beaucoup plus facile pour les élèves de discuter d'un concept, ou d'écrire sur celui-ci, s'ils ont appris à réaliser un dessin précis en premier lieu. La plupart des élèves saisissent d'abord un concept visuellement ou tactiquement plutôt que verbalement.

Un autre type de problème que rencontrent les élèves se situe dans l'emploi des conventions de notation. Le fait de demander aux élèves de définir un polynôme sur les nombres réels a produit des résultats surprenants, même dans les classes de mathématiques de niveau avancé :

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1988,
National Council of Teachers of Mathematics.

- Un polynôme est $ax^2 + bx + c$.

  (Il ne s'agit là que d'un polynôme du deuxième degré. Cet élève ne s'est sans doute jamais rendu compte de l'utilité de la notation a_1, a_2, ...).

- f(x) est un polynôme sur les nombres réels si $f(x) = a^1_x + a^2_x + ...$

  (Cet élève se souvient seulement que certaines notations s'écrivent « en haut » et d'autres « en bas ».)

Souvent, les élèves partent du fait que le lecteur connaît déjà la réponse et qu'une explication ou une analyse serait ainsi superflue. Le projet de décrire la procédure servant à calculer le déterminant d'une matrice de $x \times 3$ a produit les réponses suivantes :

- Prenez la position à l'intersection de la ligne 1 et de la colonne 1 et multipliez-la par le déterminant de la matrice de 2×2 ...

- N'utilisez pas le développement entier, utilisez des cofacteurs, ce qui indique quel signe nous lui donnons. Un plus ou un moins fois le mineur.

La situation devient plus confuse lorsqu'il ne s'agit pas simplement d'énoncer une définition ou un algorithme, mais de rédiger une preuve. Le problème qui se pose alors est le manque de compréhension des élèves de ce qui constitue une preuve. Les exemples qui suivent proviennent d'un cours d'algèbre abstrait de niveau supérieur :

- Question : Prouvez que si H et K sont des sous-groupes normaux d'un groupe G, H, K est un sous-groupe normal de G.

  Réponse : Puisque H et K sont des sous-groupes, H K est normal d'après un théorème.

- Question : Prouvez que 1cm (m, n) = mn/gcd (m, n).

  Réponse : On doit avoir 1cm (m, n) - mn/gcd (m, n), parce que nous supposons que cela n'est pas vrai. Mais il ne peut en être ainsi, car nous savons que 1cm (m, n) = mn/gcd(m, n). Par conséquent, l'affirmation est vraie.

Dans l'enseignement collégial, une bonne partie des énergies est consacrée à enseigner aux élèves avancés comment établir une preuve (comment réaliser une preuve et déterminer si une preuve est possible dans certaines situations). Les élèves en algèbre dont le travail est cité ci-dessous ne sont peut-être pas de niveau supérieur; ils n'ont atteint ce niveau que par la maîtrise de problèmes examinés à fond. Leur manque de compréhension souligne le besoin de projets de rédaction dès les premiers niveaux. De plus, l'échec de bon nombre de nos élèves à établir une

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1988,
National Council of Teachers of Mathematics.

preuve ou à rédiger des expositions soulève certaines questions au sujet de leur interprétation et de leur lecture et au sujet du développement de leurs techniques d'apprentissage. Souvent, les élèves ne lisent pas du tout le texte et arrivent à leur but en exécutant des problèmes de façon méthodique.

Activités s'attaquant aux problèmes

La plupart de mes projets d'exploration sont des résumés en classe ou des projets devant être réalisés le soir même. Ils visent à aider les élèves à assimiler un concept mathématique. Ils comprennent les types d'exercices suivants :

1. *Résumés.* Les résumés peuvent indiquer le niveau de la classe ou servir d'introduction à un concept.

   - Quelle est aujourd'hui votre notion d'une « fonction » ? Soyez aussi précis que possible, comme « y = f(x) est une fonction de x si ... ».

   - Qu'est-ce qui cloche dans cette logique ?

     (Exemple d'un problème de réduction de fractions.)

   - Qu'est-ce qu'un « radian » et pourquoi cette notation est-elle préférée à celle des « degrés » ?

2. *Transposition d'une image visuelle.* Ces expériences intègrent une compréhension visuelle et verbale.

   - Décrivez le graphique de cette fonction comme si vous tentiez de l'expliquer à un ami au téléphone.

   - Quelle est la relation entre le graphique de $y = 1/x^2$ et celui de $y = x^2$? Comment peut-on prévoir le comportement du second à partir de celui du premier ?

   - Les élèves sont groupés par paires. Un élève décrit un graphique verbalement et aussi précisément que possible et l'autre trace ce graphique. Aucune aide n'est permise de l'un comme de l'autre.

3. *Synopsis des techniques de résolution de problèmes.* Ces exercices augmentent les connaissances des élèves en ce qui concerne les techniques de résolution de problèmes.

   - Décrivez comment on combine des fractions pour obtenir un terme. Vous ne pouvez donner simplement un exemple.

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1988,
National Council of Teachers of Mathematics.

- Quelle est la différence entre une combinaison et une permutation et quels indices vous permettent de faire la distinction entre ces deux types de problèmes ?

4. *Conception d'un algorithme.* Les élèves pratiquent la description des étapes du raisonnement algorithmique.

   - Écrivez une procédure détaillée permettant de résoudre des problèmes du type distance-temps-vitesse.

5. *Conception d'une définition ou énoncé d'un théorème.* Ce type d'exercice améliore la précision des termes et des théorèmes des élèves.

6. *Communication d'idées à un auditoire.* Ces exercices donnent aux élèves l'expérience de transposer une explication en une autre.

   - Bon nombre d'entre vous n'ont pas saisi le concept énoncé à la page 12 du texte. Récrivez cette page à votre façon.

   - Écrivez pour votre meilleur ami, en quelques pages, la matière enseignée dans ce cours, car il a pris du retard. Nommez les concepts importants, les définitions et les théorèmes, puis expliquez brièvement les méthodes pouvant faire l'objet de questions à l'examen.

7. *Création d'un problème.* Grâce à ces exercices, les élèves apprennent à créer leur propres situations.

   - Dans votre famille, vous avez trois sœurs, quatre frères, deux chiens et 17 chats. Créez plusieurs problèmes comportant des combinaisons et des permutations portant sur ces nombres. Donnez les réponses et identifiez ce qui vous a permis de déterminer les techniques à utiliser pour résoudre le problème.

8. *Généralisation d'un concept.* Ces exercices aident à renforcer la compréhension qu'ont les élèves de la vue d'ensemble des mathématiques.

   - Les mathématiciens écrivent des définitions lorsque le besoin s'en fait sentir. À partir de votre étude des polynômes, quelles définitions pouvez-vous rédiger pour simplifier le sujet ? Quelle serait l'utilité de vos définitions ?

   - Dans la vie de tous les jours, avez-vous déjà rencontré des « valeurs absolues » ?

9. *Projets de groupe.* Les projets de ce type augmentent la confiance des élèves de même que leur productivité. Ces activités leur permettent d'échanger des idées et de poursuivre plus avant le développement d'une idée. Étant donné que les élèves aiment travailler en équipe, il s'agit d'une bonne façon d'introduire les projets de rédaction.

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1988,
National Council of Teachers of Mathematics.

- Distribuez des transparents et des marqueurs et demandez à chaque équipe de tenter de rédiger un énoncé exact d'un théorème ou une explication d'une procédure. Affichez les résultats à l'aide du rétroprojecteur.

- Demandez aux équipes de deviner un théorème, comme dans cet exemple : « Un écureuil entre dans une boîte et en ressort. Pour entrer, il peut passer par deux portes et pour sortir, par trois; il peut donc entrer et sortir de la boîte de six façons différentes. Un important principe entre en jeu ici et cela n'a rien à voir avec les écureuils. Pouvez-vous l'énoncer de la façon la plus générale possible ? » Ou bien : « Maintenant que je vous ai présenté mes explications pour trouver visuellement les maximum et minimum, pouvez-vous expliquer comment la première dérivée peut indiquer l'endroit où se trouve un maximum ou un minimum relatif ? Si vous le pouvez, vous aurez énoncé le *test de la première dérivée* ».

Techniques et avantages des projets de rédaction

Bien entendu, le fait de donner des projets de rédaction ne produit pas miraculeusement un enseignement et un apprentissage efficaces; l'enseignant doit réagir aux rédactions des élèves. Il est conseillé d'aborder la rédaction comme faisant partie d'un processus menant à une réalisation future plutôt que comme un produit final. Cette approche modifie le point de vue en mettant l'accent non pas sur ce qui est erroné mais sur la façon d'être plus précis. Afin d'arriver à effectuer cette conversion, j'ai utilisé plusieurs techniques.

1. *Discussion.* J'inscris les résultats des élèves sur des transparents, puis je les affiche à l'aide du rétroprojecteur encourage la discussion et je fait part de mes propres réactions. En conformité avec les *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics* du National Council of Teachers of Mathematics, qui précise que les mathématiques doivent être considérées comme une forme de communication, tout est mis en place afin de comprendre les efforts de chaque élève. Toute tendance des élèves à tourner en dérision ou à se montrer timides disparaissent lorsqu'ils se rendent compte que je tente de comprendre leur raisonnement et de déterminer comment ils peuvent améliorer leurs définitions. Les efforts de chaque élève comprennent habituellement une partie digne d'intérêt et utile et, fait significatif, les réponses des élèves comportent les mêmes types d'erreurs. Les réactions d'autres élèves servent à expliquer ce qui était visé. En effet, la plupart d'entre nous ont constaté que les élèves font parfois preuve d'une mystérieuse habileté à interpréter les intentions du professeur à l'égard d'autres élèves.

2. *Évaluation par les pairs.* Les élèves peuvent s'échanger leurs copies et les évaluer selon des critères précis (pour un exemple de feuille, reportez-vous à la figure 2). Ce type d'évaluation donne aux élèves l'occasion de voir les copies d'un point de vue semblable à celui de l'enseignant.

3. *Révision.* Une fois le besoin de précision démontré à l'aide de l'évaluation par les pairs, on peut demander aux élèves de récrire leurs définitions. Souvent, l'exercice en entier est

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1988,
National Council of Teachers of Mathematics.

répété une autre journée. Même si les élèves croient avoir compris un concept lorsque l'enseignant leur montre les corrections apportées à leur travail, la meilleure occasion d'apprentissage consiste à leur demander de reconstruire leurs réponses de façon correcte.

4. *Anticipation.* Souvent, les projets de rédaction produisent des discussions animées et peuvent servir à introduire un sujet. Le projet de définition d'un degré, par exemple, peut être suivi d'une discussion de l'utilité des radians.

Ces exercices sont courts et valent pleinement le temps nécessaire à leur réalisation. Ils permettent d'enseigner des stratégies pour maximiser la compréhension, de développer la confiance et d'améliorer également la participation et la collaboration en classe et en dehors de la classe. La plupart des élèves apprécient d'avoir la chance d'être entendus et compris. De leur point de vue, l'élégance du texte ou des présentations orales peut simplement s'avérer offusquant. Les élèves sont généralement ouverts à la discussion des projets de rédaction en classe et à la réalisation des travaux supplémentaires à la maison, car ils voient le résultat dans leur meilleure compréhension de la matière. Les élèves ont signalé qu'ils estiment pouvoir lire et retenir la matière plus facilement au fur et à mesure qu'ils s'habituent aux conventions mathématiques.

Lors des examens, la précision et la qualité sont bien sûr requises, mais les élèves développent cette qualité d'eux-mêmes à l'aide des expériences en classe. Les résultats des examens s'en trouvent souvent améliorés, car l'évaluation détaillée du travail d'un élève augmente son souci du détail.

J'ai constaté que je n'ai pas besoin de noter l'aspect grammatical ou l'aspect mécanique. Mon but consiste à me rapprocher du raisonnement des élèves et si je corrige constamment les fautes d'orthographe et de grammaire, les élèves sont portés à employer un vocabulaire plus restreint et à prendre moins de risques. En règle générale, dans les copies des élèves, la maîtrise de la grammaire et des processus est étroitement liée à leur habileté à utiliser la logique. La question est de savoir s'ils communiquent adéquatement avec moi et la note détaillée, lorsqu'elle est donnée, est basée sur ce critère et est déterminée rapidement.

Par-dessus tout, l'enseignant peut mettre l'accent sur le fait que la rédaction de définitions, de théorèmes et, plus tard, de preuves, représente une expérience agréable. La notion d'élégance dans notre langage mathématique peut et doit être partagée par nos élèves à tous les niveaux.

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1988,
National Council of Teachers of Mathematics.

FEUILLE DE DÉFINITION ET DE THÉORÈME

FEUILLE DE DÉFINITION NOM : _____

DÉFINITION :

5 - L'élève a fourni une définition complète, dans une notation et un vocabulaire clair et précis, en se servant d'un vocabulaire mathématique approprié et avec un minimum de redondance.

4 - Légers problèmes de clarté, de notation, de vocabulaire et de formulation.

3 - Le concept de base est clair (l'élève semble savoir ce qui doit être défini), mais l'élève fait preuve d'une confusion importante dans la notation ou le vocabulaire.

2 - Le concept de base est énoncé avec grande confusion, la notation ou le vocabulaire comportant des erreurs graves.

1 - La définition ne se rapporte pas au concept spécifié.

FEUILLE DE THÉORÈME NOM : _____

ÉNONCÉ :

5 - L'élève a fourni un théorème complet, avec une notation et un vocabulaire clairs et précis, une hypothèse et une conclusion complètes, en se servant d'un vocabulaire mathématique approprié et avec un minimum de redondance.

4 - Légers problèmes de clarté, de notation ou de vocabulaire; ou encore, l'hypothèse ou la conclusion ne sont pas entièrement complètes.

3 - Le concept de base du théorème est clair (l'élève semble comprendre le théorème), mais l'élève fait preuve d'une confusion ou d'erreurs importantes dans la notation ou le vocabulaire.

2 - Le concept de base du théorème démontre une grande confusion concernant l'hypothèse ou la conclusion, la notation ou le vocabulaire comportant des erreurs graves.

1 - La théorème ne se rapporte pas au concept spécifié.

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1988,
National Council of Teachers of Mathematics.

Bibliographie

Burton, Grace M, « Writing as a Way of Knowing in a Mathematics Education Class », *Arithmetic Teacher* N° 33, décembre 1985, pages 40 à 45.

Commission on Standards for School Mathematics of the National Council of Teachers of Mathematics, *Curriculum and Evaluation Standards for School Mathematics*, version préliminaire, Reston, VA, The Council, 1987.

Hillocks, George, Jr., « The Responses of College Freshmen to Three Modes of Instruction », *American Journal of Education*, N° 89, 1981, pages 373 à 395.

Johnson, Marvin L., « Writing in Mathematics Classes : A Valuable Tool for Learning », *Mathematics Teacher*, N° 76, février 1983, pages 117 à 119.

Watson, Margaret, « Writing Has a Place in a Mathematics Class », *Mathematics Teacher*, N° 73, octobre 1980, pages 518 et 519.

Reproduit, avec permission, de
Mathematics Teacher, décembre 1988,
National Council of Teachers of Mathematics.

ANNEXE D

LIGNES DIRECTRICES POUR UNE INTÉGRATION EFFICACE DES RESSOURCES

Il existe un nombre croissant de types de ressources qui viennent appuyer les objectifs du programme de mathématiques du secondaire deuxième cycle. Comme c'est le cas pour toute ressource, les films et les vidéos doivent être choisis en tenant compte des objectifs du programme et des exigences des élèves. Tout au long du guide du maître, des titres de films et de vidéos sont fournis.

Les questions suivantes doivent être posées lors de la sélection de ressources à utiliser en classe.

- Correspond-elle aux objectifs du programme ?
- Répond-elle aux exigences des élèves et à leur style d'apprentissage ?
- Vient-elle approfondir ou enrichir le programme ?
- Le moment est-il approprié ?
- Ce type de ressource montre-t-il des idées abstraites ?
- Cette ressource convient-elle au programme et aux exigences d'enseignement et d'apprentissage ?
- Les objectifs éducationnels sont-ils clairs ?
- Quel type de préparation est requis ?
- De quelle façon l'enseignement et l'apprentissage sont-ils évalués ?
- Quel type de suivi est requis ?

Centres de ressources

Il existe 12 centres de ressources en Alberta qui possèdent des films et des vidéos correspondant au programme de mathématiques du secondaire deuxième cycle. Chaque centre publie son propre catalogue dans lequel figure la liste des ressources offertes. Ces centres fonctionnent selon le même principe qu'une bibliothèque en prêtant les ressources audiovisuelles pour une certaine période de temps. Pour plus d'informations, communiquez avec un centre de ressources.

(A) Centres de ressources régionaux

Zone 1
Zone One Regional Film Centre
P.O. Box 6536
10020 - 101 Street
Peace River (Alberta)
T8S 1S3
Téléphone : (403) 624-3187

Zone 2-3
Central Alberta Media Services
(CAMS)
2017 Brentwood Boulevard
Sherwood Park (Alberta)
T8A 0X2
Téléphone : (403) 464-5540 et 467-8896

Zone 4
Alberta Central Regional Educational Services

(ACRES)
County of Lacombe
Box 3220
5140 - 49 Street
Lacombe (Alberta)
T0C 1S0
Téléphone : (403) 782-5730

Zone 5
South Central Alberta Film Federation
(SCAFF)
Westmount School
Box 90
Wheatland Trail
Strathmore (Alberta)
T0J 3H0
Téléphone : (403) 934-5028

Zone 6
Southern Alberta Regional Film Centre
(SAFRC)
McNally School
P.O. Box 845
Lethbridge (Alberta)
T1J 3Z8
Téléphone : (403) 320-7807

(B) Centres de ressources en région urbaine

County of Strathcona
Learning Resource Service
2001 Sherwood Drive
Sherwood Park (Alberta)
T8A 3W7
Téléphone : (403) 464-8235

Red Deer Public School Board
4747 - 53 Street
Red Deer (Alberta)
T4N 2E6
Téléphone : (403) 343-1405

Calgary Separate School Board
Instructional Materials
6220 Lakeview Drive S.W.
Calgary (Alberta)
T3E 6T1
Téléphone : (403) 246-6663

Calgary Board of Education
Education Media
3610 - 9th Street S.E.
Calgary (Alberta)
T2G 3C5
Téléphone : (403) 294-8540

Edmonton Public School Board
Learning Resources Centre
Centre for Education
One Kingsway
Edmonton (Alberta)
T5H 3G9
Téléphone : (403) 429-8320

Medicine Hat School District
Instructional Materials Centre
601 First Avenue S.W.
Medicine Hat (Alberta)
T1A 4Y7
Téléphone : (403) 526-1323

Edmonton Catholic Schools
Curricular Resources
St. Anthony's Teacher Centre
10425 - 84 Avenue
Edmonton (Alberta)
T6E 2H3
Téléphone : (403) 439-7356

ANNEXE E

ALBERTA CONSUMER AND CORPORATE AFFAIRS

Calgary	301 Centre 70; 7015 Macleod Trail South Box 5880, Postal Station A Calgary (Alberta) T2H 2M9 297-5700
Edmonton	3rd Floor, Capilano Centre 9945 - 50 Street Edmonton (Alberta) T6A 0L4 427-5782
Fort McMurray	Fort McMurray Provincial Building 5th Floor, West Tower 9915 Franklin Avenue Fort McMurray (Alberta) T9H 2K4 743-7231
Grande Prairie	Grande Prairie Provincial Building 10320 - 99 Street, Box 7 Grande Prairie (Alberta) T8V 6J4
Lethbridge	300 Professional Building Bag Service 3014 740 - 4 Avenue South Lethbridge (Alberta) T1J 4C7 381-5360
Medicine Hat	303 Provincial Building 770 6 Street S.W. Medicine Hat (Alberta) T1J 4J6 529-3535
Peace River	Provincial Building 9621 - 96 Avenue Bag 900, Box 9 Peace River (Alberta) T0H 2X0 624-6214
Red Deer	2nd Floor, Provincial Building 4920 - 51 Street Red Deer (Alberta) T4N 6K8 340-5241
Alberta Consumer and Corporate Affairs	Box 1616 Edmonton (Alberta) T5J 2N9

ANNEXE F

CONSULTANTS EN MATHÉMATIQUES POUR ALBERTA EDUCATION

Bureau régional de Grande Prairie

Hugh Sanders
5th Floor, Nordic Court
10014 - 99 Street
Grande Prairie (Alberta) T8V 3N4
Téléphone : 538-5130
Télécopieur : 538-5135

Bureau régional d'Edmonton

Dick Daly
Devonian Building - West Tower
11160 Jasper Avenue
Edmonton (Alberta) T5K 0L2
Téléphone : 427-2952
Télécopieur : 422-9682

Art Peddicord
Devonian Building - West Tower
11160 Jasper Avenue
Edmonton (Alberta) T5K 0L2
Téléphone : 427-2952
Télécopieur : 422-9682

Bureau régional de Red Deer

Ron Babiuk
3rd Floor West, Provincial Building
4920 - 51 Street
Red Deer (Alberta) T4N 6K8
Téléphone : 340-5262
Télécopieur : 340-5305

Bureau régional de Calgary

Pat McLaughlin
Room 1200, Rocky Mountain Plaza
615 Macleod Trail, S.E.
Calgary (Alberta) T2G 4T8
Téléphone : 297-6353
Télécopieur : 297-3842

Bureau régional de Lethbridge

Gary Hill
Provincial Building
200 - 5th Avenue, South
Lethbridge (Alberta) T1J 4C7
Téléphone : 381-5243
Télécopieur : 381-5734

FORMULAIRE RÉPONSE
Guide intérimaire du maître de Mathématiques 10, 13 et 14

OUI NON

1. Ce document vous a-t-il guidé dans votre enseignement des mathématiques ?

   Commentaires _____

   _____

2. Avez-vous trouvé que les suggestions d'activités et de problèmes étaient utiles ?

   Commentaires _____

   _____

3. Avez-vous trouvé que les suggestions d'utilisation de la technologie et de matière facultative étaient utiles ?

   Commentaires _____

   _____

4. Les remarques vous ont-elles aidé à interpréter le programme d'études ?

   Commentaires _____

   _____

5. Autres commentaires et suggestions :

   _____

   _____

Merci de nous communiquer vos réactions !

Vous êtes
- un enseignant ou une enseignante (veuillez préciser le cours que vous enseignez)
  10 13 14
- un administrateur d'école
- un administrateur de système
- autre (veuillez préciser) _____

Faire parvenir ce formulaire à :

Mathematics Coordinator
Alberta Education
Curriculum Support Branch
Devonian Building, 5th F. East
Edmonton, Alberta
T5K 0L2

University of Alberta Library
0 1620 1086 2801